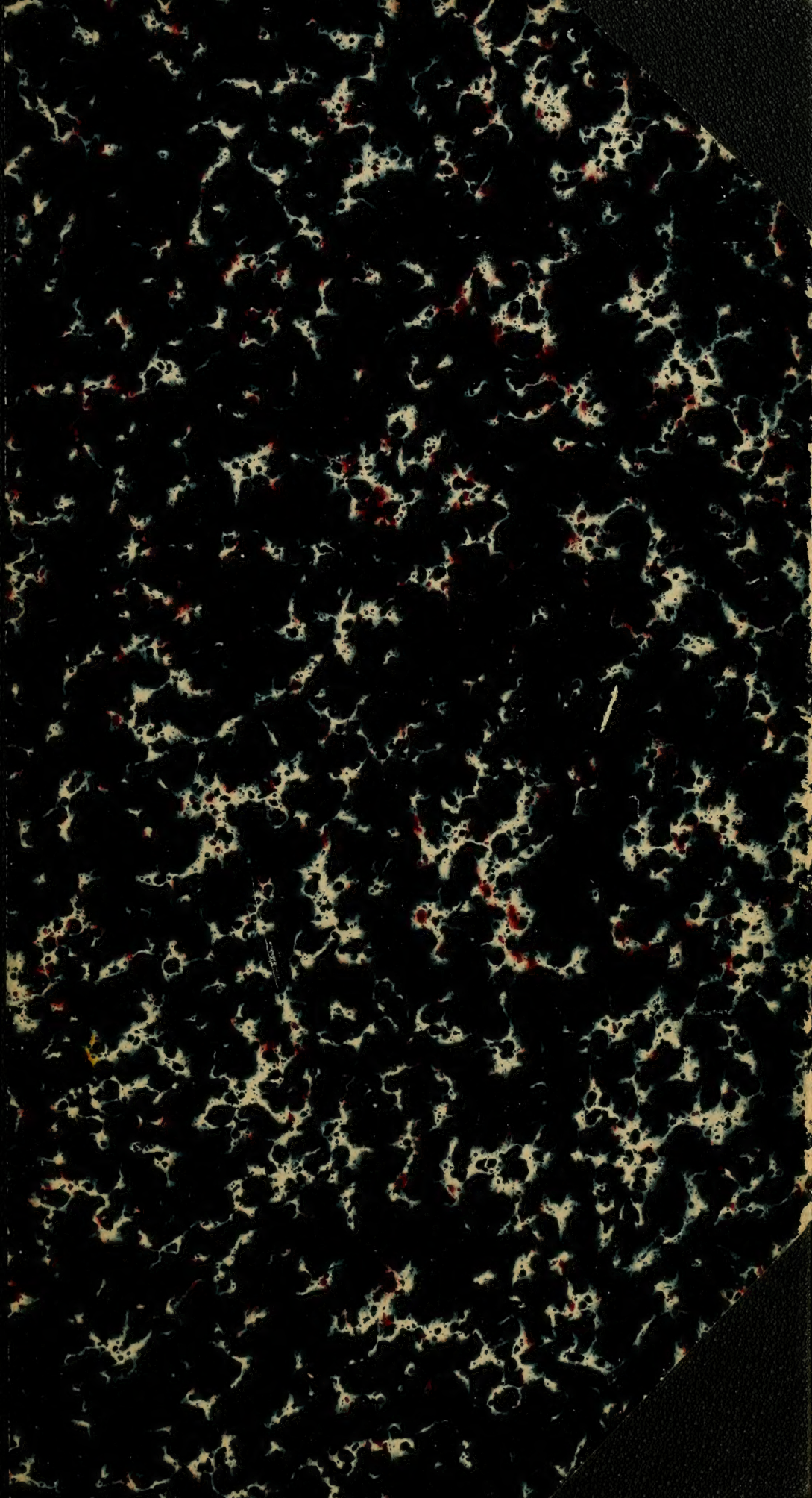


POL
6062

HARVARD UNIVERSITY.

LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

12,229.

Exchange.

April 4, 1902 – Feb. 14, 1903.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemand ou en latin, des travaux présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction de **M. Ladislas Natanson,**
Membre délégué de la Classe des Sciences mathématiques et naturelles.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER

DER

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

FEB 24 1903

Table des matières.

Page

L. **Marchlewski.** Études sur les dérivés de la chlorophylle 1
A. **Witkowski.** Note sur l'électricité atmosphérique à Zakopane dans les Tatras 7
M. **Rybiński.** Coleopterorum species novae, minusve cognitae, in Galicia inventae 10
M. **Strzelecka.** Contribution à l'étude la désoxybenzoïne 12
A. **Korczyński.** L'action du brome sur le durol, le pentaméthylobenzol et le hexaméthylobenzol 14
L. **Natanson.** Sur la propagation d'un petit mouvement dans un fluide visqueux 19
S. **Zaremba.** Détermination du cas où les fonctions fondamentales de M. Poincaré sont déductibles de celles de M. Le Roy ou de celles de M. Stekloff 35
M. **Raciborski.** Sur les fleurs épiphylles de l'orge sans barbes de l'Himalaya 43
— Sur la reproduction par bourgeonnement de la Marattiacée (Angiopteris evecta) 48
— Sur une réaction chimique se produisant à la surface des racines . 51
— Sur quelques fougères nouvelles de l'Archipel malais 54
S. **Kępiński.** Sur l'intégration des solutions d'équations différentielles linéaires auto-conjuguées du deuxième Ordre 65
Publications de la Classe 89
Vl. **Kulczyński.** Species Oribatinarum (Oudms.) (Damaeinarum Michael in Galicia collectae 89
K. **Rogoziński.** Sur l'absorption des microbes par l'intestin à l'état physiologique 96
J. **Trzebiński.** Influence des excitants sur la croissance du Phycomyces nitens 112
T. **Browicz.** Quelques remarques sur la cellule hépatique 130
Publications de la classe 136
L. **Natanson.** Sur la conductibilité calorifique d'un gaz en mouvement . 137
T. **Godlewski.** Sur la pression osmotique de quelques dissolutions calculée d'après les forces électromotrices des piles de concentration . . 146

Page

S. Krzemieniewski. L'influence des sels minéraux sur la respiration des graines pendant les différentes périodes de leur germination . . . 163
L. Bruner. Sur le mécanisme de l'action catalytique de l'iode dans la bromuration du benzène 181
L. A. Birkenmajer. Nicolas Copernic. Première partie. Etudes sur les travaux du célèbre astronome et matériaux pour servir à sa biographie 200
L. Szajnocha. Sur l'origine du pétrole à Wójcza (Royaume de Pologne) . 219
Publications de la classe 220
L. Marchlewski. Comparaison de la phylloporphyrine et de la mésoporphyrine 223
— Matières colorantes obtenues par l'action de l'isatine sur les extraits d'Isatis tinctoria 227
L. Bier et **L. Marchlewski.** L'absorption des rayons ultra-violets par les matières colorantes de la bile, l'urobiline et le protéinochrome . 230
S. Niementowski. Sur les dérivés amidinés de l'anhydride anthranilique . 232
C. Zakrzewski. Sur les oscillations d'un disque plongé dans un liquide visqueux 235
M. Seńkowski. Sur une méthode pour servir à l'étude de la fonction de sécrétion du foie 242
A. Korczyński et **L. Marchlewski.** Contribution à la Chimie de l'isatine 245
Publications de la classe 261
T. Levi-Civita. Sur les surfaces (S) de M. Zaremba 263
C. Kostanecki. Sur la maturation et la fécondation de l'oeuf de Cerebratulus marginatus 270
— Sur les anomalies des figures mitotiques lors de la formation des globules polaires dans l'oeuf de Cerebratulus marginatus 278
Ph. Eisenberg. Contribution à la connaissance des phénomènes de précipitation spécifique 289
C. Kraft. Études expérimentales sur l'échelle des couleurs d'interférence . 310
Publications de la classe 354
Séance publique annuelle du 14 mai 1902 355
M. Siedlecki. L'Herpetophrya astoma n. g. n. sp., infusoire parasite des Polymnies 356
Publications de la classe 362
C. Kostanecki. La fécondation artificielle et la parthénogénèse expérimentale sur les oeufs de Mactra 363
E. Godlewski. Sur la régénération des Tubularia 387
A. Bochenek. Quelques nouveaux détails sur la structure de la glande pituitaire des amphibiens 397
M. Jaworowski. „L'apparato reticolare" de M. Golgi dans les cellules des ganglions spinaux des vertébrés inférieurs (oiseaux, amphibiens) . . 403
St. Niementowski. Sur les limites de formation des composés diazoamidés et sur quelques colorants azoïques 413
— Sur l'acide chloraldianthranilique 420
Wł. Baczyński et **St. Niementowski.** Études sur la bromuration des benzimidazols 421

Page

V. Syniewski. Sur l'action de l'aldéhyde formique sur l'amidon et sur une combinaison de l'iode avec l'amylodextrine 435
— Sur la constitution de l'amidon 441
Publications de la classe 455
S. Zaremba. Sur les méthodes de la moyenne arithmétique de Neumann et de Robin dans le cas d'une frontière non connexe . . . 457
L. Natanson. Sur la fonction dissipative d'un fluide visqueux 488
— Sur la déformation d'un disque plastico-visqueux 494
J. Zaleski. Recherches sur la mésoporphyrine 512
St. Bondzyński et **K. Panek.** Sur l'acide alloxyprotéique, principe constant de l'urine de l'homme 532
L. Kulczyński. Erigonae Europaeae. Addenda ad descriptiones 539
M. Siedlecki. Cycle évolutif de la Caryotropha mesnilii, coccidie nouvelle des Polymnies; note préliminaire 561
J. Sosnowski. Contribution à l'étude de la physiologie du développement des mouches 568
Publications de la classe 574
R. Gutwiński. De algis a Dre M. Raciborski anno 1899. in insula Java collectis 575
Publications de la classe 617
K. Olszewski. Appareils pour liquéfier l'air et l'hydrogène 619
Table par noms d'auteurs des matières 634
Errata 636

4 1902

Nr 1. 12.229. JANVIER 1902.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER
DER
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ETE FONDEE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemend ou en latin, des travaux présentés à l'Academie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction du Secrétaire de la Classe des Sciences math. et nat.
M. Joseph Rostafiński.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

APR 4 1902

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

Nº 1. **Janvier** **1902.**

Sommaire: 1. M. L. MARCHLEWSKI: Étude sur les dérivés de la chlorophylle.
2. M. A. WITKOWSKI: Note sur l'électricité atmosphérique à Zakopane dans les Tatras.
3 M. M. RYBIŃSKI: Coleopterorum species novae minusve cognitae in Galicia inventae.
4. M. M. STRZELECKA: Contribution à l'étude de la désoxybenzoïne.
5. M. A. KORCZYŃSKI: L'action du brome sur le durol, le pentaméthylobenzol et le hexaméthylobenzol.
6. M. L. NATANSON: Sur la propagation d'un petit mouvement dans un fluide visqueux.
7. M. S. ZAREMBA: Détermination du cas ou les fonctions fondamentales de M. Poincaré sont déductibles de celles de M. Le Roy ou de celles de M. Stekloff.
8. M. M. RACIBORSKI: Sur les fleurs épiphylles de l'orge sans barbes de l'Himalaya *(Hordeum trifurcatum Schlch.)*.
9. M. M. RACIBORSKI: Sur la reproduction par bourgeonnement de la Marattiacée *Angiopteris evecta*.
10. M. M. RACIBORSKI: Sur une réaction chimique se produisant à la surface des racines.
11. M. M. RACIBORSKI: Sur quelques fougères nouvelles de l'Archipel malais.
12. M. S. KĘPIŃSKI: Sur l'intégration des solutions d'équations différentielles linéaires auto-conjugées du deuxième Ordre.
13. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du mardi 7 Janvier 1902.

PRÉSIDENCE DE M. N. CYBULSKI.

1. M. L. MARCHLEWSKI m. c.: **Ze studyów nad chlorofilem.** ***(On chlorophyll derivatives).*** *(Études sur les dérivés de la chlorophylle).*

I.

The conversion of phylloporphyrin into haematic acid.

The following facts hitherto discovered and described may be quoted as proofs of the close chemical relationship of chlorophyll and the blood colouring matter. 1) The empirical formula of phylloporphyrin, a derivative of chlorophyll, is similar to that ascribed to haematoporphyrin, a derivative of the blood colouring matter [1]).

[1]) E. Schunck and Marchlewski. Proc. Roy. Society. London 59, 233.

2) The absorption spectra of phylloporphyrin and haematoporphyrin are very much alike, almost identical, no matter whether examined in neutral, basic or acid solvents. The same holds good of the spectra of the corresponding zinc compounds [2]). 3) Towards bromine and nitric acid phylloporphyrin and haematoporphyrin behave very much alike [3]). 4) A base of the formula $C_8H_{13}N$, which may be converted into urobiline by oxidation, can be obtained from haemin or haematoporphyrin and also from phyllocyanin, by treating these bodies with solutions of hydroiodic acid in presence of phosphonium iodide [4]).

The present paper is devoted to the oxidation products of phylloporphyrin. These experiments were commenced as early as three years ago, but the amount of the quite pure oxidation product necessary for a combustion has been obtained only in the course of last summer. The oxidation of the blood colouring matter has been the object of very important studies by William Küster [5]). The most important result of those researches being the discovery, that haemin may be converted by the action of bichromic acid into a body $C_8H_9NO_4$, which undergoes a change under the influence of alkalies or acids becoming converted into a new compound of the formula $C_8H_8O_5$. These substances stand in very simple relationship to each other, namely the compound last named may be considered as an anhydride of the threebasic acid and the first as the corresponding imide, thus:

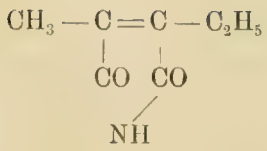
The imide undergoes under certain conditions a further change, it looses carbon dioxide and yields a new body of the formula $C_7H_9NO_2$, which according to Küster might be identical with the imide of methyl-ethyl-maleic acid:

[2]) l. c.

[3]) Marchlewski a. C. A. Schunck. Journal Chem. Society **77**, 1080.

[4]) Marchlewski a. Nencki. Bull. intern. de l'Académie des Sciences de Cracovie 1901.

[5]) Ann. Chem. und Pharm. **317**, 174.



The said transformation of haematoporphyrin takes place judging by Küster's description, very easily and I hoped therefore, that even the oxidation of small quantities of phylloporphyrin at my disposal might lead to positive results. These hopes have been justified as will be shown in the course of this paper.

I used phylloporphyrin which contained a small admixture of some other substance, probably phyllorubin. Its solution caused a faint band in the red part of the spectrum, which is not shown by pure phylloporphyrin. It has been prepared from phyllocyanin; the latter was converted into phyllotaonin by treatment with an alkali and then heated in a solution of alcoholic potash to 190° in sealed tubes. The crude product obtained has been purified by alcohol, which dissolves chiefly phylloporphyrin leaving other substances undissolved. Not quite 5 gr. of the preparation obtained were dissolved in 500 cm^3 of glacial acetic acid, 41 gr. of bichromate of sodium, dissolved in a little water, added and the whole heated on the water bath as long as a sample drawn gave the chromic acid reaction distinctly. As soon as the latter test became but faint the acetic acid was distilled off, at first by direct flame, afterwards on a water bath under reduced pressure. The residue I treated with an amount of sulphuric acid necessary to decompose the acetates of chromium and sodium, formed in the course of the reaction, filtered off some undissolved matter and extracted the filtrate three times with ether. The joint extracts were evaporated to dryness and a mass obtained, which at first thick and oily became after standing crystalline. Assuming, that similarly as in the case of haematoporphyrin two substances were formed, namely the imide and anhydride of the threebasic haematic acid I decided, in order to simplify matters, to decompose the imide and to obtain if possible the anhydride named and identify it. With this end in view I dissolved the ethereal residue in some warm water and an excess of carbonate of sodium and left the solution at rest for 24 hours, after which time the mass has been acidulated with sulphuric acid and again extracted with ether. The ethereal extract gave on evapora-

tion a crystalline mass, which was dissolved in cold water and treated with precipitated carbonate of calcium. As soon as the evolution of carbon-dioxide ceased the undissolved carbonate was filtered off and the filtrate heated for a few minutes to the boiling point. There was in this way produced a white precipitate, which proved to be the basic calcium salt of haematic acid. The precipitate I stirred into water, decomposed with some hydrochloric acid and extracted the liquid with ether; after evaporating the latter white crystalls were obtained, which after two recrystallisations from as little as possible water showed the melting point of 95.5—96°, that is nearly the same as given by Küster for his anhydride of haematic acid. In all 0.8 gr. of the substance has been obtained:

Analysis: 0.1228 gr. subst. gave 0.2339 gr. CO_2 and 0.0522 gr. H_2O

obtained	51.95%	4.72%	H
calcul. $C_8H_8O_5$	52.17 „	4.34 „	„

In order to get further proofs of identity of this substance with Küsters acid, 0.5 gr. were dissolved in water, neutralised with ammonia and precipitated with silver nitrate. The amorphous white precipitate gave the following results on being analysed:

0.6282 gr. gave 0.4380 gr. Ag_2S

calc. for $C_8H_7Ag_3O_6 + {}^1/_2H_2O$	— 60.83%	Ag
found	60.64 „	„

The properties of the oxidation product of phylloporphyrin described viz. its melting point, its composition, the readiness to give a basic calcium salt and the composition of the silver salt make it evident, that the oxidation of phylloporphyrin by means of bichromate of sodium leads to a substance identical with the anhydride of the threebasic haematic acid, obtained under similar conditions from haemin, haematoporphyrin and bilirubin.

II.

The reduction of phyllocyanin by zinc dust.

E. Schunck and myself[1]) have as far back as the year 1895 studied the change, which derivatives of chlorophyll undergo, when heated with zinc dust. We noticed that there were formed peculiar-

[1]) Proc. Roy. Soc. London **59**, 233.

ly smelling fumes, which condensed to a colourless oily liquid, which on standing in the air became brown and on being heated with hydrochloric acid gave a red powder. We concluded that the substance produced was pyrroline and that chlorophyll may be possibly a pyrroline derivative. Last year Nencki and I [2]) obtained from phyllocyanin cupric acetate by treating it with hydroiodic acid and phosphonium iodide a base which under the influence of air gave urobilin. The properties of the base mentioned reminded me forcibly of the substance we had obtained with Dr. Schunck by means of the reaction described above and I thought it interesting enough to ascertain in what relationship the two substances, the one obtained by dry reduction the other by hydroiodic acid stand to each other. I found, that the two substances were identical. This is proved by the following experiments. 1 gr. phyllocyanin, obtained by E. Schuncks method was mixed with 10 gr. of zinc dust and the mixture heated in a glass tube. Very soon there may be noticed in the cold parts of the tube oily drops of a liquid, which turns rapidly reddish brown. After cooling the tube was extracted with warm alcohol, filtered, to the filtrate water added and filtered again. A sample of the filtrate gave with mercuric chloride a white precipitate. The remaining liquid was left to stand in the air; after some time a red colouration was noticeable and on closer examination a very fine red precipitate observed. By adding alcohol to this mixture and boiling up a reddish brown solution was obtained, which on being examined through the spectroscop showed an absorption band in front of the F line. The addition of a solution of zinc chloride in alcoholic ammonia caused a green fluorescence and the liquid on being again examined spectroscopically showed also a band in front of F. These tests show, that the red colouring matter obtained from phyllocyanin in the manner described above is identical with urobilin and that the volatile substance, obtained by heating phyllocyanin with zinc dust, cannot be anything else but haemopyrrol.

III.

The absorption spectra of phylloporphyrin salts in aequous solutions.

It is well known, that one of the inferences of the theory of electrolytic dissociation is, that in the case of quantitatively disso-

[2]) l. c.

ciated salts, possesing a common coloured ion, the light absorption of aequimolecular solutions must be identical. The researches by Ostwald have shown this conclusion to be correct. The scientist named examined however chiefly solutions of salts with coloured negative ions.

Phylloporphyrin is a comparatively strong base, the salts of which produce quite different absorption spectra than the free base and may be used therefore as an excellent example of salts with coloured positive ions. The solutions of phylloporphyrin in neutral solvents produce, as far as the less refrangible part of the spectrum is concerned, 7 bands, whilst the solutions in mineral acids cause, when examined in dilute solutions, only three bands. Assuming that the formula $C_{16}H_{18}N_2O$ expresses correctly the composition of phylloporphyrin, the formula of the hydrochloric acid compound might be $C_{16}H_{18}N_2O.HCl$ or $C_{16}H_{19}N_2OCl$, similarly as in the case of haematoporphyrin. The same will hold good in the case of salts derived from other strong acids. Assuming further, that these salts are dissociated electrolytically in aequous solutions, we will obtain in all cases the coloured ion $C_{16}H_{19}N_2O$ and the equimolecular solutions of these salts ought to produce in the spectrum identical absorptions. Direct observations show that the assumption made is a correct one. The spectra of phylloporphyrin dissolved in diluted solutions of hydrochloric, nitric and sulphuric acids show three bands in the less refrangible part of the spectrum in absolutely the same position and a band just behind the k_β line, discovered by C. A. Schunck[3]. The reproductions of photographs, accompanying this paper, show this clearly although they do not do justice to the originals. The solutions were prepared as follows: Equal quantities of an alcoholic solution of phylloporphyrin were added to equal quantities of normal hydrochloric, nitric and sulphuric acids and the solutions obtained diluted by adding the same quantities of water in each case till suitable strengths for the spectroscopic examinations were produced. The solutions used for photographing the ultraviolet spectrum were diluted to such an extent, that a colouration of the liquid was scarcely perceptible.

[3]) Proc. Roy. Soc. London **63**, 389.

2. M. A. WITKOWSKI m. t.: **Spostrzeżenia nad elektrycznością atmosferyczną w Zakopanem.** *(Note sur l'électricité atmosphérique à Zakopane dans les Tatras).*

Le rapport „sur l'électricité atmosphérique„ présenté par M. Exner au Congrès international de physique en 1900[1]) a mis en évidence le nombre très insuffisant des données expérimentales sur la valeur absolue du champ électrique en terrain plat. Il ne sera donc pas inutile de communiquer à l'Académie les résultats de quelques observations faites pendant les mois de vacances (Août, Septembre 1901) à Zakopane, dans une vallée large et à fond plat située du côté nord des monts Tatras, à une altitude de 850 m.

Actuellement les observations de cette nature sont considérablement facilitées grâce à la découverte par M. et Mme Curie de substances fortement radioactives et ionisantes, Polonium et Radium, qui ont déjà été employées à la construction d'électrodes collectrices par M. Paulsen[2]). Etant en possession d'une petite quantité de

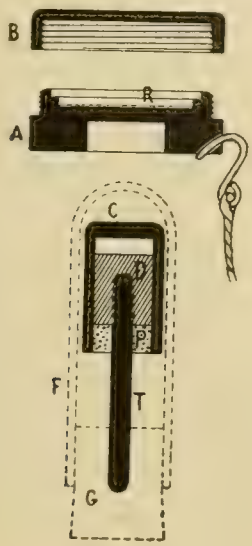


Fig. 1.

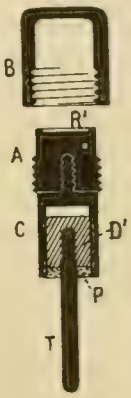


Fig. 2.

chlorure de baryum radifère dont l'activité à été désignée par le nombre 1200 par M. et Mme Curie, qui ont présenté ce corps en 1899

[1]) Rapports, tome III, p. 415.

[2]) Rapport sur l'aurore polaire, (Congrès de phys. tome III, p. 445).

au Laboratoire de physique de l'Université de Cracovie, j'ai pu construire des électrodes collectrices beaucoup plus petites que celles de M. Paulsen; quelques milligrammes de la substance radioactive suffisent. Je me suis servi de deux types qui sont représentés par les fig. 1 et 2 en grandeur naturelle (*A* boite au radium en laiton. *R* deux rondelles de papier à filtrer superposées, frottées sur leur surface intérieure avec du chlorure de radium; *R'* [fig. 2] cavité de 0·5 *mm* remplie de chlorure, recouverte d'une feuille de papier mince, fixée par les bords au moyen de gomme-laque et d'une seconde feuille en aluminium. *B* couvercle. *C* isolateur en laiton. *D* pièce d'ébonite, [*D'* pièce d'ambre jaune] fixée dans la cavité de *C*, recouverte de paraffine *P*. *T* tige métallique servant à fixer l'isolateur à une tige en bois de 1 *m* 70. *F* tube en verre. *G* bouchon, destinés à protéger l'isolateur pendant le transport).

Je me suis assuré que les indications de l'électromètre, obtenues à l'aide de l'électrode au radium sont identiques à celles que fournit une flamme réceptrice; celles de l'électrode radioactive sont d'ailleurs beaucoup plus stables. Même le couvercle étant fermé, l'électrode agissait d'une manière satisfaisante, bien que beaucoup plus lentement.

L'électromètre était celui de M. Exner, (perfectionné par M. M. Elster et Geitel) gradué à l'aide d'une batterie de petits accumulateurs.

La première moitié de l'été fut peu favorable aux observations. La chute du potentiel variait d'une manière peu régulière; pendant le mauvais temps le signe du potentiel était fréquemment contraire au signe normal. Ce n'est que pendant les dernières semaines de Septembre qu'il devint possible de fixer définitivement le type de la variation diurne. Elle appartient au type *a*, selon la classification de M. Exner (l. c.), avec des maxima très accentués à 8 h. du matin, et 8 h. du soir, comme l'indique la fig. 3, résumant à titre d'exemple les observations des 26 et 27 Septembre, effectuées par un ciel parfaitement serein.

La moyenne générale de toutes les mesures effectuées en Août et Septembre 1901 (environ 150) conduit au tableau suivant des chutes du potentiel, en volts par mètre, correspondantes aux différentes heures du jour[1]):

[1]) Temps du 15-me méridien; l'heure locale est de 20 min. en avance.

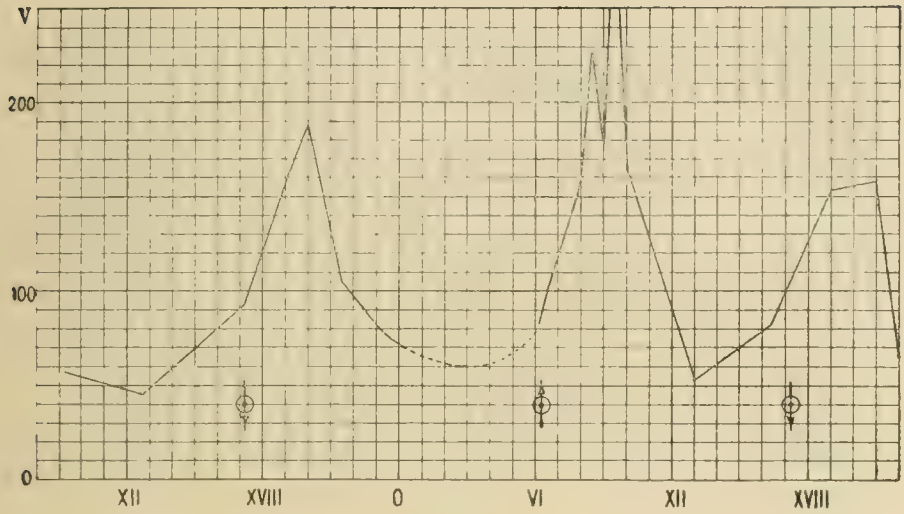


Fig. 3.

VI h. du matin	85	III	58
VII	135	IV	65
VIII	190	V	75
IX	85	VI soir	95
X	65	VII	135
XI	60	VIII	190
XII midi	57	IX	145
I	55	X	85
II	56	XI	55

J'ai donné une attention particulière au phénomène très intéressant, signalé par M. Exner, qui consiste en une élévation brusque et de courte durée du potentiel au moment précis du coucher du soleil. J'ai pu observer ce phénomène plusieurs fois; dans l'un des cas, il s'est présenté sous une forme particulièrement accentuée (variation brusque de plus de 120 volts dans l'espace de quelques minutes). Bien que je n'aie laissé passer presque aucune occasion favorable, je n'ai trouvé dans la plupart des cas que des variations accidentelles ordinaires.

En dernier lieu, je me suis occupé de la vérification des résultats obtenus par M. M. Elster et Geitel concernant la dispersion de l'électricité dans l'air atmosphérique, phénomène attribué à une

ionisation de ce dernier. Afin d'obtenir des résultats numériques comparables à ceux de M. M. Elster et Geitel, j'ai muni mon électromètre d'un cylindre dispersant et d'une cloche métallique de dimensions exactement conformes à celles de l'appareil décrit par ces savants [1]). Au milieu de la plaine de Zakopane la dispersion était sensiblement égale pour l'électricité positive et négative et représentée généralement par le nombre *5;* dans de rares cas elle s'élevait à *6* et encore plus rarement tombait à *4*. Le même résultat fut obtenu sur les collines voisines de Zakopane à une altitude de 100 à 150 *m* au dessus de la vallée. M. le Dr. Janiszewski voulut bien se charger de faire une observation de la dispersion au sommet du Pic de Swinica (altitude dépassant 2000 *m*); comme dans les observations de M. M. Elster et Geitel, on a trouvé un nombre considérablement plus élevé pour l'électricité négative que pour l'électricité positive (environ 15·5 et 4·5).

---

3. M. M. RYBIŃSKI: **Coleopterorum species novae, minusve cognitae, in Galicia inventae.** Accedunt tab. 2. Mémoire présenté par M. A. Wierzejski, m. c.

Der Verfasser beschreibt folgende elf neue Käferarten aus Galizien:

1. *Nebria Reitteri,* nov. sp. Der N. Reichi v. bisenica Biecz. zunächst verwandt. Dieselbe unterscheidet sich von ihr durch bedeutendere Grösse, das Verhältnis des Kopfes zum Halsschilde, sowie des letzteren zum Hinterleib. mehr vortretende Vorderwinkel des Halsschildes und durch je zwei borstentragende Punkte beiderseits auf den mittleren Ventralsegmenten. 12 mm lang. In den Ost-Karpaten (Czarna Hora).

2. *Trechus fontinalis,* Ryb. [2]). Der nächste Verwandte des Trechus latus Putz., demselben sehr ähnlich und wahrscheinlich mit selbigem verwechselt. Derselbe unterscheidet sich von letzterem hauptsächlich durch das erste Glied der Hintertarsen, welches bei T. fontinalis länger und verbreitert ist. Die Länge beträgt 4·5—

[1]) Annalen der Physik, 2, 1900, p. 425.

[2]) Sprawozdanie Komisyi fizyograficznej Tom XXXV, str. 66. *Trechus fontinalis,* Ryb. nov. sp. Vorläufige Diagnose.

5 mm. Aus den Ost-Karpaten (Czarna Hora). Er wurde auch im Tatra Gebirge gesammelt, und ist wahrscheinlich weiter verbreitet.

3. *Trechus carpaticus,* nov. sp. Dem T. pulchellus Putz. ähnlich, jedoch von mehr depressem und länglichem Körperbau, längeren Fühlern, mit sehr fein, aber deutlich gestreiften Flügeldecken. Die ersten fünf Streifen deutlich, der sechste weniger. nur der letzte ist fast erloschen. Die Zwischenräume der Streifen sind ganz eben. 3·5 mm lang. Aus den Ost-Karpaten (Czarna Hora). Lebt in Gesellschaft mit T. pulchellus Putz.

4. *Atheta (Oreostiba Ganglb.) Smolkai,* nov. sp. Der A. tibialis Heer. zunächst verwandt und sehr ähnlich, jedoch mehr als doppelt so gross. mit breiterem Halsschilde. robusteren Fühlern, an denen das dritte Glied viel länger als das zweite ist, auch sind die kurzen Flügeldecken gleich breit. 3·5 – 4 mm lang. Aus den Ost-Karpaten (Czarna Hora) in einer Höhe von 2018 m aus Gras und Moos gesiebt.

5. *Eudectus Kulczyńskii* nov. sp. Mit E. Giraudi verwandt, jedoch grösser, durch schwarze Farbe des Körpers und feinere dichtere Punktierung verschieden. Auch ist die Lebensweise und das Vorkommen desselben ein anderes. 3·5 mm lang. Lebt auf den höchsten Stellen des Tatra Gebirges im Grase und Moos.

6. *Choleva magnifica,* nov. sp. Unter den bekannten Choleva-Arten, durch kurze gedrungene Gestalt, breit ovale Flügeldecken und scharf rechtwinkelige (nahezu spitzige) Hinterecken des Halsschildes leicht zu unterscheiden. 5 mm lang. Aus den Ost-Karpaten (Czarna Hora) unter grossen Steinen am Schnee.

7. *Throscus laticollis,* Ryb.[3]) Unter den bekannten Throscus-Arten die grösste. leicht kenntlich an den ungetheilten Augen und dem Halsschilde, welcher im letzten Drittel stark erweitert und plattgedrückt ist. 4 mm lang. West-Galizien. Klaj.

8. *Ludius Ganglbaueri,* nov. sp. Von der Gestalt eines kleinen Sericus subaeneus Redt., jedoch durch die Fühlerbildung, durch den nach vorn nur wenig verengten ziemlich langen Halsschild, die bis zum letzten Drittel parallelen Flügeldecken und die feine und dichte Punktierung des ersteren leicht zu unterscheiden. Nach der

[3]) Sprawozdanie Komisyi fizyograficznej Tom XXXII, str. 56. *Throscus laticollis* Ryb. Vorläufige Diagnose.

Halsschildbildung auch einem Athous ähnlich. 7·5 mm lang. 2 mm breit. Ost-Karpaten. Tuchla.

9. *Ceuthorrhynchus formosus*, nov. sp. Eine sehr ausgezeichnete schwarze Art mit schwarzblauen, tief punktiert gestreiften Flügeldecken, deren Zwischenräume eben und scharfkantig und mit einer regelmässigen Punktreihe versehen sind. Die Flügeldeckenspitzen sind gekörnt. Der Rüssel ist von der Einlenkungsstelle der Fühler bis zum Kopfe tief punktiert gestreift. Der Halsschild hochgewölbt, vorn stark, rückwärts schwächer eingeschnürt, mit aufgebogenem Vorder- und geleistetem Hinterrande, kaum erkennbar gehöckert. Die Schenkel sind schwach gezähnt. 3 mm lang, ohne Rüssel. Ost-Galizien. Tarnopol.

10. *Ceuthorrhynchus galiciensis*, nov. sp. Dem C. scapularis Gyll. sehr ähnlich, etwas grösser, stahlblau mit grünlich blauen Flügeldecken, schwarzem längerem Rüssel, schwarzen Schienen und Tarsen, und ohne den drei weissbehaarten Längsbinden auf dem Halsschilde. 2·5 mm lang, ohne Rüssel. West-Galizien. Krakau.

11. *Apion podolicum*, nov. sp. Dem A. rubens Steph. am nächsten verwandt. Derselbe unterscheidet sich von diesem durch einen längeren Rüssel und durch den nach rückwärts nicht erweiterten Körper, dessen grösste Breite in der Mitte liegt. Die Flügeldecken sind parallel, in der Mitte schwach erweitert, mässig gewölbt. 2·2—2·5 mm lang, ohne Rüssel. Ost-Galizien. Tarnopol.

---

4. MARYA STRZELECKA. **Przyczynek do znajomości homologów desoksybenzoiny.** *(Zur Kenntnis der Homologen des Desoxybenzoins). (Contribution à l'étude de la désoxybenzoïne).* Note présentée par M. B. Radziszewski, m. t.

Eine Methode, nach welcher die aromatischen Ketone zu erhalten sind, ist die trockene Destillation der Baryumsalze entsprechender Säuren (Br. Radziszewski Ber. 3—198). Auf diesem Wege wurde von der Verfasserin Phenyl-p-xylylketonu ($C_6H_5 — CO — CH_2 — C_6H_4 — CH_3$) erhalten, welches Strassm a (Ber. 22—1231) durch Einwirkung des Aluminiumchlorids auf die Mischung des p-Toluylessigsäurechlorids und des Benzols gewonnen hat.

Die Verfasserin hat die Mischung des toluylessig- und benzoësauren Baryums der trockenen Destillation unterzogen. Die p-Toluylessigsäure wurde nach Radziszewski und Wispek (Ber. 15—1744, 18—1281) erhalten.

Die entsprechenden Mengen der beiden Säuren wurden in einer heissen Baryumhydroxydlösung gelöst, der Überschuss der Base durch Kohlensäure gefällt und die klare Flüssigkeit abgedampft. Durch Destillation des trockenen pulverisierten Überrestes unter vermindertem (60 mm) Drucke gewinnt man einen gelblichen Körper, der aus Alkohol umkrystallisiert. wasserhelle Säulen bildet. Sie schmelzen bei 57° C (nach Strassman soll dieses Keton bei 94° C schmelzen) und sind in heissem Wasser, Alkohol und Aether leicht löslich. Die Elementaranalyse giebt befriedigende Resultate.

Sein Oksim, durch Einwirkung von salzsaurem Hydroxylamin und Natronlauge erhalten, bildet feine Nadeln, die bei 109° schmelzen und in Alkohol und Aether leicht, in heissem Wasser schwer löslich sind.

Die Verfasserin machte die Probe, ob die Gruppe CNS im p-Xylylbromid das Brom substituieren kann. Das Bromid wurde zu diesem Zwecke mit Sulfocyankalium in alkoholischer Lösung einige Stunden erhitzt. Dann wurde der Alkohol abgedampft, das Kaliumbromid in Wasser gelöst und die ausgeschiedene öhlige Flüssigkeit durch Schütteln mit Wasser zum Erstarren gebracht. Aus einem Gemische von Anilin und Aether umkrystallisiert, bildet das p-Xylylsulfocyanat ($CH_3 — C_6H_4 — CH_2 — CNS$) feine, weisse, bei längerem Stehen in der Luft vergilbende Nadeln, welche bei 134° C schmelzen und in Wasser, Alkohol und Aether unlöslich sind.

Die Schwefelbestimmung nach I. Messinger (Ber. 21—2910) hat 19·73% statt 19·64% ergeben.

Aus dem chem. Laboratorium der Universität in Lemberg.

5. M. A. KORCZYŃSKI: **O działaniu bromu na durol, pięciometylobenzol i sześciometylobenzol.** *(Über die Einwirkung des Broms auf das Durol, Penta- und Hexamethylbenzol). (L'action du brome sur le durol, le pentaméthylobenzol et le hexaméthylobenzol);* Mémoire présenté par M. L. Marchlewski m. c.

Die niederen Methylbenzole sind in ihrem Verhalten gegen Brom von J. Schramm [1]) gründlich studiert worden; schon Mesitylen bildet eine Ausnahme von der Regel, nach der im Sonnenlicht Brom in die Seitenkette treten soll, indem es dabei Brommesitylbromid liefert. Mesitylbromid erhielt Wispek [2]) erst bei der Einwirkung von Brom auf Mesitylen bei erhöhter Temperatur.

Es blieb also übrig, in dieser Beziehung noch die höheren Methylbenzole, und zwar das Durol, das Penta- und Hexamethylbenzol zu prüfen.

Um eine genügende Menge der genannten Kohlenwasserstoffe zu erhalten, wurde nach der Methode von Friedl und Crafts eine grössere Quantität von Pseudocumol behandelt, wobei jedoch gewisse Modificationen vorgenommen wurden.

Anstatt Theercumol, wie es Friedel und Crafts [3]) sowie Jacobsen [4]) gethan, wurde reines Pseudocumol verarbeitet und die Methylierung wurde zweckmässig den Angaben von Radziewanowski [5]) gemäss nicht in Gegenwart von Aluminiumchlorid, sondern einer Mischung von Sublimat und Aluminiumspänen ausgeführt.

Der Methylierungsprocess wich infolgedessen von demjenigen, den die erwähnten Forscher beschrieben haben, etwas ab, und es wurden folgende Beobachtungen dabei gemacht.

1. Das Pseudocumol, das mit der Radziewanowski'schen Mischung behandelt wurde, verhält sich eine Zeit lang ganz ruhig, erst später färbt sich die Flüssigkeit braun und fängt an zu sieden, wenn für die Kühlung des Kolbens nicht genügend Sorge getragen

[1]) Sitzungsber. der Krakauer Ak. d. W. XVI. S. 90.
Berichte der d. chem. Ges. Band 18. Seite 350, 606, 1272.
" " " " " " 19. " 212.
Sitzungsber. der Wiener Ak. der W. XCV. S. 388, XCVI. 9, XCVII. 723.
Sitzungsber. der Krak. Ak. d. W. XXXV. 95.

[2]) Sitzungsber. der Krak. Ak. d. W. XI. 105.
Ber. der d. chem. Ges. Band 16.

[3]) Annales d. phys. et chim. 6 1. 461.

[4]) Ber. der. d. chem. Ges. Band 20. S. 896.

[5]) Sitzungsb. der Krak. Ak. d. W. XXXII. 79.

wird. Dieser Vorgang findet auch statt, wenn zu dem Kohlenwasserstoff blos ein Theil der Mischung hinzugefügt wird.

Nach Beendigung der erwähnten Reaction wurde mit dem Einleiten von Methylchlorid angefangen.

2. Frisches Pseudocumol hat sich leichter methylieren lassen als schon einmal gebrauchtes. was durch Wägen des Kolbens, in dem man die Reaction ausgeführt hatte, constatiert wurde. Nachdem derselbe ungefähr das Gewicht erlangt hat, welches der aequivalenten Menge von Durol entspricht, trat ein Zustand ein, wo Methylchlorid nicht mehr absorbiert wurde. Das Product wurde dann mit Wasser zerlegt, getrocknet und von den festen Körpern abdestilliert. Auf diese Art erhielt man ungefährt 50% des unveränderten Pseudocumols zuzück, das man zwecks weiterer Methylierung mit frischem vermischte.

3. Nach Verbrauch der ganzen Menge frischen Pseudocumols hinterblieb eine Quantität (ca. 200 gr) Pseudocumol, welche von obigen Experimenten herstammte und sich sowohl bei der Temperatur von 90—110°, bei welcher die anderen Versuche ausgeführt wurden, wie auch bei einer höheren äusserst schwer methylieren liess.

4. Eine merklich bessere Ausbeute in Penta- und Hexamethylbenzol erhielt man, wenn man während der Methylierung die berechnete Mischung von Sublimat und Aluminium portionenweise hinzufügte.

Die Menge der letzteren entsprach dem Gewichte des fertigen Aluminiumchlorids, das Friedl und Crafts angewandt haben.

Man erhielt 5% Durol und kleine Mengen von Penta- und Hexamethylbenzol, die durch fractionierte Destillation und Krystallisation, sowie nach den von Jacobsen angegebenen Methoden gereinigt wurden.

Das Bromieren des Durols im Dunkeln.

2 gr Durol wurden in Eisessig gelöst und in der Dunkelkammer mit $^3/_4$ der auf das Monoproduct berechneten Menge Brom versetzt. Das vollkommen vor Licht geschützte Gefäss wurde in der Zimmertemperatur eine Woche lang stehen gelassen, wonach sich hie und da Krystalle abgeschieden haben. Das Product wurde mit Wasser gefällt und getrocknet, dann mit kleinen Mengen kalten Alkohols (je 6 cbcm) mehrmals digeriert und die einzelnen Fractionen hierauf auskrystallisiert. Die ersten in kaltem Alkohol leicht

löslichen Fractionen enthielten Monobromdurol neben unverändertem Durol, was man durch Bestimmung des Schmelzpunktes festgestellt hat. Der in kaltem Alkohol unlösliche Theil, der ebenso wie der vorige mit alkoholischem Silbernitrat selbst beim Kochen keine Fällung gab, wurde aus heissem Alkohol umkrystallisiert und durch Bestimmung des Schmelzpunktes mit dem von Fittig und Jannasch [1]) beschriebenen Dibromdurol (Schm. P. 199—200°) identificiert.

Im Dunkeln entstehen also Mono- und Dibromdurol nebeneinander.

Das Bromieren des Durols im Sonnenlicht.

Zu der Lösung von 2 gr Durol in Eisessig fügte man tropfenweise im starken Sonnenlicht $^3/_4$ der berechneten Menge Brom hinzu, wobei die braune Färbung rasch verschwand. Nach einer Vierthelstunde wurde die strohgelbe Lösung mit Wasser gefällt und in der beim vorigen Experiment beschriebenen Weise weiter verfahren. Das Product gab mit alkoholischer Silbernitratlösung keine Fällung und war ein Gemisch von Monobromdurol und unverändertem Durol.

Das Bromieren des Durols bei erhöhter Temperatur.

Eine kleine Tubulus-Retorte aus Glas wurde mit einem Erlenmayer-Kolben verbunden, der die abgemessene Quantität von Brom enthielt und durch dessen Pfropfen zwei Glasröhrchen führten. Das eine diente dazu, um die durch conc. H_2SO_4 getrocknete Luft aus einem Gasometer in den Kolben zu leiten, das andere Röhrchen führte die durch den langsamen Luftstrom mitgerissenen Bromdämpfe durch den Tubulus ins Innere der Retorte. Letztere, deren Hals mit einem Absorbtionsapparat verbunden war, enthielt die abgewogene Menge Durol und befand sich auf einem lebhaft siedenden Wasserbade. Nachdem die Reaction, die bei 7 gr Durol und einer für das Monoproduct berechneten Menge Brom 3 Stunden lang gedauert hatte, beendet war, wurde der Inhalt der Retorte in Benzol gelöst. Die durch Abtreiben des Benzols erhaltene weiche, mit Krystallen durchsähte Masse, die einen zu Thränen reizenden Geruch besitzt, wurde auf einer Thonplatte getrocknet und aus Alkohol umkrystallisiert. Schm. P. 157°. Mit alkoholischer Silber-

[1]) Zeitschrift für Chem. J. 1870, 161.

nitratlösung Fällung von $AgBr$. Kleine weisse Nädelchen, leicht in Benzol, Aether, CS_2, Ligroin, etwas schwerer in Eisessig löslich.

Die Brombestimmung nach Schutze gab 55 % Br anstatt 54·79 % Br, berechnet für die Formel $C_6H_2(CH_3)_2(CH_2Br)_2$.

Da es augenscheinlich war, dass man es mit zwei Körpern, einem flüssigen und einem festen, zu thun hat, und es unmöglich erschien, beide mechanisch von einander vollkommen zu trennen, so trachtete man zuerst, die Derivate des einen kennen zu lernen, um zu versuchen, vermittelst der letzteren eine Trennung der beiden Körper herbeizuführen und im flüssigen Theil analog zum Mesitylbromid Durylbromid nachzuweisen.

Zu diesem Zwecke sammelte man zuerst Duryldibromid und erhielt bei 12 gr Durol eine Ausbeute von 0,85 gr.

Durylenacetat $C_6H_2(CH_3)_2(C_2H_3O_2)_2$. Man kocht unter Rückflusskühlung Duryldibromid in alkoholischer Lösung mit einer berechneten Menge von essigsaurem Kalium, lässt erkalten und fällt mit Wasser aus. Dünne, irisierende Blättchen (aus Alkohol) vom Schm. P. 65°.

Die Analyse ergab 67·36 % C u. 7·50 % H statt 67·20 % C u. 7·20 % H.

Durylen-Alkohol (Glykol) $C_6H_2(CH_3)_2(CH_2OH)_2$ erhielt man durch verseifen des Acetats in alkoholischer Lösung; er bildet weisse, dünne Schüppchen vom Schm. P. 74°.

Die Säure $C_6H_2(CH_3)_2COOH)_2$ erhielt man durch Oxydation des Glykols mit 4 %-ger Chamäleonlösung. Durchsichtige, dicke Blättchen (aus Alkohol) vom Schm. P. 123°.

Die Analyse gab 61·66 % C und 5·42 % H anstatt 61·85 % C und 5·15 % H.

Eine grössere Menge des rohen Monobromproductes wurde in Ligroin gelöst und im Scheidetrichter mit sehr verd. $NaOH$ gewaschen, wobei ein in allen Lösungsmitteln unlöslicher Niederschlag entstand. Das Filtrat wurde nach Abtreiben des Ligroins mit essigsaurem Kalium und nachher mit $NaOH$, wie oben angegeben, gekocht. Es resultierte eine schwere, braune Flüssigkeit, deren Oxydation keine Resultate gab und deren Destillation bei

25 mm Druck kleine Mengen von unverändertem Durol und Durylenglykol lieferte. Man kann daher die Vermuthung aussprechen, dass Durylbromid schon unter dem Einfluss sehr schwacher Reagentien sich condensiert — eine Vermuthung, die auch darin eine Stütze findet, dass der erwähnte unlösliche Körper sich auch beim Kochen des rohen Reactionsproductes mit Na_2CO_3-Lösung sowie bei 5-stündigen Erhitzen mit Wasser im Bombenrohr bei 150° bildet. Sein Gewicht (0,3 gr bei 7 gr Durol) liesse nach Vergleich mit dem Gewicht der Producte des Duryldibromids (0,26 gr) darauf schliessen, dass die beiden Bromderivate des Durols nebeneinander entstehen.

Pentamethylbenzol lieferte sowohl im Sonnenlicht wie auch nach der bei Durol beschriebenen Bromierungsmethode bei erhöhter Temperatur das bekannte Kernsubstitutionsproduct $C_6Br(CH_3)_5$ vom Schm. P. 160°.

Hexamethylbenzol wurde weder im Sonnenlicht noch bei erhöhter Temperatur (wegen seines höheren Schmelzpunktes wurde die Retorte auf einer Asbestplatte erhitzt) von Brom angegriffen. Erst im Bombenrohre, mit der für das Monobromproduct berechneten Menge Brom (bei Anwesenheit von etwas H_2O) 5 Stunden bei 100° erhitzt, lieferte es Hexabrom-hexamethylbenzol.

Obige Experimente ergaben:

1. Die kettensubstituirende Wirkung des Sonnenlichtes macht sich bei der Bromierung der höheren Methylbenzole nicht geltend.

Hexamethylbenzol wird unter seinem Einfluss nicht angegriffen, Pentamethylbenzol und Durol liefern kernsubstituierte Derivate. Durol bildet Monobromdurol im Sonnenlicht und eine Mischung von Mono- und Dibromdurol im Dunkeln.

2. Bei erhöhter Temperatur tritt Brom beim Durol in die Seitenkette, beim Pentamethylbenzol in den Kern. Durol verhält sich also sowohl unter dem Einfluss des Sonnenlichtes wie auch der erhöhten Temperatur dem Mesitylen analog.

Das Hexamethylbenzol braucht eine längere Einwirkung des Broms bei erhöhter Temperatur, um im Bombenrohre (bei Anwesenheit von etwas Wasser) Hexabrom-hexamethylbenzol zu liefern.

6. M. LADISLAS NATANSON m. t.: **O rozchodzeniu się małych ruchów w płynach lepkich.** *(Sur la propagation d'un petit mouvement dans un fluide visqueux).*

Dans notre Mémoire „Sur les lois de la Viscosité", présenté à l'Académie le 4. Février 1901 [1]), nous avons défini un corps fictif qui nous paraît propre à représenter, en Théorie, la classe des corps réels appelés visqueux. Ce n'est qu'après avoir poursuivi les conséquences logiques des hypothèses que nous avons ainsi adoptées que l'on pourra juger jusqu'à quel point un tel mode de représentation est conforme à la réalité. Dans ce Travail, nous nous proposons d'étudier les lois de la propagation d'un mouvement infiniment petit dans un corps constitué ainsi qu'il est dit dans le Mémoire cité.

§ 1. Reprenons les équations (9) et (10) du § 8. de la Communication précédente. Elles peuvent s'écrire ainsi:

$$p_{xx}-p=(p_{xx}-p)^{\circ}\varepsilon^{-t/T}-\varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}\{2ne+(k-h-\tfrac{2}{3}n)\tilde{\omega}\} \tag{1a}$$

$$p_{yy}-p=(p_{yy}-p)^{\circ}\varepsilon^{-t/T}-\varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}\{2nf+(k-h-\tfrac{2}{3}n)\tilde{\omega}\} \tag{1b}$$

$$p_{zz}-p=(p_{zz}-p)^{\circ}\varepsilon^{-t/T}-\varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}\{2ng+(k-h-\tfrac{2}{3}n)\tilde{\omega}\} \tag{1c}$$

$$p_{yz}=p^{\circ}_{yz}\varepsilon^{-t/T}-\varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}na \tag{2a}$$

$$p_{zx}=p^{\circ}_{zx}\varepsilon^{-t/T}-\varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}nb \tag{2b}$$

$$p_{xy}=p^{\circ}_{xy}\varepsilon^{-t/T}-\varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}nc\,. \tag{2c}$$

Les valeurs $(p_{xx}-p)^{\circ}$, $(p_{yy}-p)^{\circ}$, $(p_{zz}-p)^{\circ}$, p°_{yz}, p°_{zx}, p°_{xy} sont celles qui correspondent au moment initial $t=0$. Pour rattacher ces valeurs aux constantes C_{xx}, C_{yy}, C_{zz}, C_{yz}, C_{zx}, C_{xy} qui figurent dans les équations de la Communication précédente, on a la série d'égalités dont la première est la suivante:

[1]) Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Année 1901, p. 95. Voyez aussi p. 161. du même Volume.

$$(p_{xx}-p)^\circ = C_{xx} - \left[\int dt\, \varepsilon^{t/T} \{2ne + (k-h-\tfrac{2}{3}n)\,\tilde{\omega}\} \right]_{t=0}; \qquad (3a)$$

les autres s'écrivent d'une manière analogue.

D'ailleurs, d'après les équations (1) et (2) du § 2. du Mémoire précédent, les valeurs initiales des inégalités de pression ont pour expression:

$$(4a) \qquad (p_{xx}-p)^\circ = -2n\,\varepsilon^\circ - (k-\tfrac{2}{3}n)\triangle^\circ$$

$$(4b) \qquad (p_{yy}-p)^\circ = -2n\,\varphi^\circ - (k-\tfrac{2}{3}n)\triangle^\circ$$

$$(4c) \qquad (p_{zz}-p)^\circ = -2n\,\psi^\circ - (k-\tfrac{2}{3}n)\triangle^\circ$$

$$(5a) \qquad p^\circ_{yz} = -n\alpha^\circ$$

$$(5b) \qquad p^\circ_{zx} = -n\beta^\circ$$

$$(5c) \qquad p^\circ_{xy} = -n\gamma^\circ.$$

Dans tout ce qui précède nous avons conservé les notations adoptées dans le mémoire cité plus haut: „Sur les lois de la Viscosité".

§ 2. Les équations du mouvement s'obtiennent en portant dans les équations

$$(1) \qquad \rho\frac{du}{dt} = \rho X - \left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zx}}{\partial z}\right)$$

les valeurs de $\partial p_{xx}/\partial x$, $\partial p_{yx}/\partial y$, $\partial p_{zx}/\partial z$ etc. tirées des équations (1), (2), (4) et (5) du paragraphe précédent. On trouve trois équations dont la première est la suivante:

$$\rho\frac{du}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon^{-t/T}\{n\nabla^2\xi^\circ + (k+\tfrac{1}{3}n)\frac{\partial\triangle^\circ}{\partial x}\} +$$

$$(2) \qquad + \varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\, \varepsilon^{t/T}\{n\nabla^2 u + (k-h+\tfrac{1}{3}n)\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial x}\}.$$

Tous les symboles. dans ces équations. ont la signification qui leur a été attribuée dans le Mémoire précédent.

§ 3. Dans ce qui va suivre nous supposerons nulles les forces extérieures données auxquelles le fluide est soumis; donc les termes X, Y, Z disparaîtront de nos équations. Nous supposerons le fluide animé de mouvements infiniment petits; par conséquent, nous pourrons traiter les quantités u, v, w ainsi que les dérivées

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial z}, \frac{\partial \rho}{\partial x}, \frac{\partial \rho}{\partial y}, \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

comme des infiniment petits du premier ordre et nous négligerons les infiniment petits d'ordre supérieur.

Dans notre Mémoire précédent nous avons donné plusieurs formes plus ou moins générales de l'équation qui définit la valeur de la dérivée dp/dt (voir aux §§ 5., 6., 7. de la dite Communication). Comme dans le Mémoire cité (voir § 8.) nous admettrons que cette dérivée est déterminée par l'équation suivante :

$$dp/dt = -h\tilde{\omega};$$

d'ailleurs, en même temps que l'équation précédente, la relation $h = k$ peut être vérifiée rigoureusement ou approximativement.

Nous poserons

$$\frac{n}{\rho} = a^2 \tag{2}$$

$$\frac{k + \frac{4}{3}n}{\rho} = b^2 \tag{3}$$

$$\frac{k - h + \frac{4}{3}n}{\rho} = c^2. \tag{4}$$

De ces définitions on conclut que les dimensions des quantités a, b, c sont celles d'une vitesse. Nous pourrons, par la suite, traiter ces quantités comme des constantes.

§ 4. En vertu des hypothèses que nous venons d'énoncer le terme $\rho\, du/dt$ du premier membre de l'équation (2) au § 2. prend la forme $\rho\, \partial u/\partial t$ et le terme X disparaît. Dérivons par rapport à la variable t l'équation ainsi modifiée, négligeons le produit $\partial\rho/\partial t . \partial u/\partial t$ qui est un infiniment petit d'ordre supérieur et posons, conformément aux conventions précédentes,

$$-\frac{\partial^2 p}{\partial t\, \partial x} = h\frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x}. \tag{1}$$

Si l'on tient compte des égalités (2), (3), (4) du paragraphe précédent, on parvient ainsi à l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \nabla^2 u + (b^2 - a^2) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x} - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} \left\{ a^2 \nabla^2 \xi^\circ + (b^2 - a^2) \frac{\partial \triangle^\circ}{\partial x} \right\}$$

$$(2) \qquad - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} \left\{ a^2 \nabla^2 u + (c^2 - a^2) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x} \right\}.$$

L'équation (2) et les équations analogues qui se rapportent aux composantes v et w constituent les équations fondamentales qui expriment la loi suivant laquelle se propage une perturbation (u, v, w) dans le fluide considéré.

Dérivées par rapport à x, y, z, ces équations donnent

$$(3) \qquad \frac{\partial^2 \tilde{\omega}}{\partial t^2} = b^2 \nabla^2 \tilde{\omega} - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} b^2 \nabla^2 \triangle^\circ - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} c^2 \nabla^2 \tilde{\omega}.$$

Cette équation exprime la loi suivant laquelle se propage la dilatation $\tilde{\omega}$; avec M. Duhem, nous la nommerons „l'équation aux dilatations". Soient de même Λ°, M°, N° les composantes de la rotation instantanée au moment initial:

$$(4) \qquad 2\Lambda^\circ = \frac{\partial \zeta^\circ}{\partial y} - \frac{\partial \eta^\circ}{\partial z}; \quad 2M^\circ = \frac{\partial \xi^\circ}{\partial z} - \frac{\partial \zeta^\circ}{\partial x}; \quad 2N^\circ = \frac{\partial \eta^\circ}{\partial x} - \frac{\partial \xi^\circ}{\partial y};$$

soient U, V, W les composantes de la vitesse de rotation au moment t:

$$(5) \qquad 2U = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}; \quad 2V = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}; \quad 2W = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y};$$

les équations (2) entraînent visiblement trois égalités dont la première est la suivante:

$$(6) \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \nabla^2 U - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} a^2 \nabla^2 \Lambda^\circ - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} a^2 \nabla^2 U;$$

ce sont les équations de la propagation du mouvement tourbillonnaire. Nous les nommerons, avec M. Duhem, „les équations aux rotations".

§ 5. On sait que Clebsch [1]) le premier a décomposé un petit mouvement qui peut se propager au sein d'un solide isotrope en un

[1]) Borchardt's Journal f. d. reine u. angew. Mathematik, Bd. LXI. 1863. Cf. G. Kirchhoff, Vorlesungen über mathemat. Optik, Leipzig 1891, erste Vorlesung, § 3.; P. Duhem, Mémoires de la Société d. Sciences phys. et nat. de Bordeaux (5) Vol. III. p. 325. 1898; Journal de Mathématiques pures et appl. de Liouville (5). Vol. VI. p. 215. 1900.

petit mouvement de dilatation et un petit mouvement de rotation. Proposons-nous de vérifier si une proposition analogue est vraie dans le cas qui nous occupe. Nous constatons aisément qu'une perturbation qui se compose d'une perturbation dilatationnelle et d'une perturbation rotationnelle satisfait aux équations fondamentales (2) du paragraphe précédent. Soient deux fonctions

$$\Omega(x, y, z, t) \text{ et } \Psi^{\circ}(x, y, z)$$

vérifiant l'équation

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} = b^2 \nabla^2 \Omega - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} b^2 \nabla^2 \Psi^{\circ} - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} c^2 \nabla^2 \Omega \qquad (1)$$

Posons:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} = u_1; \quad \frac{\partial \Omega}{\partial y} = v_1; \quad \frac{\partial \Omega}{\partial z} = w_1; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \Psi^{\circ}}{\partial x} = \overset{\circ}{\xi}_1; \quad \frac{\partial \Psi^{\circ}}{\partial y} = \overset{\circ}{\eta}_1; \quad \frac{\partial \Psi^{\circ}}{\partial z} = \overset{\circ}{\zeta}_1; \qquad (3)$$

En vertu de l'équation (1) nous aurons la relation

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = b^2 \nabla^2 u_1 - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} b^2 \nabla^2 \overset{\circ}{\xi}_1 - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} c^2 \nabla^2 u_1 \qquad (4)$$

ainsi que deux équations analogues.

Prenons pareillement six fonctions

$$E(x, y, z, t), \quad F(x, y, z, t), \quad G(x, y, z, t) \qquad (5)$$

$$\Pi^{\circ}(x, y, z), \quad \Phi^{\circ}(x, y, z) \quad \Gamma^{\circ}(x, y, z) \qquad (6)$$

vérifiant l'équation

$$\frac{\partial^2 E}{t^2} = a^2 \nabla^2 E - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} a^2 \nabla^2 \Pi^{\circ} - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} a^2 \nabla^2 E \qquad (7)$$

ainsi que deux équations analogues. Posons :

$$\frac{\partial G}{\partial y} - \frac{\partial F}{\partial z} = u_2; \quad \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{\partial G}{\partial x} = v_2; \quad \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial y} = w_2; \qquad (8)$$

$$\frac{\partial \Gamma^{\circ}}{\partial y} - \frac{\partial \Phi^{\circ}}{\partial z} = \overset{\circ}{\xi}_2; \quad \frac{\partial \Pi^{\circ}}{\partial z} - \frac{\partial \Gamma^{\circ}}{\partial x} = \overset{\circ}{\eta}_2; \quad \frac{\partial \Phi^{\circ}}{\partial x} - \frac{\partial \Pi^{\circ}}{\partial y} = \overset{\circ}{\zeta}_2; \qquad (9)$$

nous aurons alors l'égalité

$$(10)\quad \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = a^2 \nabla^2 u_2 - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} a^2 \nabla^2 \xi_2^\circ - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} a^2 \nabla^2 u_2$$

ainsi que deux équations analogues que vérifient : v_2 et η_2°, w_2 et ζ_2°.

Je dis que les sommes

$$(11)\qquad u_1 + u_2 = u\,; \quad v_1 + v_2 = v\,; \quad w_1 + w_2 = w$$

$$(12)\qquad \xi_1^\circ + \xi_2^\circ = \xi^\circ; \quad \eta_1^\circ + \eta_2^\circ = \eta^\circ; \quad \zeta_1^\circ + \zeta_2^\circ = \zeta^\circ$$

vérifient les équations fondamentales (2) du paragraphe précédent. Soient en effet

$$(13)\qquad \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = \tilde{\omega}_1\,; \quad \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial z} = \tilde{\omega}_2\,;$$

$$(14)\qquad \frac{\partial \xi_1^\circ}{\partial x} + \frac{\partial \eta_1^\circ}{\partial y} + \frac{\partial \zeta_1^\circ}{\partial z} = \triangle_1^\circ\,; \qquad \frac{\partial \xi_2^\circ}{\partial x} + \frac{\partial \eta_2^\circ}{\partial y} + \frac{\partial \zeta_2^\circ}{\partial z} = \triangle_2^\circ\,.$$

En vertu des égalités (2), (3), (8), (9) nous pouvons écrire

$$(15)\qquad \tilde{\omega}_1 = \nabla^2 \Omega\,; \qquad \tilde{\omega}_2 = 0\,;$$

$$(16)\qquad \triangle_1^\circ = \nabla^2 \Psi^\circ; \qquad \triangle_2^\circ = 0\,;$$

en sorte que nous aurons :

$$(17)\qquad \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x} = \nabla^2 u_1\,; \qquad \frac{\partial \triangle^\circ}{\partial x} = \nabla^2 \xi_1^\circ\,;$$

$$(18)\qquad b^2 \nabla^2 u_1 + a^2 \nabla^2 u_2 = a^2 \nabla^2 u + (b^2 - a^2) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x}\,;$$

$$(19)\qquad c^2 \nabla^2 u_1 + a^2 \nabla^2 u_2 = a^2 \nabla^2 u + (c^2 - a^2) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x}\,;$$

$$(20)\qquad b^2 \nabla^2 \xi_1^\circ + a^2 \nabla^2 \xi_2^\circ = a^2 \nabla^2 \xi^\circ + (b^2 - a^2) \frac{\partial \triangle^\circ}{\partial x}\,.$$

Ajoutons membre à membre les équations (4) et (10) de ce paragraphe. En tenant compte des relations (18), (19) et (20) nous trouvons que les quantités u, v, w, ξ°, η°, ζ° définies par les égalités (11) et (12) vérifient des équations identiques aux équations (2) du § 4. Celà prouve la proposition que nous avons énoncée.

Il est aisé de voir que les trois équations (4) entraînent l'équation aux dilatations [(3) du paragraphe précédent] tandis que les équations (10) conduisent immédiatement aux équations aux rotations [(6) du paragraphe précédent].

§ 6. Considérons les équations (4) du paragraphe précédent qui régissent la propagation de la perturbation (u_1, v_1, w_1) dans le fluide considéré. Dérivons-les par rapport à la variable t; il viendra, en tenant compte des équations initiales (4):

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - (b^2 - c^2) \nabla^2 u_1 + T \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - b^2 \nabla^2 u_1\right) = 0. \qquad (1)$$

Traitées de la même manière, les équations (10) du paragraphe précédent qui régissent la propagation dans le fluide de la perturbation (u_2, v_2, w_2), conduisent à trois égalités de la forme

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + T \frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - a^2 \nabla^2 u_2\right\} = 0 . \qquad (2)$$

Enfin, les équations fondamentales (2) du § 4. qui se rapportent à la perturbation totale (u, v, w) se transforment d'une façon analogue et fournissent trois équations dont la première est la suivante:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - (b^2 - c^2) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x} + T \frac{\partial}{\partial t}\left\{\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \nabla^2 u - (b^2 - a^2) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x}\right\} = 0. \qquad (3)$$

Ces équations donnent lieu à des considérations analogues à celles qui nous ont servi à démontrer la proposition énoncée au paragraphe précédent en partant des équations (2) du § 4. On trouve facilement que les sommes

$$u_1 + u_2 , \quad v_1 + v_2 , \quad w_1 + w_2$$

vérifient les équations (3) à la condition de définir u_1, v_1, w_1 par les équations (2), § 5. [la fonction Ω vérifiant l'équation (1) du présent paragraphe] et de prendre, pour u_2, v_2, w_2, les valeurs (8), § 5., dans lesquelles les fonctions E, F, G vérifient l'équation (2) du présent paragraphe. Ainsi définies, les composantes u_1, v_1, w_1 vérifient évidemment les équations (1) et les composantes u_2, v_2, w_2 vérifient les équations (2).

Les équations (1), (2), (3) de ce paragraphe reproduisent les lois de la propagation du mouvement sous une forme nouvelle et évidemment simplifiée. Il est évident que toute intégrale de l'équation (2) du § 4. vérifie aussi l'équation (3) de ce paragraphe. Mais la réciproque n'est pas exacte: une intégrale de l'équation (3) ne vérifie pas forcément l'équation (2) du § 4. Une remarque analogue s'applique, d'une part, aux équations: (4) du § 5. et (1) du présent

paragraphe et d'autre part aux équations: (10) du § 5. et (2) du présent paragraphe.

§ 7. Ainsi la décomposition, par la méthode de Clebsch, des perturbations qui se propagent dans le fluide, sera permise tout au moins dans certains cas. Il est aisé de s'assurer qu'elle sera toujours possible dans les conditions où nous nous sommes placés. En effet, la proposition suivante se démontre sans peine:

Soient $u(x, y, z, t)$, $v(x, y, z, t)$, $w(x, y, z, t)$, $\xi^\circ(x, y, z)$, $\eta^\circ(x, y, z)$ $\zeta^\circ(x, y, z)$ six fonctions quelconques vérifiant les trois équations de la forme (2), § 4. On peut toujours mettre ces fonctions sous la forme

$$(1) \qquad u_1 + u_2, \quad v_1 + v_2, \quad w_1 + w_2, \quad \xi_1^\circ + \xi_2^\circ, \quad \eta_1^\circ + \eta_2^\circ, \quad \zeta_1^\circ + \zeta_2^\circ,$$

ces nouvelles composantes étant définies par les égalités:

$$(2) \qquad u_1 = \frac{\partial \Omega}{\partial x} \qquad v_1 = \frac{\partial \Omega}{\partial y} \qquad w_1 = \frac{\partial \Omega}{\partial z}$$

$$(3) \qquad \xi_1^\circ = \frac{\partial \Psi^\circ}{\partial x} \qquad \eta_1^\circ = \frac{\partial \Psi^\circ}{\partial y} \qquad \zeta_1^\circ = \frac{\partial \Psi^\circ}{\partial z}$$

$$(4) \qquad u_2 = \frac{\partial G}{\partial y} - \frac{\partial F}{\partial z} \qquad v_2 = \frac{\partial E}{\partial z} - \frac{\partial G}{\partial x} \qquad w_2 = \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial y}$$

$$(5) \qquad \xi_2^\circ = \frac{\partial \Gamma^\circ}{\partial y} - \frac{\partial \Phi^\circ}{\partial z} \qquad \eta_2^\circ = \frac{\partial H^\circ}{\partial z} - \frac{\partial \Gamma^\circ}{\partial x} \qquad \zeta_2^\circ = \frac{\partial \Phi^\circ}{\partial x} - \frac{\partial H^\circ}{\partial y}.$$

dans lesquelles Ω et Ψ° désignent deux fonctions: $\Omega(x, y, z, t)$ et $\Psi^\circ(x, y, z)$ vérifiant l'équation

$$(6) \qquad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} = b^2 \nabla^2 \Omega - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} b^2 \nabla^2 \Psi^\circ - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} c^2 \nabla^2 \Omega$$

et E, F, G, H°, Φ°, Γ° désignent six fonctions $E(x, y, z, t)$, $F(x, y, z, t)$ $G(x, y, z, t)$, $H^\circ(x, y, z)$, $\Phi^\circ(x, y, z)$, $\Gamma^\circ(x, y, z)$ assujetties à satisfaire à trois équations de la forme:

$$(7) \qquad \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = a^2 \nabla^2 E - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} a^2 \nabla^2 H^\circ - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} a^2 \nabla^2 E.$$

Les quantités u_1, v_1, w_1 vérifient alors les équations (4) du § 5.; les quantités u_2, v_2, w_2 vérifient les équations (10) du même paragraphe.

La démonstration du théorème que nous venons d'énoncer est

facile à donner en répétant le raisonnement dont M. Duhem [1]) s'est servi pour établir le théorème de Clebsch pour les solides isotropes. En effet, le principe du raisonnement est le même; en se reportant au mémoire cité, on verra sans peine quels sont les changements, d'ailleurs peu importants, qu'il convient d'apporter dans les calculs, lorsqu'on part de nos équations.

Dans un second beau mémoire [2]) M. Duhem a montré que le théorème de Clebsch peut être étendu aux perturbations les plus diverses pourvu qu'elles obéissent à un type, d'ailleurs très-général, d'équations aux dérivées partielles simultanées. Ce type, on le voit tout de suite, comprend nos équations (3) du § 6. comme cas particulier. On peut donc énoncer la proposition suivante: étant données trois fonctions quelconques des coordonnées et du temps: u, v, w qui vérifient les équations (3), § 6., on peut toujours les mettre sous la forme

$$u_1 + u_2 , \quad v_1 + v_2 , \quad w_1 + w_2 . \tag{8}$$

les quantités u_1, v_1, w_1 étant données par les égalités (2) du § 5., dans lesquelles Ω est une fonction qui vérifie l'équation (1) du § 6.; les quantités u_2, v_2, w_2 se déduisant, moyennant les égalités (8) du § 5., des fonctions E, F, G qui, à leur tour, vérifient trois équations de la forme (2), § 6. En vertu de la remarque que nous avons faite à la fin du § 6., la proposition que nous venons d'énoncer s'applique également à toutes les fonctions u, v, w qui satisfont aux équations (2) du § 4.

§ 8. Considérons les équations du mouvement, c'est-à-dire les équations (2) du § 2; elles se prêtent à une transformation analogue à celle que nous avons fait subir aux équations de propagation (§ 6). Dérivées par rapport à la variable t et transformées ensuite au moyen des équations initiales, les équations (2) du § 2. permettent d'écrire trois égalités de la forme:

[1]) Mémoires de la Société d. Sc. phys. et nat. de Bordeaux (5) Vol. III. 1898. p. 327—333.

[2]) Journal de Mathématiques pures et appl. (5) Vol. VI. p. 228: § 11; équations (26).

$$(1)\quad \left| \begin{array}{l} \rho \dfrac{du}{dt} - \rho X + \dfrac{\partial p}{\partial x} + \\ + T \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\rho \dfrac{du}{dt} - \rho X + \dfrac{\partial p}{\partial x}\right) - \mu \nabla^2 u - (\lambda + \mu) \dfrac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x} = 0 . \end{array} \right.$$

On a posé ici:

$$(2)\qquad n T = \mu \ ;$$

$$(3)\qquad (k - h - \tfrac{2}{3} n) T = \lambda \ ;$$

ce sont les équations données au § 8. de notre Communication précédente.

Les équations (1) reproduisent les équations du mouvement du fluide sous une forme qui nous paraît digne d'intérêt. Par l'introduction des hypothèses particulières au problème qui nous occupe (voir plus haut, au § 3.) elles conduisent immédiatement aux équations (3) du § 6.

§ 9. La forme que nous venons de donner aux équations du mouvement se prête naturellement à faire ressortir l'un des caractères essentiels de la Théorie qui est l'objet de notre exposé. Les équations du mouvement que l'on adopte généralement pour les fluides visqueux en Hydrodynamique sont, en conservant nos notations habituelles.

$$(1)\qquad \rho \frac{du}{dt} - \rho X + \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \nabla^2 u - (\lambda + \mu) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x} = 0 .$$

Or, ces équations se déduisent des équations (1) du paragraphe précédent moyennant deux hypothèses: 1) en posant $T = 0$ 2) en supposant finis les produits:

$$n T , \quad (k - h - \tfrac{2}{3} n) T .$$

Par conséquent, la théorie classique de la Viscosité, celle de Navier, de Poisson, de Stokes, Maxwell, Stefan, O. E. Meyer et d'une foule d'autres savants, appartient à ce type de théories simplifiées que l'on peut appeler théories Fouriériennes[1]); elle constitue un cas particulier, on pourrait dire un cas extrême, de la Théorie

[1]) Voir Bulletin Int. de l'Académie des Sciences de Cracovie pour l'année 1901, séance du 14. Octobre, p. 335.

ici discutée. On arriverait aux mêmes conclusions en partant des équations (7) et (8) du § 8. de notre Mémoire précédent.

Il est intéressant de rechercher quelles sont les lois que donne la théorie habituellement acceptée pour la propagation d'un petit mouvement dans un fluide visqueux et de les rapprocher ensuite des résultats que nous venons d'établir. Les équations de propagation du mouvement, dans la théorie classique, sont de la forme

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - (b^2 - c^2)\frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x} - T\frac{\partial}{\partial t}\left\{ a^2 \nabla^2 u + (c^2 - a^2)\frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x}\right\} = 0. \qquad (2)$$

Elles impliquent une perturbation dilatationnelle dont l'équation est

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - (b^2 - c^2)\nabla^2 u_1 - T\frac{\partial}{\partial t}(c^2 \nabla^2 u_1) = 0 \qquad (3)$$

ainsi qu'une perturbation rotationnelle déterminée par l'équation

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - T\frac{\partial}{\partial t}(a^2 \nabla^2 u_2) = 0\ ^{1)}\ . \qquad (4)$$

Les équations (2) peuvent se comparer aux équations (3) du § 6.; les équations (3) et (4) peuvent se comparer aux équations (1) et (2) du même paragraphe. La conclusion à laquelle on arrive ainsi est qu'entre nos résultats et ceux que fournit la théorie classique, il y a une différence marquée, même dans le cas où la durée du temps T serait petite; elle se rapporte à la perturbation rotationnelle (u_2, v_2, w_2).

Les équations (3) du présent paragraphe sont connues depuis longtemps; elles ont été données en 1845 par Sir G. G. Stokes [2]) qui s'en est servi pour élucider le rôle joué par la viscosité dans la propagation du son. Il est évident, en effet, que la différence $b^2 - c^2$ représente la vitesse avec laquelle une onde sonore se propagerait dans le fluide si l'on le supposait dénué de viscosité. D'autre part si, avec Stokes, l'on admet

$$\lambda = -\tfrac{2}{3}\mu. \qquad (5)$$

[1]) Voir Duhem, Journal de Mathém. pures et appl. (5) Vol. VI. p. 256.

[2]) Transactions of the Cambridge Phil. Society, Vol. VIII. p. 287. Mathematical and physical Papers, Vol. I. p. 101. Cambridge 1880.

c'est-à-dire si l'on fait $k = h$ dans nos notations (voir le § 9. de notre Mémoire précédent) on trouve

$$c^2 T = \frac{4}{3} \frac{\mu}{\varrho} \tag{6}$$

et les équations (3) deviennent

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - (b^2 - c^2) \nabla^2 u_1 - \frac{4}{3} \frac{\mu}{\varrho} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 u_1) = 0 . \tag{7}$$

Ce sont les équations de Stokes. Si l'on préfère les comparer aux équations de la perturbation (u_1, v_1, w_1) sous leur forme initiale, on se reportera aux équations (4) du § 5. que l'on écrira

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - (b^2 - c^2) \nabla^2 u_1 +$$

$$+ \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T} b^2 \nabla^2 \zeta_1^0 - c^2 T \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} \nabla^2 u_1 \right\} = 0 . \tag{8}$$

Rapprochées des équations (7), ces équations confirment la conclusion déjà énoncée: tant que la durée du temps de relaxation est très-petite, nos équations ne peuvent pas donner sur la perturbation dilatationnelle des renseignements essentiellement différents de ceux que fournit la théorie habituellement acceptée.

§ 10. Considérons les équations qui déterminent la propagation de la perturbation rotationnelle; ce sont, en première ligne, les équations (10) du § 5. Nous en avons déduit les équations (2) du § 6. qui par intégration donnent trois égalités de la forme

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \frac{1}{T} \frac{\partial u_2}{\partial t} - a^2 \nabla^2 u_2 = A(x, y, z) . \tag{1}$$

Donnons au symbole *Pot* la signification définie par l'égalité [1])

$$\mathrm{Pot} = -4\pi \nabla^{-2} ; \tag{2}$$

posons ensuite

$$f = u_2 - \mathrm{Pot}\left(\frac{A(x, y, z)}{4\pi a^2}\right) . \tag{3}$$

Jointe à l'égalité (3) l'équation (1) permet d'écrire:

[1]) Heaviside, Electromagnetic Theory, Vol. I. p. 205. London 1893.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + \frac{1}{T}\frac{\partial f}{\partial t} - a^2 \nabla^2 f = 0 \; ; \tag{4}$$

c'est l'équation des télégraphistes généralisée; elle a fait l'objet de travaux de plusieurs géomètres parmi lesquels nous citerons MM. Heaviside, Poincaré, Picard, Boussinesq, Birkeland, Voigt.

On établit sans peine une relation entre la fonction $A(x, y, z)$ qui figure dans l'équation (1) et les valeurs initiales des variables c'est-à-dire celles qui correspondent au moment $t = 0$. Posons

$$\partial u_2 / \partial t = U \; ; \tag{5}$$

l'équation (1) nous donnera:

$$U = U^0 \varepsilon^{-t/T} + \varepsilon^{-t/T} \int_0^t dt \, \varepsilon^{t/T} (a^2 \nabla^2 u_2 + A) \; ; \tag{6}$$

cette équation peut donc se mettre sous la forme

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = a^2 \nabla^2 u_2 - \frac{\varepsilon^{-t/T}}{T}(U^0 - TA) - \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} a^2 \nabla^2 u_2 \quad . \tag{7}$$

La comparaison des égalités: (7) du présent paragraphe et (10) du § 5. nous apprend que l'on a:

$$A(x, y, z) = \frac{1}{T}(U^0 - a^2 \nabla^2 \zeta_2^0) \; ; \tag{8}$$

à U^0 on peut substituer ici $(\partial f / \partial t)^0$. Dès lors, si l'on se reporte à l'égalité (3), on est assuré que l'expression

$$u_2 = f + \frac{\zeta_2^0}{T} + \text{Pot}\left(\frac{(\partial f / \partial t)^0}{4 \pi a^2 T}\right) \tag{9}$$

est l'intégrale de l'équation (10) du § 5., c'est-à-dire de l'équation de la perturbation partielle (u_2, v_2, w_2). Nous sommes libres d'ailleurs d'y ajouter une fonction harmonique quelconque des cordonnées indépendante du temps. Dans l'expression ainsi obtenue, f est le seul terme qui dépende simultanément des coordonnées et du temps. La perturbation (u_2, v_2, w_2) se compose, par conséquent, en premier lieu: d'une onde transversale (f, g, h) dont la tête s'avance avec la vitesse a tandis qu'en arrière d'elle il y a un résidu qui peu à peu faiblit et s'efface; en second lieu, d'une distribution dans l'espace de certaines fonctions indépendantes du temps qui se déterminent par l'état initial du milieu; cette distri-

bution vient simplement s'ajouter à la perturbation ondulatoire proprement dite que représente l'équation (4) du présent paragraphe et qui, en raison de la relation exprimée par l'égalité (2) du § 3., mériterait peut-être d'être nommée onde de rigidité.

Il est aisé de voir que, parmi les perturbations diverses qui se superposant constituent la perturbation totale (u, v, w), l'onde de rigidité est la seule qui subsiste dans le cas d'un fluide absolument incompressible. En effet, supposons:

$$(10) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \; ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \; ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0 \; ; \quad \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \; ;$$

nous avons alors:

$$(11) \quad \bar{\omega} = 0 \; ; \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \; ; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \; ; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \; .$$

Dans ces conditions, les équations (1) du § 8. donnent (moyennant les hypothèses fondamentales du § 3.) trois égalités de la forme

$$(12) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{T}\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \nabla^2 u = 0 \; .$$

ce qui démontre l'exactitude de la proposition énoncée plus haut.

§ 11. Dans ce paragraphe nous discuterons une intégrale particulière de l'équation (4) du paragraphe précédent; ce cas, si élémentaire qu'il soit, présentera néanmoins quelque intérêt. Pour les propriétés générales des intégrales de cette équation, nous renvoyons le lecteur aux travaux énumérés dans le paragraphe précédent. Soient

$$(1) \qquad u_2 = 0 \; ; \quad v_2 = v_2\,(x,t) \; ; \quad w_2 = w_2\,(x,t) \, .$$

La perturbation sera plane. Nous pouvons nous borner à considérer la composante v_2. Désignons par B, β, σ trois nouvelles constantes, par i^2 la quantité -1 et posons:

$$(2) \qquad v_2 = B\,\varepsilon^{i\sigma t}\,\varepsilon^{\beta x} + \frac{\zeta_2^0}{T} + \mathrm{Pot}\left(\frac{i\sigma B\,\varepsilon^{\beta x}}{4\pi a^2 T}\right) .$$

Cette expression de v_2 portée dans l'équation (10) du § 5. la vérifie sous la condition:

$$(3) \qquad \beta^2 = \frac{i\sigma}{a^2 T}\,(1 + i\sigma T)$$

ce qui peut s'écrire lorsque le rapport σT est petit.

$$\beta = \pm\sqrt{\frac{\sigma}{2a^2T}}\,\{1 - \tfrac{1}{2}\,\sigma T + i\,(1 + \tfrac{1}{2}\,\sigma T)\}. \tag{4}$$

Imaginons un fluide limité par le plan $x = 0$ et s'étendant à l'infini du côté des x positifs. La partie variable de la perturbation pourra se mettre sous la forme

$$B\varepsilon^{-x/l}\cos\sigma\,(t - \frac{x}{q}) \tag{5}$$

en posant:

$$a\sqrt{2\sigma T}\,(1 - \tfrac{1}{2}\,\sigma T) = q\ ;\quad a\sqrt{2T/\sigma}\,(1 + \tfrac{1}{2}\,\sigma T)\,. \tag{6}$$

La longueur d'onde λ est donnée par l'égalité

$$\lambda/l = 2\pi\,(1 - \sigma T)\ ; \tag{7}$$

l'onde en avançant faiblit rapidement[1]). C'est, on le voit aisément, un mouvement forcé, provoqué par la vibration $B\cos\sigma t$ de la surface solide qui se confond avec le plan $x = 0$.

On observera que le produit a^2T peut être remplacé, dans les formules précédentes, par le rapport μ/ρ (appelé parfois „coefficient cinématique de viscosité") en sorte que les valeurs de q, λ, l peuvent se calculer d'avance, au moins approximativement, dans chaque cas particulier.

Lorsque la valeur du rapport σT est très-grande, nous avons les égalités approchées:

$$q = a\ ;\qquad \lambda = 2\pi a/\sigma\ ; \tag{8}$$

$$l = 2aT\ ;\qquad \lambda/l = \pi/\sigma T\ ; \tag{9}$$

dans ce cas l'absorption qui se produit dans la propagation de l'onde est presque insensible. Supposons toujours que l'on connaisse la valeur de a^2T ou μ/ρ pour le fluide en question sans qu'on puisse dire quelles sont les valeurs des facteurs a et T pris isolément. Dans ces conditions il n'est pas possible de prévoir d'avance les valeurs de q, λ, l; si l'on réussissait à déterminer l'une d'elles par l'observation directe, on pourrait en déduire, au contraire, les valeurs de a et de T pour le fluide étudié.

Posons :

[1]) Lamb, Hydrodynamics, p. 538. Cambridge 1895.

$$(10) \qquad \sqrt{\sigma^2 T^2 + 1} - \sigma T = R.$$

On a rigoureusement :

$$(11) \qquad q = a\sqrt{2\sigma TR} \qquad \lambda = 2\pi a\sqrt{2TR/\sigma}$$

$$(12) \qquad l = a\sqrt{2T/\sigma R} \qquad \lambda/l = 2\pi R.$$

En résumé, les résultats que nous venons de trouver nous autorisent à dire que l'onde de rigidité qui peut s'observer dans les fluides visqueux est parfaitement accessible aux procédés de mesure de la Science actuelle.

§ 12. Dans ce qui précède, pour étudier la propagation d'un petit mouvement dans un milieu continu, nous avons fait un constant usage des composantes de la vitesse de déplacement u, v, w. Tant que l'on admet que le milieu en question jouit des propriétés d'un corps fluide, ce mode de représentation est particulièrement convenable. Considérons cependant que rien ne s'oppose à ce que l'on assigne telles valeurs qu'on voudra aux constantes du milieu appelées n, k, h, T. Attribuons des valeurs excessivement grandes soit aux modules n, k, h, soit à la période T, soit enfin aux unes et à l'autre; dans ces conditions les propriétés du milieu seront telles que l'on sera en droit de le regarder comme représentant cette nombreuse classe de corps que l'on appelle communément plastiques (ou même solides) et que, en Physique, on s'accorde à considérer [1]) comme des fluides dont la viscosité est extrême. Dans l'analyse du mouvement qui peut avoir lieu dans un milieu ainsi constitué, il sera préférable d'avoir recours aux composantes du déplacement même ξ, η, ζ. Nous avons, en vertu des §§ 1. et 5. du Mémoire précédent, l'égalité

$$(1) \qquad \frac{dp}{dt} = -h\varpi = -h\frac{d\triangle}{dt};$$

d'autre part, nous avons les équations (2) du § 2. Si l'on y joint les égalités qui expriment les hypothèses adoptées plus haut au § 3. on trouve trois équations de la forme

[1]) Voir, dans le premier Volume des Rapports présentés au Congrès de Physique réuni à Paris en 1900, les Mémoires de Sir W. Roberts-Austen et M. A. Stansfield, de M. W. Spring et de M. B. Weinberg.

$$\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} (h\triangle - p^\circ - h\triangle^\circ) + \varepsilon^{-t/T} \left\{ n\nabla^2 \xi^\circ + (k + \tfrac{1}{3} n) \frac{\partial \triangle^\circ}{\partial x} \right\} +$$

$$+ \varepsilon^{-t/T} \int_0^t dt\, \varepsilon^{t/T} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ n\nabla^2 \xi + (k - h + \tfrac{1}{3} n) \frac{\partial \triangle}{\partial x} \right\} \qquad (2)$$

Pour plus de brièveté posons

$$\Phi = \frac{p^\circ + h\triangle^\circ (1 - \varepsilon^{-t/T})}{\rho}; \qquad (3)$$

dans l'équation (2) effectuons l'intégration du dernier terme du second membre; nous trouvons

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = a^2 \nabla^2 \xi + (b^2 - a^2) \frac{\partial \triangle}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$- \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} \left\{ a^2 \nabla^2 \xi + (c^2 - a^2) \frac{\partial \triangle}{\partial x} \right\}. \qquad (4)$$

Les équations (4) appartiennent au même type que les équations (2) du § 4. et peuvent se traiter d'une manière analogue. Il est intéressant de les comparer aux équations qui ont été proposées par M. O. E. Meyer, en 1873. dans le but de rendre compte des phénomènes d'élasticité résiduelle.

---

7. M. S. ZAREMBA: **Wyznaczenie przypadku, w którym funkcye zasadnicze Poincaré'go mogą być wyprowadzone z funkcyj zasadniczych Le Roy albo z funkcyj Stekłowa.** ***(Détermination du cas où les fonctions fondamentales de M. Poincaré sont déductibles de celles de M. Le Roy ou de celles de M. Stekloff).*** Mémoire présenté par M. L. Natanson, m. t.

N⁰ 1. C'est M. Le Roy [1]) le premier qui a tenté de démontrer l'existence des fonctions fondamentales de M. Poincaré [2]). Après M. Le Roy, M. Stekloff [3]) a étudié le même problème par une

[1]) Sur l'intégration des équations de la Chaleur; Annales de l'Ecole normale supérieure 1898.

[2]) Poincaré. La méthode de Neumann et le problème de Dirichlet. Acta mathematica 1896.

[3]) Stekloff. Sur l'existence des fonctions fondamentales C. R. de l'Académie des Sc. de Paris, 27 Mars 1899.

méthode analogue à celle de M. Le Roy. Enfin j'ai[1]) établi l'existence des fonctions en question par une méthode tout à fait différente de celles des précédents auteurs. M. Stekloff s'est aperçu lui-même, ainsi qu'il a bien voulu me le communiquer, que sa démonstration était illusoire et que l'objection qui pouvait lui être faite était aussi applicable à la démonstration de M. Le Roy. M. Korn a fait de son côté la même remarque et il a eu l'obligeance de m'en faire part dans une lettre que j'ai reçue à peu près en même temps que celle de M, Stekloff.

Cela posé, il est d'un grand intérêt, pour la théorie des fonctions fondamentales, de s'assurer si, malgré l'insuffisance des démonstrations, les théorèmes sur lesquels reposent les méthodes de M. Le Roy et de M. Stekloff sont exacts.

C'est précisément ce qui sera le but de ce travail. La réponse à la question qui nous occupe peut être donnée sous une forme très simple et tout à fait générale mais, pour l'énoncer, il est nécessaire de rappeler les définitions qui servent de point de départ aux recherches concernant les divers genres de fonctions fondamentales.

Pour plus de brièveté, je renverrai à mon mémoire: Sur la théorie de l'équation de Laplace et les méthodes de Neumann et de Robin[2]) pour l'énoncé des hypothèses que doit vérifier la surface fermée *(S)* que nous allons avoir à considérer constamment ainsi que pour la définition précise des dérivées $\left(\frac{dF}{dN}\right)_e$ et $\left(\frac{dF}{dN}\right)_i$ d'une fonction F suivant la normale à la surface *(S)*; je me bornerai simplement à rappeler que la normale est supposée être dirigée vers l'intérieur de la surface et que les indices e et i servent à distinguer la dérivée calculée pour le côté extérieur de la surface, de la dérivée calculée pour le côté intérieur. Dans les cas particuliers où l'existence de la relation $\left(\frac{dF}{dN}\right)_e = \left(\frac{dF}{dN}\right)_i$ en chaque point de la surface serait évidente, nous supprimerons les indices. Cela posé, les fonctions fondamentales correspondant aux diverses définitions ont

[1]) Zaremba. Sur la théorie de l'équation de Laplace et les méthodes de Neumann et de Robin. Bulletin de l'Ac. des S. de Cracovie, Mars 1901. Zaremba, Sur l'intégration de l'équation aux dérivées partielles $\Delta u + \xi u = 0$. C. R. de l'Ac. de Paris 24 Juin 1901. Voir aussi Korn: Ueber ein Satz von Zaremba und die Methode des arithmetischen Mittels im Raume. Berlin 1902.

[2]) Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie, Mars 1901

cela de commun que toutes sont des potentiels de simples couches répandues sur la surface *(S)*. Elles se distinguent par contre par les conditions qu'elles doivent vérifier dans chaque cas sur la surface *(S)*. Désignons par

$$u_1,\ u_2,\ u_3,\ \ldots \tag{1}$$

une suite complète [1]) de fonctions fondamentales de M. Poincaré, par

$$v_1,\ v_2,\ v_3,\ \ldots \tag{2}$$

une suite complète de celles de M. Le Roy et soit enfin

$$w_1\ ,w_2,\ w_3,\ \ldots \tag{3}$$

une suite complète de fonctions fondamentales de M. Stekloff. Ces fonctions seront caractérisées respectivement par les conditions suivantes:

$$\left(\frac{du_k}{dN}\right)_e - \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i = \lambda_k \left\{\left(\frac{du_k}{dN}\right)_e + \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i\right\}, (k = 1, 2, 3, \ldots) \tag{4}$$

$$\left(\frac{dv_k}{dN}\right)_e - \left(\frac{dv_k}{dN}\right)_i = \xi_k \varphi\, v_k, (k = 1, 2, 3, \ldots) \tag{5}$$

et

$$\left(\frac{dw_k}{dN}\right)_i + \eta_k \varphi\, w_k = o\ (k = 1, 2, 3, \ldots) \tag{6}$$

où les λ_k, les ξ_k et les η_k sont des constantes, appelées nombres caractéristiques des diverses fonctions, la lettre φ désignant une fonction positive et continue définie à priori sur la surface *(S)*. M. M. Le Roy et Stekloff ont affirmé successivement que les suites (2) et (3) se réduisent à des suites analogues à la suite (1) en égalant la fonction arbitraire φ à la densité de l'électricité en équilibre sur la surface *(S)* (naturellement isolée et soustraite à toute influence étrangère).

Nous allons montrer que ces assertions, inexactes dans le cas général, sont exactes pour les surfaces *(S)* caractérisées par la propriété suivante: Désignons par A et B deux points quelconques pris sur une de ces surfaces et par α et β les angles formés par les

[1]) Nous dirons qu'une suite de fonctions fondamentales d'un genre donné est complète, lorsque toute fonction fondamentale du genre considéré est une combinaison linéaire et homogène à coefficients constants de fonctions de la suite proposée et lorsque de plus cette suite ne contient que des fonctions linéairement indépendantes.

normales en A et B avec les directions $A\,B$ et $B\,A$, il sera possible de trouver une fonction $\psi\,(M)$ de la position d'un point M mobile sur la surface (S), fonction telle que l'on ait

$$\psi\,(\mathrm{A})\,\mathit{Cos}\,\beta = \psi\,(\mathrm{B})\,\mathit{Cos}\,\alpha. \tag{7}$$

pour toutes les positions des points A et B sur la surface.

J'ajoute ceci: lorsqu'une surface (S) jouit de la propriété précédente, la densité de l'électricité en équilibre sur elle sera proportionnelle à $\psi\,(M)$.

N⁰ 2. On reconnaît sans grande peine que les assertions de M. M. Le Roy et Stekloff sont exactes ou erronées dans les mêmes cas, nous pourrons donc nous borner à considérer les fonctions de M. Le Roy. Démontrons d'abord que la condition énoncée plus haut est nécessaire et supposons à cet effet que l'on ait [1]):

$$u_k = v_k,\ (k = 1, 2, 3, \ldots), \tag{1}$$

nous aurons:

$$\left(\frac{du_k}{dN}\right)_e - \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i = \lambda_k \left\{\left(\frac{du_k}{dN}\right)_e + \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i\right\} = \xi_k\,\varphi\,u_k \tag{2}$$

Cela posé, conservons les notations du N⁰ précédent, désignons par ds l'élément de surface relatif au point B et posons encore:

$$r = AB.$$

On aura:

$$\left\{\left(\frac{du_k}{dN}\right)_e + \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i\right\}_A = \frac{\lambda_k}{2\pi}\int_S \left\{\left(\frac{du_k}{dN}\right)_e + \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i\right\}_B \frac{\cos\alpha}{r^2}\,ds \tag{3}$$

$$(u_k)_A = \frac{\lambda_k}{2\pi}\int_{(S)} (u_k)_B \frac{\cos\beta}{r^2}\,ds \tag{4}$$

On déduit de l'équation (3), au moyen d'une des relations (2), que:

$$(\varphi)_A\,(u)_A = \frac{\lambda_k}{2\pi}\int_S (\varphi)_B\,(u_k)_B\,\frac{\cos\alpha}{r^2}\,ds \tag{5}$$

Les équations (4) et (5) donnent:

$$\int_{S_1} (u_k)_B \left\{(\varphi)_B \cos\alpha - (\varphi)_A \cos\beta\right\} \frac{ds}{r^2} = 0 \tag{6}$$

[1]) On peut le faire sans nuire à la généralité.

Désignons par h une fonction continue, mais d'ailleurs arbitrairement définie sur la surface (S), par ds' l'élément de surface relatif au point A et posons:

$$(f)_B = \int_S \{(\varphi)_B \cos\alpha - (\varphi)_A \cos\beta\} \frac{h}{r^2} ds' \tag{7}$$

l'équation (6) nous donnera:

$$\int_{(S)} (u_k)_B (f)_B \, ds = 0$$

ou, bien en tenant compte de la relation (1) et en supprimant les indices devenus inutiles:

$$\int_{(S)} v_k f \, ds = 0 \; (k = 1, 2, \ldots)$$

On en conclut que le potentiel F défini par l'équation

$$\left(\frac{d\mathcal{F}}{dN}\right)_e - \left(\frac{d\mathcal{F}}{dN}\right)_i = t\,\varphi\,\mathcal{F} + f$$

où t est un paramètre, sera, considéré comme fonction de ce paramètre, une fonction entière. Or cela ne peut arriver que lorsque l'on a identiquement

$$f = \mathcal{F} = 0.$$

En d'autres termes la fonction f, définie par l'équation (7), sera nulle identiquement quelle que soit la fonction h. Or cela exige que l'on ait identiquement

$$(\varphi)_B \cos\alpha - (\varphi)_A \cos\beta = 0$$

Cela prouve bien que la condition en question est nécessaire.

N° 3. Il faut prouver maintenant que la condition (7) du N° 1 est suffisante. Prouvons d'abord que la fonction ψ (M), quand elle existe, donne la solution du problème de l'équilibre électrique sur la surface (S). Nous avons:

$$1 = \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{\cos\beta}{r^2} ds$$

d'où, en vertu de la relation (7) du No 1:

$$\psi(A) = \frac{1}{2\pi} \int_{(S)} \psi(B) \frac{\cos\alpha}{r^2} ds$$

relation qui prouve l'exactitude de notre assertion.

Voici quelles sont les propositions que nons avons encore à établir en nous plaçant dans l'hypothèse où l'on a

$$\psi(A) \cos\beta = \psi(B) \cos\alpha \tag{1}$$

$$\varphi = \psi(M) \tag{2}$$

I. La suite (2) du N⁰ 1 peut être mise sous une forme [1]) telle que chacun de ses termes puisse être considéré comme une fonction fondamentale de M. Poincaré.

II La suite (1) du N⁰ 1 peut être mise sous une forme telle que chacun de ses termes soit une fonction fondamentale de M. Le Roy-

Démontrons en premier lieu le théorème I et à cet effet, considérons le potentiel de simple couche défini par l'équation

$$\left(\frac{dU}{dN}\right)_e - \left(\frac{dU}{dN}\right)_i = t\left\{\left(\frac{dU}{dN}\right)_e + \left(\frac{dU}{dN}\right)_i\right\} + 2\varphi v_k \tag{3}$$

La fonction U est, comme on sait, développable en une série procédant suivant les puissances entières et positives de t, série dont le rayon de convergence sera au moins égal à 1. Posons donc:

$$U = \sum_{k=0}^{\infty} U_k t^k \tag{4}$$

Nous aurons:

$$\left(\frac{dU_0}{dN}\right)_e - \left(\frac{dU_0}{dN}\right)_i = 2\varphi v_k \tag{5}$$

$$\left(\frac{dU_1}{dN}\right)_e - \left(\frac{dU_1}{dN}\right)_i = \left(\frac{dU_0}{dN}\right)_e + \left(\frac{dU_0}{dN}\right)_i \tag{6}$$

$$\left(\frac{dU_k}{dN}\right)_e - \left(\frac{dU_k}{dN}\right)_i = \left(\frac{dU_{k-1}}{dN}\right)_e + \left(\frac{dU_{k-1}}{dN}\right)_i (k = 2, 3, \ldots) \tag{7}$$

La comparaison de l'équation (5) de ce N⁰ à l'équation (5) du N⁰ 1 nous donne:

[1]) Les transformations que peuvent subir les suites (1), (2) et (3) du N⁰ 1 sont les suivantes: on peut remplacer dans chaque suite les fonctions ayant un même nombre caractéristique par autant de combinaisons linéaires, homogènes, indépendantes et à coefficients constants de ces fonctions.

$$U_k = \frac{2}{\xi_k} v_k \tag{8}$$

D'ailleurs

$$(U_1)_A = \frac{1}{2\pi} \int_S (U_o)_B \frac{\cos\beta}{r^2} ds$$

d'où, à cause des relations (1) et (2):

$$(U_1)_A (\varphi)_A = \frac{1}{2\pi} \int_S (U_o)_B (\varphi)_B \frac{\cos\alpha}{r^2} ds$$

ou encore, en tenant compte de l'équation (8):

$$\xi_k (U_1)_A (\varphi)_A = \frac{1}{\pi} \int_S (\varphi)_B (v_k)_B \frac{\cos\alpha}{r^2} ds \tag{9}$$

d'ailleurs:

$$\left(\frac{dU_o}{dN}\right)_e + \left(\frac{dU_o}{dN}\right)_i = \frac{1}{\pi} \int_S (\varphi)_B (v_k)_B \frac{\cos\alpha}{r^2} ds \tag{10}$$

Les équations (6), (9) et (10) donnent:

$$\left(\frac{dU_1}{dN}\right)_e - \left(\frac{dU_1}{dN}\right)_i = \xi_k U_1 \varphi$$

Donc la fonction U_1 est une fonction fondamentale de M. Le Roy et cette fonction a le même nombre caractéristique que la fonction v_k. On s'assurera aisément que toutes les fonctions $U_2, U_3, \ldots$ sont des fonctions fondamentales de M. Le Roy ayant toutes la nombre ξ_k pour nombre caractéristique. Or il ne peut y avoir qu'un nombre fini de fonctions fondamentales linéairement distinctes correspondant à un même nombre caractéristique; donc il sera possible de trouver un nombre entier positif et fini p et des constantes non toutes nulles $a_o, a_2, \ldots a_{p-1}$ telles que l'on ait identiquement:

$$a_o U_o + a_1 U_1 + \ldots + a_{p-1} U_{p-1} = 0$$

Cette relation étant vérifiée, l'on aura en général

$$a_o U_k + a_1 U_{k+1} + \ldots + a_{p-1} U_{k+p-1} = 0 \quad (k = 0, 1, 3, \ldots).$$

Donc la fonction U qui est comme on sait [1]) une fonction méromorphe du paramètre t aura au plus $p-1$ pôles à distance finie.

[1]) Consulter les travaux cités au début.

Les résidus relatifs à ces pôles seront des fonctions fondamentales de M. Poincaré, mais ces résidus seront aussi des fonctions fondamentales de M. Le Roy et auront toutes pour nombre caractéristique le nombre ζ_k.

Il est aisé de conclure de tout cela la proposition suivante: Dans les conditions où nous nous sommes placés, il est possible de former un ensemble dénombrable de fonctions dont chacune est une fonction fondamentale à la fois au sens de M. Poincaré et de M. Le Roy; en outre toute fonction fondamentale de M. Le Roy est une combinaison linéaire homogène et à coefficients constants d'un nombre fini de fonctions appartenant à l'ensemble précédent. Donc, il est aisé de le voir, le théorème I est démontré. La démonstration du théorème II est absolument analogue à celle du théorème I, on aura soin seulement de considérer, au lieu de la fonction U définie par l'équation (3) la fonction V, potentiel de simple couche défini par l'équation suivante:

$$\left(\frac{dV}{dN}\right)_e - \left(\frac{dV}{dN}\right)_i = t\,\varphi\, V + \left(\frac{du_k}{dN}\right)_e - \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i$$

No 4. Nous désirons, en terminant, faire quelques remarques au sujet des résultats précédents.

Observons en premier lieu que lorsqu'une surface jouit de la propriété exprimée par la relation (7) du N° 1 il est trés aisé de résoudre, pour cette surface, le problème de la distribution électrostatique; ainsi par exemple, on retrouve très simplement, par cette voie, le résultat bien connu relatif à l'ellipsoïde. Voici maintenant une extension que l'on peut apporter à la théorie exposée dans les numéros précédents. J'ai montré ailleurs [1]) que la notion de chacune des trois espèces de fonctions fondamentales pouvait s'étendre au cas où l'on remplace l'équation de Laplace par l'équation

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \xi F = 0$$

où ξ est un nombre réel et négatif. On peut donc se poser dans ce cas général une question tout à fait analogue à celle qui nous a

[1]) Voir, outre les travaux déjà cités, mon mémoire: Sur les fonctions dites fondamentales dans la théorie des équations de la Physique. Bulletin de l'Ac. de Cracovie, Février 1901. On pourra aussi consulter Korn: Ueber die Differentialgleichung $\Delta U + k\varphi^2 U = f$ und die harmonischen Functionen Poincarés. Berlin 1902.

occupés dans les numéros précédents. Les mêmes méthodes se trouvent être applicables à l'étude de ce cas général. On trouve que la condition nécessaire et suffisante pour que les fonctions fondamentales généralisées de M. Poincaré soient déductibles de celles de M. Le Roy et de celles de M. Stekloff est identique à celle que nous avons trouvée en nous occupant des fonctions harmoniques. Il se trouve même que, pour réduire les fonctions de M. Le Roy et celles de M. Stekloff aux fonctions de M. Poincaré il faut, dans le cas général comme dans le cas de l'équation de Laplace, égaler la fonction φ à la densité de l'électricité en équilibre sur la surface.

---

8. M. M. RACIBORSKI: **O kwiatach na plewach jęczmienia widlastego.** *(Ueber die epiphyllen Blüthen der Gabelgerste (Hordeum trifurcatum Schlch.). (Sur les fleurs épiphylles de l'orge sans barbes de l'Himalaya);* note lue par le secrétaire M. Rostafiński m. t.

Hordeum trifurcatum Schlch., Gabel- oder Löffelgerste, Orge sans barbes de l'Himalaya, Nepaul-Wheat ist eine Abart der vierzeiligen Gerste, deren Deckspelze grannenlos oder sehr kurz und weich begrannt, dagegen unterhalb der Spitze kapuzenartig vertieft und erweitert ist und unterhalb der Kapuze zwei seitliche Auswüchse trägt. Diese Varietät, von der mehrere Unterabarten bekannt und durch F. Koernicke (Die Arten und Varietäten des Getreides p. 164. Nr. 14, 15, 16, 21, 22, 23) beschrieben sind, ist offenbar an verschiedenen Stellen der Gerste cultivierenden Länder entstanden; so ist z. B. die Varietät cucullatum, welche W. Schimper in Abessinien gesammelt hat, dort in Cultur; Hordeum trifurcatum Schl. ist „im Himalaya Gebirge einheimisch und soll unter dem Namen „Nepaul Wheat" im Jahre 1817 vom Himalaya nach England eingeführt worden sein" (Werner: die Sorten und der Anbau des Getreides pag. 623). In Europa sind, wie es scheint, bis heute die Gabelgerstevarietäten nirgendswo im grossen angebaut, obwohl in letzter Zeit die Zahl der hierher gehörenden Abarten infolge der gelungenen Kreuzungen des Hordeum trifurcatum mit Hord. tetrastichum pallidum, Hordeum distichum Steudelii und H. Zeocrithon bedeutend vermehrt worden ist. Die glänzenden Versuche Rimpau's haben zwei, — vier — und sechszeilige Gabelgersten,

solche mit nackten und beschalten, weissen oder schwarzen Samen geliefert.

Bei vielen Grasarten sind begrannte neben unbegrannten sogar als nahe verwandte Formen vorhanden, z. B. bei mehreren Weizenarten. Die unbegrannte Gabelgerste ist jedoch von der gewöhnlichen vierzeiligen Gerste nicht nur durch das Fehlen der Grannen, sondern durch die eigenthümliche Ausbildung der Deckspelze verschieden. Die Deckspelze trägt nämlich zwei seitliche lanzettförmige oder lineare Auswüchse, ist dabei oberhalb derselben kapuzenartig ausgehöhlt, und trägt in der Vertiefung, wie es Irmisch, Henslov, Hoffmann, Baillon, Masters, Penzig, Koernicke bemerkt haben, die Spuren einer „rudimentären Blüthe in verschiedener Ausbildung" (Koernicke l. c. 171). Bei einer Varietät der Gabelgerste, der var. Horsfordianum Wittm. konnte Wittmack sogar zwei Blüthen finden, in welchen die Blüthe der Deckspelze fruchtbar war, indem die Deckspelze „ein vollständiges, normales, wenn auch etwas kleineres Korn ausgebildet" hat. (Berichte der d. b. Gesellschaft 1884 p. LXI). Eben die sonderbare Ausbildung der Deckspelze war für E. Meyer die Ursache, die Gabelgerste generisch von den anderen Gerstenarten zu trennen unter dem Namen Critho Aegiceras E. Meyer.

Die sonderbaren morphologischen Verhältnisse der Deckspelze der Gabelgerste, die ich bei dem gewöhnlichen H. trifurcatum sowie bei der Varietas Horsfordianum und bei mehreren der berühmten Kreuzungsproducte Rimpau's studiert habe, will ich in den folgenden Zeilen besprechen.

Die Blüthenverhältnisse der Gerste sind in mehrerer Hinsicht von denen der verwandten Grasarten verschieden. Die Blüthenähre ist aus Blüthendrillingen aufgebaut, von denen jeder für sich deck- und vorblattlos auf den Absatzstufen der Ahrenspindel sitzt. Eine einzelne Blüthe hat zwei Hüllblätter, welche bei der medianen Blüthe vorne seitlich, bei den seitlichen Blüthen eines Blüthendrillings transversal sitzen. Ein Ährchen, welches an der Basis die beiden seitlichen Hüllblätter trägt, besitzt höher oben und vorne eine Deckspelze, noch höher hinten eine winzig kleine Blattanlage und schliesst damit ihr Wachsthum ab. In der Achsel der Deckspelze sitzt die Blüthe, welche hinten durch die zweikielige Vorspelze geschützt wird. Bei der zweizeiligen Gerste sind nun die seitlichen Blüthen mehr oder weniger verkümmert und unfruchtbar, ihre

Deckspelze im Gegensatz zu derjenigen der Mittelblüthe grannenlos, während die letzte in eine lange Granne ausläuft.

Bei einer Gabelgerste, möge sie zum Typus des H. distichum, H. tetrastichum oder H. hexastichum gehören, fehlen die langen und steifen Grannen der Deckspelzen, wodurch die ganze Ähre ein für die Gerste ganz fremdartiges Aussehen bekommt. Der merkwürdige Habitus einer Gabelgerstenähre wird noch dadurch gesteigert, dass die Deckspelzen nahe der Spitze zwei mehr oder weniger starke und lange seitliche Auswüchse tragen. Diese seitlichen Auswüchse, welche in mehrfacher Hinsicht einer Granne ähneln entstehen verhältnismässig spät auf dem schon gut differenzierten Deckspelzenprimordium, in dem solches kurz unterhalb der Spitze zwei zur Seite wachsende Höcker ausbildet. Die Nerven der Deckspelze anastomosieren auf dieser Höhe transversal und von der Verbindungsstelle derselben läuft je ein starker Nerv in die seitlichen Auswüchse hinein. Diese sind bald 1—2 mm lang und breit, gewöhnlich bis 1 cm lang, bei einer zweizeiligen Gabelgerste erreichen dieselben sogar ausnahmsweise die Länge von 3 cm und sind dann den Grannen ähnlich gebaut, doch schwächer, weicher und nicht nach vorne sondern zur Seite nach hinten gerichtet. Diese Auswüchse sind seitliche Auszweigungen der Lamina der Deckspelze.

Diejenigen Anlagen der Deckspelze, in deren Achsel eine schon als Primordium differenzierte Blüthenanlage vorhanden ist, zeigt noch keine Spur von den seitlichen Auswüchsen, welche eine spätere Bildung sind. Dagegen fängt jetzt der Spitzentheil des Deckblattes an in die Dicke zu wachsen, und in einer kleinen Entfernung unterhalb der Spitze entsteht dadurch in der Medianebene der Oberseite ein Höcker. Dieser Höcker, das Primordium der sonderbaren Spitzenblüthe der Deckspelze, entsteht durch wiederholte Theilungen der Periblemzellen. Auf den zahlreichen Längsschnitten ist mir kein Fall vorgekommen, wo die Bildung derselben auf eine einzige, und noch weniger auf eine Epidermzelle zurückzuführen wäre. Er ensteht auch, wie schon erwähnt, recht spät, wenn die Achselblüthenanlage schon verhältnismässig gross ist und in einer zwar nicht sehr grossen Entfernung oberhalb derselben, aber doch in einer so grossen, dass ein einheitlicher Ursprung der beiden Blüthenprimordien, der Knospe und der Deckblattblüthe, weder vorhanden ist, noch durch die Zellanordnungen

sich andeuten lässt. Die beiden erwähnten Blüthenanlagen entstehen unabhängig von einander.

Das Primordium der Deckspelzenblüthe bildet bald die einzelnen Blattanlagen, und in dieser Hinsicht finden wir zwischen verschiedenen Blüthen derselben Ähre und zwischen verschiedenen Abarten der Gabelgerste manche Differenzen. Ich beschreibe hier zunächst das Verhalten der gewöhnlichen vierzeiligen Gabelgerste, welche am meisten Stabilität im Blüthenbau aufweist, während die zahlreichen Kreuzungsproducte der Gabelgerste gewöhnlich mehr Abweichungen zeigen.

In den allermeisten Fällen bildet sich auf der Blüthenanlage der Deckspelze zunächst eine Anlage des ersten Blattes, auf der der Basis der Spelze abgekehrten oberen Seite. Diese Anlage wächst zu einer durchsichtigen Schuppe aus, welche eine Länge von $^1/_2$ bis 4 mm, eine Breite von 0.4 bis 1.5 mm erlangt, mit 1 bis 3 Nerven versehen ist, ohne jede Granne oder grannenähnliche Spitze endet und, indem sie nach unten gebogen wird, von oben her die übrigen Organe der Deckspelzblüthe bedeckt. Während dieses Blattorgan schuppenartig sich ausbildet und mit seiner Basis die obere Seite wie auch die beiden Flanken der Blüthe, häufig mit den Rändern auch die Basis derselben umgiebt, bilden sich auf der entgegengesetzten, also basalen Seite ein oder zwei kleine Höcker aus, welche ihr Wachsthum bald einstellen und als Lodiculae functionieren. Gegen die Mitte des Blüthenprimordiums bilden sich weitere drei Höcker zu den Staubblättern aus, manchmal und zwar nicht selten sind jedoch die Staubblätter in zwei dreigliedrigen Wirteln, also zu 6 ausgebildet. Im Inneren der Blüthe wird eine Fruchtblattanlage, nicht selten jedoch zwei median über einander stehende gebildet.

Die weitere Entwickelung aller dieser Blüthenorgane ist gewöhnlich mehr oder weniger gehemmt, manchmal auch nicht normal. Nicht selten kommt es vor, dass zwei Staubblätter mit ihren Filamenten verwachsen sind, oder dass ein Fruchtblatt mit 4 Narben endet. Die Ausbildung der Staubblätter schreitet in verschiedenen Fällen sehr verschieden weit fort. Bald erscheinen sie nur als kleine Höcker, oder es werden die Antheren gebildet, in welchen bald entweder nur die Archesporgruppen oder Pollenmutterzellen oder sogar normale Pollenkörner gebildet werden. Die innere Ausbildung der Fruchtblätter endet gewöhnlich sehr frühzeitig. Bald

wird ein Nucellus mit oder ohne Spuren des Integumentes gebildet, oder es kommt sogar zu der Bildung eines Embryosacks. Ein Fall, wie der von L. Wittmack beschriebene, der vollständigen Ausbildung der Früchte in der Deckspelzblüthe, ist in meiner Anpflanzung nicht vorgekommen.

Die Granne der Deckspelze, welche eine Blüthe trägt ist immer stark verkümmert. Häufig ist die Spitze der Deckspelze oberhalb der Blüthe nur wenige Mikrometer lang, manchmal bis 1 mm lang, bei den zweizeiligen (und manchen 4-zeiligen) Gabelgerstevarietäten sogar bis 2 cm lang, aber nicht steif, sondern weich und gebogen. Da wo diese rudimentäre Deckblattspitze etwas stärker entwickelt ist, trägt sie oberhalb der beschriebenen noch eine zweite, mehr rudimentäre Blüthe, um welche gewöhnlich zwei seitliche, winzig kleine Schuppen transversal, manchmal auch median ausgebildet sind. Auch die Anlagen der oberen Blüthe sind ebenso wie die der unteren Deckspelzblüthe von oben her nackt, ohne Bedeckung, ohne Schutzorgane.

Die sonderbare Erscheinung der Deckspelzblüthen der Gabelgerste ist in mehrerer Hinsicht interessant genug. Zunächst will ich betonen, dass wir es in diesem Falle mit keiner Anomalie oder mit etwas Teratologischem zu thun haben. Ist doch die Gabelgerste eine längst bekannte, stabile und erbliche Varietät

In biologischer Hinsicht bleibt uns die Erscheinung ganz räthselhaft. Klar ist nur, dass zwischen der Ausbildung der Grannen und der Deckspelzblüthen eine Correlation besteht, indem die Ausbildung eines dieser Organe hemmend auf die Entwickelung des anderen wirkt.

Die biologische Bedeutung der Blüthen auf der Oberseite der Spelze bleibt mir unbekannt, dieselben machen auf mich sogar mehr als irgend andere Erscheinungen des Pflanzenreiches den Eindruck zweckloser Gebilde. Es bleiben zwar viele Blüthen verschiedener Pflanzen rudimentär, doch erfüllen sie dann andere Functionen, dienen als Schauapparate, als Nectarien, oder endlich als Reserveblüthen in den Fällen, wenn andere in der Entwickelung behindert werden. Bei der Gabelgerste ist keine dieser Erklärungen zutreffend, die Blüthen der Deckspelze bleiben in den allermeisten Fällen unfruchtbar.

Nicht minder interessant bleibt die Gabelgerste in morphologischer Hinsicht, denn wir haben es hier mit echten blattbürtigen

Blüthen zu thun. Die Zahl der Pflanzen mit echten blattbürtigen Blüthen ist gering (cfr. de Candolle. Recherches sur les inflorescences épiphylles 1890) und wird in Zukunft noch mehr reduciert werden, denn „in den meisten dieser Fälle dürfte es sich um eine Verschiebung der in der Blattachsel angelegten Knospe und um eine Verwachsung mit dem Blatte handeln". (Goebel, Organographie II, pag. 622). Bei der Gabelgerste zeigt doch die Entwickelungsgeschichte verhältnismässig leicht, dass die Blüthen der Deckspelze keine Achselgebilde derselben sind. Wir haben es bei der Gabelgerste mit einer sonderbaren Mutation der gewöhnlichen Gerste zu thun, welche ausser den gewöhnlichen normalen auch epiphylle Blüthen trägt, und welche als eine Ausnahme von der allgemeinen Regel, dass die neuen Sprosse nur als Achselgebilde entstehen, volle Beachtung verdient.

---

9. M. M. RACIBORSKI: **O rozmnażaniu rostowem paproci Angiopteris evecta.** *(Ueber die vegetative Vermehrung der Marattiacee Angiopteris evecta). Sur la reproduction par bourgeonnement de la Marattiacée Angiopteris evecta;* note lue par le secrétaire M. Rostafiński m. t.

Es ist den Gärtnern wohl bekannt, dass die Marattiaceen leicht vegetativ zu vermehren sind. Die abgeschnittenen Stücke der dicken und saftigen Nebenblätter bilden nämlich, in passenden Vegetationsverhältnissen gehalten, mit Leichtigkeit Adventivknospen, die sich bewurzeln und die Mutterpflanze regenerieren. Es war mir dagegen unbekannt, ob die Marattiaceen im Freien im Stande sind, vegetativ sich zu vermehren und zu verbreiten. Einen diesbezüglichen Fall, Angiopteris evecta betreffend, will ich deswegen im folgenden beschreiben.

Angiopteris evecta Hoffm. ist ein Riesenfarn mit einem fast kugligen, bis 0·8 Meter breiten und hohen Stamm und bis 3·5 Meter langen Blättern. Diese Art ist auf den Inseln des malaischen Archipels besonders häufig, ausserdem ist sie nördlich bis zum Himalaya und bis Japan, südlich bis Caledonien verbreitet. Auf Java ist sie in der unteren Waldzone der dortigen Vulkane, also in einer Höhenzone zwischen 1000—1500 m über dem Meeresspiegel, besonders an den steilen, beschatteten Abhängen ungemein häufig.

Die Blätter dieser Art, wie auch der anderen Marattiaceen sind auch im erwachsenen Zustand deutlich in zwei Theile, in den Blattgrund und das Oberblatt differenziert. Der Blattgrund der erwachsenen Blätter ist als Blattkissen entwickelt, welche am Querschnitt rhombisch und bis 2 dcm lang sind und an ihren Flanken die fleischigen Lappen der Nebenblätter tragen. Das Oberblatt dagegen ist in Blattstiel und die zwei- (seltener 3-) fach gefiederte Blattlamina getheilt.

Die beiden Haupttheile der Blätter sind von einer ungleich langen Lebensdauer. Das Oberblatt (also Blattstiel und Blattlamina) ist gewöhnlich 2 bis 3 Jahre lebensfähig, verwelkt und fällt ab, nachdem sich zwischen dem Blattstiel und dem Blattgrund eine verkorkte Trennungsschicht gebildet hat. Diese korkähnliche Schicht *(Pseudophechoid Hannig's Botanische Zeitung, 1898)* überzieht die ganzen resistenten Blattstielbasen, entwickelt sich dagegen nicht auf den schneller vergänglichen Blattstielen der Pflanze.

Die dicken, kugligen Stämme der Pflanze sind von den dichtstehenden Blattstielbasen, die einander gegenseitig tangieren, und von den langen fingerdicken Adventivwurzeln der Pflanze, welche zwischen jenen nach unten verlaufen, bedeckt.

Die alten Blattstielbasen sind mit einer dicken braunen humificierten Schicht bedeckt, die Nebenblattlappen gehen langsam zu Grunde, während das Gewebe im Inneren sehr lange am Leben bleibt. Dieses parenchymatische Gewebe fungiert zugleich als Wasserreservoir, in welchem sehr zahlreiche charakteristische Gänge der Marattiaceen verlaufen. Diese Gänge (gewöhnlich Gummi- oder Schleimgänge genannt, meiner Ansicht nach den Milchröhren ganz homologe Gebilde) sind mit Hilfe der Leptominreactionen sehr leicht und schön auf dem Querschnitt der Blattstielbasen für unbewaffnete Augen sichtbar zu machen.

Ähnliche Blattstielbasen, die nach dem Verwelken und Abfallen der Blätter dem Wurzelstock der Pflanze als Wasserreservoire dienen, sind bei mehreren tropischen Farnarten vorhanden, ich habe solche nämlich bei der Lastraea Boryna und allen Plagiogyriaarten gesehen, lauter Arten, die auf feuchten Waldstellen wachsen.

Die Blattstielbasen der Angiopteris evecta bleiben viele Jahre am Stamm lebend, wie lange überhaupt, kann ich nicht bestimmt sagen, vermuthe jedoch, etwa 10 oder mehr Jahre. Langsamer geht

jedoch die Pseudophechoidschicht, welche zuglich zu einer Trennungsschicht wird, auf die Basis derselben über an die Grenze zwischen Stamm und die Blattkissen, welche nur ziemlich lose mit Hilfe der Gefässbündel am Stamm haften und endlich infolge der eigenen Schwere abfallen.

Solche abgefallenen, losen Blattkissen der Angiopteris, welche auf der Oberfläche braunschwarz, häufig angefault oder sogar halb verrottet sind, sind in den javanischen Wäldern nicht selten zu finden. Bei ihrer bedeutenden Grösse und Schwere rollen sie an den steilen Abhängen der javanischen bewaldeten Vulkane tief nach unten herab und sind dann in eventuellen Vertiefungen etc. liegend, losen Lava-Steinen habituell ganz ähnlich, zu finden.

Ich habe viele solche Blöcke gewogen, diejenigen der gewöhnlichen Grösse wogen zwischen 1300—1500 Gramm, die ganz alten, halb verfaulten 890 bis 1060 Gramm, manche ganz kleine 230 bis 260 Gramm.

Diese abgefallenen, alten Blattstielbasen bilden nun normal auf ihren Flanken starke Adventivknospen, welche sich schnell bewurzeln und die Pflanze verbreiten. Eben deswegen ist es so häufig, sehr alte Exemplare der Angiopteris von zahlreichen jüngeren umgeben zu sehen, auf diese Weise verbreitet sich Angiopteris auf den steilen Abdachungen der Berge nach unten zu.

Ich dachte mir, diese Blattstielbasen eignen sich vielleicht dazu, die Marattiaceen auf weite Strecken leicht lebend zu versenden. Die erste Probe, die ich mit den Blattstielbasen von Angiopteris evecta gemacht habe, welche die Direction des Gartens in Buitenzorg nach Dublany gesandt hat, ist jedoch ohne Erfolg geblieben, indem, wie ich vermuthe, dieselben unterwegs von der Winterkälte des Jahres 1900 gelitten haben. Eine zweite Sendung der Blattkissen, welche trocken in Holzkohle verpackt hierher kamen, lieferte günstige Resultate, die Stücke keimten gut in Dublany trotz einer einen Monat langen Reise.

Die vegetative Vermehrung der Pflanzen durch die abgeschnittenen Blätter ist den Gärtnern bei vielen Pflanzen bekannt, es scheint doch in der freien Natur eine Verbreitung der Pflanzen durch abgefallene Blätter oder Blattheile selten vorzukommen. Ich will nicht von den Adventivknospen sprechen, wie solche an den im Zusammenhang mit der Mutterpflanze bleibenden Blättern vieler Farne, Begonien, Tolmiea oder Ornithogalum sich bilden. Bei Bryophytum

calycinum habe ich dagegen auf Java mehrere Male die Bildung der Adventivknospen auf den schon spontan abgeworfenen Blättern gesehen. Am schönsten dagegen demonstriert die vegetative Vermehrung und Verbreitung der Pflanze durch die abgefallenen Blattheile (neben der Angiopteris) eine Aroidee aus Zanzibar, Gonatopus Boiveni, Decaisne *(cfr. Engler, Nat. Pflanzenfamilien I, 2, pag. 103)*. Das einzige Blatt der Pflanze ist dreitheilig, die einzelnen Blattheile fiederig oder gewöhnlich an der Basis doppelfiederig, wobei die einzelnen Blättchen gegenzeilig stehen. Ist nun das junge Blatt schon etwas erhärtet und mehr steif, dann fallen manche, gewöhnlich 2—5, der grünen Blättchen ohne eine ersichtliche äussere Ursache ab, fallen zu Boden, verdicken sich an ihrer Basis zu einem Knöllchen, welches sich bald bewurzelt und eine junge Pflanze bildet. Es fallen gewöhnlich weder die apicalen noch die basalen Blattfiedern, sondern die des ersten oder zweiten subapicalen Paares ab. Nachdem einige der Blättchen in der erwähnten Zeit abgefallen sind, bleiben die anderen auf dem Blatt noch mehrere Monate thätig, fallen nicht weg und gehen mit dem ganzen Blatt in der Trockenzeit zu Grunde. Die abfallenden Blättchen sind den bleibenden ganz ähnlich. Die Ursache, warum jene abfallen, diese aber an der Pflanze bleiben, ist mir unbekannt geblieben.

---

10. M. M RACIBORSKI: **O pewnej chemicznej reakcyi powierzchni korzeni.** ***(Ueber eine chemische Reaction der Wurzeloberfläche).*** *(Sur une réaction chimique se produisant à la surface des racines)*; note lue par M. Godlewski m. t.

Seit den fundamentalen Versuchen Liebig's und Sachs' ist es bekannt, dass die Wurzeloberfläche aus Zellen aufgebaut ist, deren Wände mit einer sauren Flüssigkeit durchtränkt sind. Eben vermöge dieser sauren Flüssigkeit kommen auf der Oberfläche von polierten Marmorstücken jene Corrosionsbilder der Wurzeln zu Stande, die wir zu Demonstrationszwecken benutzen. Wie aus der Arbeit Czapek's und der Zusammenstellung in Pfeffer's Physiologie Bd. I pag. 153 zu ersehen ist, scheint die Acidität des Wurzelsecretes durch die Anwesenheit freier Kohlensäure sowie meistens durch das in kleinen Mengen ausgeschiedene Monokaliumphosphat bedingt

zu werden. Dass das Secret der Wurzel und der Wurzelhaare ausser den sauren auch reducierende Eigenschaften besitzt, war schon Sachs bekannt. H. Molisch (Über Wurzelausscheidungen, 1888, Wien) verdanken wir weitere Mittheilungen darüber, die jedoch durch Höveler (Jahrb. d. wiss. Botanik 1892 pag. 311 sq.) angegriffen worden sind. Dass im Secret der Wurzelhaare und der jungen Wurzeln Leptomin verhanden ist, habe ich vor kurzem (Üb. d. Keimung der Tabaksamen. Bull. de l'institut botanique de Buitenzorg Nr. VI) nachgewiesen.

Das Vorhandensein des Leptomins im Secret der thätigen Wurzel kann man bequem und instructiv auf folgende Weise als Vorlesungsversuch demonstrieren. Ich benutze dazu Fliesspapier, welches entweder mit einer alkoholischen Guajaklösung oder mit einer alkoholischen α-Naphtollösung durchtränkt und getrocknet war. Die Wurzel einer beliebigen Pflanze, welche im Wasser oder auf nassem Fliesspapier cultiviert war, auf dem erwähnten Guajak- oder α-Naphtolpapier ausgebreitet und nachher mit einer verdünnten Wasserstoffsuperoxydlösung begossen, zeigt momentan eine intensive Färbung ihrer Spuren (eine blaue auf Guajak —, eine violette auf Naphtolpapier). Dass das reactionsfähige Leptomin thatsächlich durch die Wurzel nach aussen ausgeschieden wird, kann auf verschiedene Weisen nachgewiesen werden. Sind die Samen einer Pflanze auf mehrfacher Lage des Fliesspapiers zur Keimung gebracht, so erscheint die Leptominreaction der Wurzelspuren der Keimlinge nicht nur auf der oberflächlichen Lage des Papiers, sondern auch auf den tieferen, bis zu welchen das Leptomin hinein diffundiert ist. Bringt man die Samen in ein wenig Wasser zur Keimung, so zeigt das Wasser bald nach der Keimung eine intensive Leptominreaction. Haben die Pflanzen in einer Erde gekeimt, welche — was nicht immer der Fall ist — mit Guajak und Wasserstoffsuperoxyd keine Reaction zeigt, so tritt doch die Reaction in der Nähe der Keimlinge hervor. Endlich zeigt die mikroskopische Observation, dass das Leptomin, welches in dem Plasma der Wurzelhaare vorhanden ist, auch die Wand derselben total durchtränkt. Durch alle diese Versuche, die man beliebig abändern kann, ist zur Genüge bewiesen, dass in dem Wurzelsecret nicht nur anorganische Salze oder Säuren sondern auch das Leptomin vorhanden ist.

Das Leptomin in dem Wurzelsecret scheint bei den Phanerogamen allgemein verbreitet zu sein. Als beste Demonstrations-

pflanzen kann ich Zea Mays und andere Gramineen, wie Hirse, Weizen, Roggen, Gerste, Hafer; Leguminosen, wie Erbsen oder Bohnen; Cruciferen, wie Lepidium oder Raphanus, auch Cucurbita oder Lein empfehlen. Es ist mir keine Pflanze vorgekommen, deren Wurzelsecret ganz frei von Leptomin wäre, wenn auch, was die Stärke der Reaction anbelangt, grosse Differenzen zwischen einzelnen Pflanzenarten herrschen. So gehört der Buchweizen zu denjenigen, deren Wurzel eine nur schwache Leptominreaction zeigen.

Was die Localisation des Leptomins anbelangt, so herrscht in dieser Hinsicht bei verschiedenen Pflanzenarten eine reiche Mannigfaltigkeit. Was die Wurzel betrifft, so kann man im allgemeinen sagen: das Leptomin tritt bald oberhalb der Vegetationsspitze der Wurzel auf, ist regelmässig in den Wurzelhaaren vorhanden, verschwindet dagegen auf den älteren Wurzeltheilen. Es scheint somit die Vertheilung des Leptomins besonders auf diejenigen Wurzelzonen zu fallen, welche zur Aufnahme des Wassers und der anorganischen Salze dienen, wobei sogleich einer Ausnahme gedacht werden soll, indem auf älteren Wurzeltheilen die Austrittstellen der seitlichen Wurzeln eine starke Leptominreaction zeigen. Vielfach zeigen verschiedene oberflächliche Zellen des hypocotylen Gliedes der Stengel und Blätter die Leptominreaction, und doch ist die Reaction besonders schön auf der Oberfläche der Wurzel entwickelt. Mit ihrer Hilfe ist die Grenze der Wurzel und des hypocotylen Gliedes in den meisten Fällen enorm scharf gezeichnet, ja man kann die Reaction (soweit es sich um die Oberfläche der Pflanze handelt) geradezu eine Wurzelreaction nennen.

Ob die Bildung und die Secretion des Leptomins durch die Wurzel von den Ernährungsverhältnissen derselben abhängig ist, scheint mir unwahrscheinlich. Die Reaction kommt doch während der Keimung zu Stande, während welcher die Pflanze ihre eigenen Reservestoffe verbraucht; ich konnte auch keine Differenz in der Stärke der Reaction zwischen den Maispflanzen sehen, welche in verschiedenen Nährlösungen cultiviert waren.

Ob das Leptomin, welches durch die thätigen Wurzeltheile nach aussen secerniert wird, für das Pflanzenleben indifferent bleibt oder von irgend welcher physiologischen Bedeutung ist, lässt sich zur Zeit nur vermuthen. Thatsächlich fehlt bis heute irgend ein Experiment über die physiologische Rolle des Leptomins. Die Oxydationen, mit deren Hilfe das Leptomin nachgewiesen wird,

treten nur in Gegenwart des Wasserstoffsuperoxyds und nicht in der Natur auf.

---

11. M. M. RACIBORSKI m. c.: **O kilku nieznanych paprociach archipelagu malajskiego.** *(Ueber einige unbekannte Farne des malayischen Archipels).* *(Sur quelques fougères nouvelles de l'Archipel malais).* Note lue par le secrétaire M. Rostafiński m. t

Während meines Aufenthaltes auf Java habe ich einige bisher noch unbekannte Farnarten theils zwischen den Pflanzenschätzen des Buitenzorger Gartens, theils auf meinen Ausflügen beobachtet und gebe hier ihre Beschreibungen. Besondere Beobachtung verdient eine neue Marattiaceae: Angiopteris Smithii.

Angiopteris Smithii Rac.

In dem botanischen Garten zu Buitenzorg wird seit vielen Jahren eine Angiopterisart cultiviert, welche von der gewöhnlichen Ang. evecta schon durch ihre viel kleineren, einfach gefiederten Blätter leicht zu unterscheiden ist. Es ist nun vor kurzem durch Christ und Giesenhagen (Pteridographische Notizen, Flora, 1899) eine andere verwandte Art, und zwar als eine neue Gattung der Marattiaceen, Archangiopteris Henryi, aus dem südwestlichen China beschrieben worden, und dadurch bekommt die bisher unbeschriebene Art des botanischen Gartens in Buitenzorg ein neues Interesse, indem sie genau in der Mitte steht zwischen der altbekannten Angiopteris evecta und der neu beschriebenen chinesischen Gattung.

Leider ist die Localität, von welcher die Pflanze stammt, wie auch der Name des Sammlers nicht bekannt. Mit grosser Wahrscheinlichkeit lässt sich jedoch annehmen, dass dieselbe auf einer der Inseln der holländischen Insulinde, vielleicht auf Sumatra oder Borneo gefunden und nach Buitenzorg gesandt worden ist.

Der Wurzelstock ist einer jungen Angiopteris evecta ähnlich, aufrecht, spiralig beblättert, 1 dcm breit. Die Blätter sind bis 1 m lang, mit einem bis 8 mm dicken Stiel, einfach gefiedert. Die Seitenblätter auf jeder Seite der Hauptspindel zu 5—10, sehr kurz gestielt, articuliert, länglich oval, an der Basis abgerundet, an der Spitze lanzettförmig, ganzrandig, lederartig, oberseits dunkelgrün, unterseits hellgrün, 5—9 cm breit, 2—3 dcm lang. Die Mittelrippe an der Basis bis zu 3 mm dick. Die secundären Nerven gewöhnlich gleich

bei der Ursprungsstelle, seltener wenige Millimeter höher gegabelt, die Gabeläste manchmal noch einmal gegabelt, parallel, gegen den Rand flach bogig aufsteigend, und daselbst 1 mm von einander entfernt. Die Scheinnerven, welche bei Angiopteris evecta zwischen den Nervillen bis zum Blattrande verlaufen, fehlen.

Die Sori stehen an den Seitennerven subapical, 0·5—0·7 mm von dem Blattrande entfernt, sind etwas länger als bei Angiopteris evecta, linear oval, 2—4 mm lang. Die Indusialschuppen kurz, mit blossem Auge unsichtbar, ähnlich der A. evecta; ebenso fehlen die Haare auf der medianen und schwächer als bei A. evecta entwickelten Crista in der Mitte des Sorus. Die zweizeiligen Sori tragen auf jeder Seite 8—14 Sporangien, die Zahl der Sporangien eines Sorus (mit den apicalen) beträgt 18—30; an der Basis der Blättchen sind jedoch kürzere Sori vorhanden, welche der Grösse, Gestalt und dem Bau nach von A. evecta nicht verschieden sind und 10—16 Sporangien tragen.

Die Anatomie des Blattes ist nur wenig verschieden von Angiopteris evecta, stimmt dagegen mehr mit Archangiopteris Henryi überein. Das Hypoderm ist einschichtig, mit wenig verdickten Wänden, Pallisadenzellen kurz, Schwammparenchym mächtig entwickelt, der Oberfläche parallel.

Die Abweichungen unserer Art von den zwei anderen zeigt folgende Zusammenstellung:

	Archangiopteris Henryi	Angiopteris Smithii	A. evecta
Blätter . . .	einfach gefiedert	einfach gefiedert	doppelt gefiedert
Die Blättchen	breit	breit	schmal
Die Scheinnerven . .	fehlen	fehlen	vorhanden
Hypoderm .	schw. entwickelt	schwach	stark
Pallisadenzellen . .	kurz	kurz	länglich
Sori	lang linear	linear oval	oval
Die Zahl der Sporangien .	80—120	18—30	1—15
Sori	median	subapical	subapical
Indusialhaare	viele und lang	wenig u. kurz	wenig u. kurz

Was die Gattungszugehörigkeit unserer Art anbetrift, so lässt sich dieselbe sehr bequem unter Angiopteris einreihen. Nach meinem systematischen Geschmack lässt sich sogar, und zwar eben wegen des Vorhandenseins der Ang. Smithii, die Archangiopteris ebenfalls zur Angiopteris einrechnen, und zwar wegen der medianen Sori als eine Untergattung, so dass diese Gattung in folgender Weise nachträglich zu gliedern wäre:

Angiopteris.

A) Sori subapical

a) Blätter mehrfach gefiedert, die Scheinnerven vorhanden.
A. evecta.

b) Blätter einfach gefiedert, die Scheinnerven fehlen.
A. Smithii.

B) Sori median, Scheinnerven fehlen.
Archangiopteris Henryi.

Dr. Bitter, der letzte Bearbeiter der Marattiaceae (in Nat. Pflanzenfamilien I, 4. p. 438) hat die Unterfamilie der Angiopteridеae in 2 Genera (Angiopteris und Archangiopteris), Angiopteris dagegen in zwei Subgenera und zahlreiche Arten getrennt. Wollte man diese Eintheilung behalten, dann müsste Angiopteris Smithii als Typus einer neuen, noch unbenannten Gattung gelten. Doch scheint mir, dass Presl, de Vriese und Bitter mit der Zersplitterung der Angiopteris evecta in Arten viel zu weit gegangen sind, meine Untersuchungen zahlloser Exemplare auf Java, Sumatra und Ceylon, sowie auch meine Herbarbeobachtungen sprechen gegen solche Zersplitterung.

Ophioglossum (Ophioderma) pendulum L.

Diese interessante Art tritt auf Java in zwei Varietäten auf, welche zwar nicht besonders stark different sind, doch habituell verschieden und in der Cultur stabil sind. Die gewöhnliche Varietät (und so weit ich die Litteratur übersehen kann, die allein bis jetzt bekannte) kommt an schattigen Stellen vor, wo die Luftfeuchtigkeit immer bedeutend hoch ist, als Epiphyt der Bäume. Besonders reichlich ist sie anzutreffen in der 800—1200 Meter hohen Zone der javanischen Vulkane, an den Stellen, wo der Wald den Kaffee- und Theeplantagen noch nicht gewichen ist, oder sogar in den dichten Obstbaumbeständen der in jener Höhe liegenden Dörfer. Diese Varietät ist ausgezeichnet durch die Weichheit und Geschmeidigkeit ihrer sehr langen Blätter, welche 2—5·5 cm breit, 0·5—2 m

lang sein können. Ich habe zahlreiche Exemplare dieser Art in Kagok bei Tegal, in der warmen und mehr trocknen Ebene längere Zeit in Cultur gehabt, doch konnte ich keine Differenzen zwischen den dort cultivierten und wilden Formen finden. Auch in Buitenzorg wächst die Pflanze ganz normal, wenn auch nicht besonders kräftig.

Dagegen habe ich bei Klaten, in dem Dorfe Mipitan in Mitteljava am Südfuss des Vulkanes Merapi, also in einer Gegend mit ausgesprochenem Wechsel der trocknen und feuchten Jahreszeit, in der Höhe von etwa 200 m eine auffallend verschiedene Varietät gefunden. Die Pflanze wurzelte in einem Riesenexemplar des Platycerium alcicorne zwischen den Nischenblättern desselben, die jungen Exemplare, welche sehr reichlich neben den ganz alten vorhanden waren, kamen nach dem Durchbrechen der Nischenblätter nach aussen. Die Blätter sind 1—1·5 mm dick, dicklederig, 1—1·2 cm breit, 0·5—1 m lang. Ihre Nervatur ist von der gewöhnlichen Varietät etwas verschieden, indem die Maschen sehr verlängert sind, häufig 2—5 cm lang. Diese Varietät habe ich nach Buitenzorg verpflanzt, wo dieselbe in der ursprünglichen Form weiter wächst, sogar bildeten die ersten Blätter der jungen Knospen, welche ich aufgepflanzt habe in Buitenzorg die dicklederigen und schmalen Blätter. Da diese Form sich also als beständig erwiesen hat, nenne ich dieselbe O. pendulum L. var. Soloense.

Bei dieser Gelegenheit will ich die zweite bis jetzt bekannte Art der Untergattung Ophioderma erwähnen, nämlich das *O. intermedium Hook.* Diese Art war bis jetzt nur aus Borneo bekannt, und in der Litteratur finde ich bei Prantl eine unrichtige Angabe über ihre Verwandtschaft. Diese Pflanze wächst sehr reichlich in dem ausgedehnten Bambusagebüsch neben dem Irrenhause in Tij Keumeuh bei Buitenzorg, als eine typische Humuspflanze zwischen faulenden Blättern und Wurzeln zusammen mit Schizaea dichotoma, zahlreichen saprophytischen Orchideen, Cotylanthera tenuis, Sciaphila tenella u. s. w. Ihre Blätter sind steif und gerade nach oben gerichtet, die Sporangienähre entspringt aus dem mittleren, manchmal sogar aus dem apicalen Theile des sterilen, ungetheilten 0·8—2 cm breiten, 1—2·5 dcm langen Blattes. Auch die Nervation entspricht der Untergattung Ophioderma.

Polybotrya Nieuwenhuisenii Rac.

Stamm aufrecht, bis 1 dcm lang, bis 0·5 cm dick, dicht mit Wurzeln überdeckt, an der Spitze mit Schuppen geschützt. Die Schup-

pen braungelb, lanzettförmig, abstehend, am Rande behaart, 5—7 mm lang, 1 mm breit. Die Blätter sehr zahlreich an der Spitze des Stammes stehend, dimorph. Die Blattstiele 1—2 mm dick, braunschwarz, stielrund, unten mit spärlichen Schuppen besetzt, sonst mit mehrzelligen, abstehenden, 0·5—1 mm langen, farblosen Haaren dicht bedeckt, mit 5 Gefässbündeln versehen. Blattlamina der sterilen Blätter im Umriss dreieckig, 7—14 cm breit, 16—30 lang, einfach gefiedert. Die Fieder linear, fiederig tief gelappt, die Lacinien linear oval, ganzrandig, an der Spitze abgerundet, 3—4 mm breit, 6—9 mm lang. Rhachis behaart grün, Lamina glatt, kräutig. In jeder Lacinie je ein Mittelnerv vorhanden, welcher seitlich 3—5 einfache, ungegabelte Seitennervillen fiederig heraussendet, diese enden kurz vor dem Rande der Lacinien.

Die Sporophylle ähnlich gebaut, doch mit reducierter Blattlamina schmalen Fiedern und kleineren, kürzeren Lacinien, unterseits dicht mit Sporangien bedeckt.

Borneo: Mahakam. Gesammelt während der Reise des Dr. A. W. Nieuwenhuis und in dem botanischen Garten in Buitenzorg unter der Nr. 1183 cultiviert.

Platycerium Wandae Rac.

Von Doreh an der nordwestlichen Küste des holländischen Neu Guinea wurden im Jahre 1899 durch Herrn Meywes einige Exemplare einer dort einheimischen Platyceriumart nach Buitenzorg gesandt, welche zu den grössten Arten der Gattung gehören, doch bis jetzt unbekannt geblieben waren. Die Pflanzen kamen halb todt nach der langen Reise in Java an, und es gelang nicht, dieselben am Leben zu erhalten, die gleich damals gemachte Abbildung und die Notizen dienten zu der folgenden Beschreibung.

Die Nischenblätter der fructificierenden Exemplare 1·5—2 m lang, über ein Meter breit, an der Basis 1·5 cm dick, oben tief gelappt und dünn, an der Basis bräunlich, oben grün, also die grössten bis jetzt bekannten. Die Vegetationsspitze durch sehr zahlreiche lanzettförmige, braune, 2—3 cm lange, 0·5 cm breite Schuppen geschützt, und in diesen ganz verborgen, ausserdem durch grüne, sehr dünne, bis 6 cm lange, mehrmals dichotom gebuchtete, aphlebienähnliche Blattgebilde verdeckt. Diese aphlebienähnlichen Gebilde gehören dem hinteren Blattrande der tief herzförmig ausgebuchteten Nischenblätter an, deren beide basale Lappen um die Vegetationsspitze hin am Rande in zahlreiche solche Aphlebien

auslaufen. Die sterilen Blätter herunterhängend, zweimal gegabelt, kleiner als die Nischenblätter, bis 1·2 m lang, die einzelnen (also 4) Lacinien nach oben zu keilförmig verbreitet, am Scheitel 20—40 cm breit und daselbst nicht gerade abgestutzt, sondern wellig berandet oder eingeschnitten. Die Unterseite der Lacinien von dem Scheitel aus bis im die Nähe der Basis derselben mit einer dicken, filzigen Lage von Sporangien bedeckt.

Durch die Grösse, grosse Schuppen, lange Aphlebien der Blattbasis von allen anderen Arten verschieden. Die Lage der sporangientragenden Blattheile errinert an P. alcicorne und P. Willinkii. Pl. grande, welches auch ähnliche, wenn auch kleine Aphlebien bildet, bildet differenzierte sporangientragende Blattheile, ebenso wie sie Pl. Wallichii und Pl. biforme besitzt. P. aetiopicum Hook (= Pl. Stemnaria Sw.) aus Westafrika hat manche Ähnlichkeit mit unserer Art, bildet jedoch die Sporangien längs der Einbuchtung der Blätter.

Acrostichum (Stenochlaena) Smithii Rac.

Rhizom mehrere Decimeter lang, kriechend und aufsteigend unterseits Wurzeln treibend, sehr dicht mit Schuppen bedeckt, welche lanzettförmig, 6—8 mm lang, an der Basis 1·5—2 mm breit sind und am Rande in zahlreiche Haare auslaufen, die aus 2—4 schmalen cylindrischen, (mit Ausnahme der farblosen Basis) von gelbbraunen, nicht dicken Wandungen begrenzten Zellen bestehen. Das Rhizom ist auf dem Querschnitt rundlich, 5—7 mm dick, oberseits zweizeilig, einzelne Blätter tragend, die von einander 1—2·5 cm entfernt sind. Die Blätter sind dimorph, indem bei den Sporophyllen die assimilierende Blattfläche ganz reduciert wird, doch sind an den jüngeren Exemplaren Uebergangsformen vorhanden, bei welchen die Sporangien nur die apicalen Theile der Blättchen occupieren, die basalen Theile bleiben dabai normal assimilierend und sind nicht reduciert. Bei der Bildung der Sporophylle ist eine Periodicität vorhanden, indem bei den jüngeren Exemplaren nach 2—3 assimilierenden Blättern je ein Sporophyll gebildet wird, bei den älteren dagegen erscheinen gewöhnlich nach 1—2 assimilierenden Blättern 1—2 Sporophylle.

Die Blätter sind einfach gefiedert, mit dem Blattstiel 40—50 cm lang, 30—36 cm breit, unpaarig gefiedert, nämlich mit einem Blättchen an der Spitze und 1—3 Paaren seitlicher (an älteren Pflanzen immer 3 Paaren) Blättchen. Die einzelnen Blättchen

stehen nicht gegenüber, sondern abwechselnd, von einander 1—2 cm entfernt, die seitlichen sind articuliert, das apicale dagegen nicht. Der Blattstiel ist 8—10 cm lang, 2—2·5 mm dick, mit Schuppen besonders in dem unteren Theil bedeckt, grünlich, oberseits mit einer flachen Rinne versehen. Die seitliche Blattfieder mit der lanzettförmig verschmälerten Basis aufsitzend, articuliert, linearoval, gegen die Spitze lang und schmal ausgezogen, gegen die Basis lanzettförmig verschmälert, 13—20 cm lang, 2·2—3 cm breit, dunkelgrün, glänzend, hart, brüchig. Die Endfieder an der Basis ungegliedert und häufig ungleichseitig, 25—30 cm lang, sonst den Seitenfiedern gleich gebaut. Die Blättchen sind ganzrandig oder ganz undeutlich gekerbt, glatt, mit einer beiderseits vorspringenden Mittelrippe und parallelen Seitennerven. Die Seitennerven bis zum Rande verlaufend, fast senkrecht oder wenig schief nach oben gerichtet, 1 mm von einander entfernt, einfach und gerade oder manchmal einfach gegabelt.

Die Sporangien occupieren bald die ganzen Blättchen, bald nur die oberen Hälften derselben. In dem ersteren, häufigeren Falle vertrocknen die Sporophylle bald nach der Sporenreife. Die Sporophyllblättchen sind linear, 2·5—5 mm breit, mit sehr dünner Lamina und an der Unterseite ganz mit den Sporangien bedeckt. An den breiten Sporophyllen bleibt gewöhnlich ein schmaler Theil der Lamina neben der Mittelrippe nackt, ohne Sporangien.

In den Blattheil treten 5 Gefässbündel ein, von welchen eines (ein unteres) bald mit einem der seitlichen sich verbindet, so dass höher nur 4 Gefässbündel vorhanden sind. In die Blättchen treten 2 Gefässbündel hinein.

Diese Art ist von den bekanten Stenochlaenaarten leicht wegen der kleinen Zahl der Blättchen eines Blattes zu unterschieden. Ausserdem fehlen dem Acr. (Stenochlaena) Smithii die fein zerschlitzten sterilen Blätter, wie solche bei A. (Stenochlaena) aculeatum, gracile und wahrscheinlich mehreren anderen Formen der variablen Gruppe des A. sorbifolium L. vorhanden sind.

Molukken. Buitenzorger Garten Nr. 277 b.

Nephrodium (Sagenia) Vitis Rac.

Rhizom kurz, kriechend, aufsteigend, dicht beblättert, dicht mit Schuppen bedeckt (ebenso wie die Blattstiele in dem unterstem basalen Theile). Diese sind linear lanzettförmig aus dünnwandigen Zellen gebaut, 2—4 mm lang, bis 0·5 mm an der Basis breit.

Die Blattstiele cylindrisch, bis 1 mm dick, 5—9 cm lang, mit abstehenden einreihigen Drüsenhaaren, welche bis 0·5 mm lang sind, dicht bedeckt. Blattlamina dünn und weichlederig, hellgrün, im Umriss herzförmig, 3·5—9 cm lang, 3—6 cm breit, mit lanzettförmiger oder dreieckig abgerundeter Spitze, tief herzförmig ausgeschnittener Basis, abgerundeten basalen Lappen, am Rande bald ganzrandig (so besonders — doch nicht immer an fructificierenden Blättern) oder gekerbt oder gelappt, auf den beiden Blattseiten und am Rande mit den oben erwähnten, abstehenden Haaren bedeckt. Von der Basis des Blattes treten in die Blattlamina drei Nerven fingerförmig hinein: die Mittelrippe und zwei seitliche Seitennerven, höher entspringen von der Mittelrippe pinnate Seitennerven, zwischen welchen die tertiären Nerven Areolen bilden. Die quartären Nervillen verzweigen sich dichotom und enden blind in den Areolen. Die Sori entstehen sparsam an den kleinen Nervillen, sind rundlich, bis 0·5 mm breit. Von einem Indusium konnte ich nur die Spuren sehen.

Mahakam, Borneo, leg. Dr. Nieuwenhuis. Im botanischen Garten in Buitenzorg cultiviert unter der Nr. 1871 und 1312.

Die Art ist mit Nephrodium (Sagenia) Labrusca Hooker (als Polypodium cfr. Species filicum V. Tab. 285 B) am nächsten verwandt. Doch hat Nephrodium Labrusca Hook., eine aus Borneo und Java (cfr. Raciborski, die Pteridophyten der Flora von Buitenzorg p. 109), grosse Schuppen auf dem Rhizom und der Basis der Stiele. Diese Schuppen sind 1—1·5 cm lang, 1 mm breit, aus dickwandigen Zellen aufgebaut. Die Blattstiele sind glatt, glänzend, schwarzbraun, bis 2 mm dick, 20—30 cm lang, die Blattfläche ist glatt.

Nephrodium Labrusca (Hook.) scheint in Borneo in mehreren Varietäten vorzukommen. Exemplare bei Sambas (Westborneo) durch Dr. Boscha gesammelt bezeichne ich als

var. Boschae Rac. Die Blattstiele sehr lang (20—40 cm), Blattlamina der sterilen Blätter und der Sporophylle 5 lappig, an der Basis nur seicht herzförmig gebuchtet, 10—35 cm lang und breit.

Aspidium (Lastrea) Wigmanii Rac.

Rhizom aufrecht wachsend 2—8 cm dick, 3—10 cm lang, radiär dicht beblättert. Die Blätter 1—1·5 m lang, 30 bis 40 cm breit, lang gestielt, einfach gefiedert, die Segmente tief einfach fiederlappig. Rhizom und Blattstiele, besonders deren Basis mit ka-

stanienbraunen, lanzettförmigen, 1—1·2 mm breiten, 1—1·5 cm langen, wenig abstehenden Schuppen bedeckt. Nach oben zu sind die Schuppen der Blattstiele kleiner und seltener, auf der Blattbasis fehlen dieselben ganz oder finden sich nur vereinzelt. Sonst sind die Blattstiele, die Blattbasis und die Blättchen beiderseits an Nerven, Nervillen, am Blattrande, ausnahmsweise auch zwischen den Nervillen mit bis 0·3 mm langen, abstehenden, wenig klebrigen, mehrzelligen, farblosen Drüsenhaaren dicht bedeckt. Blattstiel 3—4 mm dick, dunkel kastanienbraun, bis 50 cm lang, auf der Oberseite mit einer medianen und tiefen Furche und zwei seitlichen, weniger tiefen, doch sehr auffallenden Furchen, unterseits convex. Die Blattsegmente gegenüberstehend, linear, an der Spitze lanzettförmig, ohne Stiel oder mit einem bis 2 mm langem Stiel, 25—35 mm breit, 14—20 cm lang, krautig weich, bis in die Nähe des Mittelnerven fiederig lappig. Die Lacinien sind bis 15 mm lang, 4—5 mm breit, am Rande gekerbt bis gezähnt, gewöhnlich mit verschmälerter Basis, abgerundeter Spitze und 4—5 Paaren der einmal gegabelten Seitennervillen. Das erste, basale Paar der Lacinien eines Segmentes ungleich, indem die untere, höher der Rhachis entspringende Lacinie kleiner, (häufig um die Hälfte kürzer) als die obere ist. Sporophylle haben bedeutend reducierte (schmälere) Lacinien, 5—8 Paare der Sori. Indusien tief herzförmig ausgeschnitten, sonst im Umriss rundlich bis 0·3 mm breit.

Localität: Aroeinsel westlich von Neu Guinea. Diese insulare Form der polymorphen Art Asp. Filix mas ist schon längere Zeit in Buitenzorg in der Cultur und bleibt stabil.

Asplenium (Phyllitis) glochidiatum Rac. nov. sp.

Unter den Pflanzen, welche Dr. Nieuwenhuis auf seiner letzten Borneoreise sammelte und die lebend nach Buitenzorg kamen, befand sich (Nr. 1752) ein junges Exemplar einer Farnart, welche von Mahakam stammt. Nach einem Jahre brachte endlich die Pflanze gut entwickelte Sporophylle. Ich gebe hier ihre Beschreibung als einer neuen Aspleniumart (Phyllitis) A. *glochidiatum* Rac.

Die Pflanze ist interessant durch die starke Differenz, welche zwischen den Jugendblättern und den Blättern der erwachsenen Pflanze besteht.

Die Jugendblätter, welche die junge Pflanze längere Zeit allein produciert, sind 2—5 cm lang, 1—1·3 cm breit, fest sitzend, im Umriss länglich oval, gegen die Basis stark, doch langsam ver-

schmälert, an der Basis spitz abgerundet mit Ausnahme des keilförmig verschmälerten basalen Theiles tief fiederig gelappt, wobei die Einschnitte, welche an der Basis schmal sind, bis $^2/_3$ der Blatthälfte tief sind. Die Blattlappen sind ganzrandig, fast linear, an der Spitze abgerundet, Mittelnerv beiderseits vorstehend, die Seitennerven parallel, unverzweigt oder seltner an der Basis gegabelt, je einer in je eine Blattfieder einlaufend und daselbst 1 mm vor der Spitze endigend.

Nachdem eine Anzahl solcher kleinen und fiederlappigen Blätter gebildet ist, erscheinen dann die grösseren Uebergangsblätter und endlich die normalen Blätter der erwachsenen Pflanze, deren Beschreibung hier folgt.

Rhizom kriechend und emporsteigend, am Querschnitt oval, zweizeilig beblättert, mit anliegenden Schuppen bedeckt, 4—5 mm breit, bis 3 mm hoch, in Abständen von 1 cm je ein Blatt tragend. Die Rhizomschuppen hellbraun, an die Oberfläche angepresst, lanzettförmig, bis 1·5 mm lang, bis 1 mm an der Basis breit, mit ausgezogener schmaler Spitze, aus Zellen aufgebaut, deren Wände (mit Ausnahme der seitlichen, welche ganz dünn bleiben) sehr dickwandig und braun sind. Nahe der Basis der Schuppen sind einige kurze dünnwandige, mehrzellige Drüsenhaare vorhanden. Die Blätter kurz gestielt, Stiel 1·5 mm dick, 6—10 mm lang, schwarz, mit Schuppen bedeckt. Blattlamina spindelförmig, 25—35 cm lang, 5 cm breit, beiderseits stark und langsam verschmälert, am Rande gekerbt, an dem schmalen basalen Theil ganzrandig, von einer cartonähnlichen Consistenz, dunkelgrün, beiderseits glänzend, mit Ausnahme der basalen Theile der Rhachis glatt. Rhachis beiderseits vorspringend, oberseits flach, unterseits convex, an der Basis schwarz, höher heller, endlich grün, an der Basis beiderseits mit Schuppen bedeckt. Die Blätter an der Basis nicht articuliert. Die Seitennerven parallel, 1·5 mm von einander entfernt, etwas schief nach oben gerichtet, unterseits ein wenig vorspringend, entweder ungetheilt oder in der Nähe der Basis oder etwas höher einmal gegabelt, unmittelbar vor dem Blattrande frei endend. Die Sporophylle gleich gebaut. Die Sori linear, 1—1·8 cm lang, in der Nähe des Mittelnerven anfangend und bis zur Mitte der Laminahälfte oder sogar noch weiter verlaufend, nur selten auf allen nebeneinander liegenden Seitennerven vorhanden, häufiger verlaufen zwischen je zwei benachbarten Sori 1—2 sterile Seitennerven. Indu-

sium sehr dünn, farblos, ganzrandig, unterhalb des Seitennerven entspringend. Die Sporangien mit einem gewöhnlichen Polypodiaceen-Annulus.

Besonders interessant, und so weit mir bekannt, bei den Farnen noch nicht beobachtet, ist die Gestalt der Sporen. Diese sind gelb, dünnwandig, ganz kuglig oder häufiger kuglig oval, bis 40 μ breit und mit zahlreichen Stacheln bedeckt. Diese Stacheln sind lanzettförmig, 20—30 μ lang, im Inneren hohl, dünnwandig, gewöhnlich gebogen und ungetheilt oder an der Spitze in 2—3 kurze Stachelchen auslaufend. Sowohl die in einige Stachelchen auslaufenden, wie die ungetheilten, doch hakenförmig gebogenen Stacheln erlauben sicher den durch das strömende Regenwasser fortgerissenen Sporen sich an den kleinsten Unebenheiten von Steinen festzuhalten, und wir haben im diesem Falle ähnliche Glochidien vor uns, wie bei manchen Utriculariaarten, Desmidieenzygoten, Azolla, Torenia u. s. w.

In die Rhachis treten zwei Gefässbündel hinein, welche höher zu einem centralen, am Querschnitt flach ovalen, Bündel mit 4 Gefässreihen zusammenlaufen.

Die beschriebene Aspleniumart gehört zu einer Gruppe, welche in dem Gebiet der malayischen Flora reich differenziert ist. Nächst verwandt ist das Asplenium sundense Blume (an = A. vittaeforme Cav.), eine javanische Pflanze, welche ich jedoch nicht wieder auffinden konnte (cfr. Raciborski, die Pteridophyten der Flora von Buitenzorg. Leiden 1898 p. 209), von welcher doch eine nach den lebenden Exemplaren entworfene Beschreibung von Zippelius existiert (cfr. Miquel, Annales Lugduno-Batavi. Bd. II, p. 232). Diese lautet: „frondibus fertilibus elongato-lanceolatis acuminatis basi attenuatis integris aut serratis, soris parallelis; sterilibus angustioribus inciso-serratis basi plerumque profunde pinnatifidis appendicularisve, laciniis linearibus, bi-trifidisque, caudice scadente radicante. Planta junior diversissima bippinnatifida Achilleae Millefolii similis“. Ausserdem soll A. sundense Bl. eine articulierte Blattbasis besitzen, und wurde deswegen von Mettenius in eine neue Gattung Mikropodium versetzt. Es ist also bei A. sundense jene sonderbare sterile, fein zerschlitzte Blattform vorhanden wie bei Acrostichum gracile Bl., und welche bei A. aculeatum Bl. Karsten näher beschrieben hat, welche bei A. echinosporum fehlt. Das A. Griffithianum Hook., eine Art aus dem Himalaya und Malakka, hat

gedrängt stehende Blätter, unterseits beschuppte, lederige Blattlamina (cfr. Hooker, Icones plantarum X. Tab. 928). Asplenium scolopendrioides I. Sm. (Hovk. l. c. Tabl. 930), eine Art aus den Philippinen und Borneo hat ganzrandige Blätter, die nur an der schwanzförmig ausgezogener Spitze wenig und undeutlich gekerbt sind. Die sumatrische Art von Asplenium spathulatum Bak. (cfr. Annals of Botany VIII p. 124) ist mir nicht näher bekannt, soll jedoch merkwürdig scheidenförmige Blätter besitzen; alle anderen beschriebenen Arten sind systematisch von unserer Pflanze weiter entfernt.

---

12. M. S. KĘPIŃSKI: **O całkach rozwiązań równań różniczkowych liniowych rzędu drugiego z sobą sprzężonych.** ***(Über Integrale der Lösungen der gewöhnlichen linearen, sich selbst adjungierten Differentialgleichungen zweiter Ordnung).*** *(Sur l'intégration des solutions d'équations différentielles linéaires auto-conjuguées du deuxième Ordre).* Mémoire présenté par M. J. Puzyna m. c.

Als Grundlage der folgenden Untersuchungen nehmen wir die Differentialgleichung:

$$Ay'' + A'y' + A_0 y = 0, \tag{1}$$

wo

$$A = f_n(z)^2 = (z-e_1)^2(z-e_2)^2\ldots(z-e_n)^2 = a_0 + a_1 z + \ldots + a_{2n} z^{2n}.$$

$$A_0 = c_0 + c_1 z + \ldots c_{2n-2} z^{2n-2}, \quad c_{2n-2} = n(n-1), \quad c_{2n-3} = (n-1)^2 a_{2n-1}$$

ist. Den Coefficienten A_0 kann man auch in der Form schreiben:

$$A_0 = \frac{n-1}{2(2n-1)} \frac{d^2 A}{dz^2} + h_{2n-4},$$

$$h_{2n-4} = b_0 + b_1 z + \ldots + b_{2n-4} z^{2n-4}.$$

Wenn man mit l_i', l_i'' die zu den singulären Punkten e_i gehörenden Exponenten bezeichnet, so ist bekanntlich [1]):

$$l_i' + l_i'' = -1$$

[1]) Vergl. Rozpr. Ak. Um. w Krakowie. Bd. 25, p. 316.

und für $z = \infty$:

$$l' = n - 1. \quad l'' = n.$$

Im folgenden setzen wir voraus, dass l'_i l''_i reelle rationale Zahlen darstellen und:

$$-1 < l'_i < 0. \quad -1 < l''_i < 0, \quad l'_i \gtrless l''_i.$$

ist.

§ 1.

Überall endliche Integrale *(I Gattung)*.

Vermittels der Lösungen y_1, y_2 der Differentialgleichung 1 bilden wir folgende Integrale

$$(2) \qquad I_1^{(\alpha)} = \int y_1 z^\alpha \, dz, \quad I_2^{(\alpha)} = \int y_2 z^\alpha \, d\alpha$$

$$\alpha = 0, 1, \ldots, n-3.$$

Es ist leicht zu sehen, dass diese $2(n-2)$ Integrale überall endlich und von einander linear unabhängig sind[1]).

§ 2.

Integrale *(II. Gattung)*.

Wenn man die $n-te$ Polare von $f_{2n} = A$ mit $F_A^n(z, t)$ und die $(n-2)$ Polare von h_{2n-4} mit $F_h^{n-2}(z, t)$ bezeichnet, so stellt

$$(3) \qquad Z^{xy}(t) = \int_y^x \frac{y}{(z-t)^3} \left[F_A^n(z, t) + \tfrac{1}{2}(z-t)^2 F_h^{n-2}(z, t) \right] dz,$$

ein Integral dar, welches wir eben als Integral II. Gattung einführen.

Dieses Integral ist überall endlich mit Ausnahme des Punktes $z = t$.

In der That,

1) wenn die Integrationsgrenzen in der Umgebung von $a \gtrless t$ sind, so ist leicht zu sehen, dass das Integral endlichen Wert besitzt.

[1]) Zwischen den Periodicitätsmoduln dieser Integrale existieren bilineare Relationen. Vg. Rozp. Ak. Um. Kraków. Bd. 25 s. 320; Hirsch: Math. Ann. Bd. 54.

2) Wenn $a = t \gtrless e_i$, entwickelt man die Function unter dem $\int$ in die Potenzreihe nach $(z-t)$ und erhält für den betrachteten Zweig y_i mit Rücksicht auf die Differentialgleichung (1):

$$Z^{xy}(t) = -\tfrac{1}{2}(Ay)_{z=t}\left[\frac{1}{(x-t)^2} - \frac{1}{(y-t)^2}\right] - \tag{4}$$

$$-(\tfrac{1}{2}A'y + Ay')_{z=t}\left[\frac{1}{x-t} - \frac{1}{y-t}\right] + \mathfrak{P}(x-t, y-t).$$

Der Punkt $z = t$ ist also ein Pol zweiten Grades. Man kann aber dieses Integral so normieren, dass es nur im ersten Grade unendlich wird. Wenn man nämlich zur Abkürzung

$$f(z) = f, \quad y(z) = y; \qquad f(t) = \varphi, \quad y(t) = v$$

setzt, so ist:

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{f y_i \varphi v_k}{z-t} = f y_i\left[\frac{\varphi v_k}{(z-t)^2} + \frac{\varphi v_k' + \varphi' v_k}{z-t}\right]$$

$$= \frac{\varphi^2 v_i v_k}{(z-t)^2} + \frac{\varphi\varphi' v_i + \varphi^2 v_i'}{z-t} v_k + \frac{\varphi\varphi' v_k + \varphi^2 v_k'}{z-t} v_i + (\ldots).$$

Daraus folgt:

$$Z_i + \frac{1}{2v_k}\frac{\partial}{\partial t}\frac{f y_i \varphi v_k}{z-t} = \frac{1}{2v_k}\left[\frac{\varphi^2(v_i v_k' - v_k v_i')}{z-t} + (\ldots) + \ldots\right];$$

also, wenn

$$v_i v_k' - v_k v_i' = \frac{(-1)^k}{\varphi^2} \qquad i \gtrless k$$

$$Z_{i,k} = Z_i + \frac{1}{2v_k}\frac{\partial}{\partial t}\frac{f y_i \varphi v_k}{z-t} = \frac{1}{2v_k}\frac{(-1)^k}{z-t} + \mathfrak{P}(z-t) \tag{4}$$

und für $i = k$

$$Z_{i,i} = \mathfrak{P}(z-t).$$

In $Z_{i,k}$ haben wir also ein normiertes Integral II. Gattung, welches für den Zweig y_i bei $i \gtrless k$ in $z = t$ unendlich wird, wie

$$\frac{1}{2v_k}\frac{(-1)^k}{z-t},$$

und bei $i = k$ endlich bleibt.

3) Wenn $t = e$ ist, nehmen wir der Einfachheit wegen an, dass y_1, y_2 die zum singulären Punkte e gehörenden Fundamentallösungen sind:

$$y_\alpha = (z-e)^{l^\alpha} [m_0^{\ \alpha} + m_1^{\ \alpha} (z-e) + \dots]$$

Weil nun:

$$F_A^n(z,e) + \tfrac{1}{2}(z-e)^2 F_h^{n-2}(z,e) = \frac{(z-e)^2}{2} [A_0(e) + B(z-e) + \dots]$$

ist, erhält man

$$(5) \qquad \int [F_A^n + \tfrac{1}{2}(z-e)^2 F_h^{n-2}] \frac{y}{(z-e)^3}\, dz =$$

$$\frac{m_0 A_0(e)^2}{2} \frac{(z-e)^l}{l} + (\tfrac{1}{2} m_0 B + m_1 A) \frac{(z-e)^{l+1}}{l+1} + \dots$$

d. h. die Function Z wird im Punkte e so unendlich, wie die zu ihr gehörende Lösung y.

Nun ist:

$$\frac{f y_i}{2 \upsilon_k} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\varphi \upsilon_k}{z-t}\Big|_{t=e} = \frac{f y_i}{2} \left[\frac{\varphi}{(z-t)^2} + \frac{\varphi \upsilon_k' + \varphi' \upsilon_k}{\upsilon_k} \frac{1}{z-t} \right]_{t=e}$$

und

$$\varphi(e) = 0\ ;\ \frac{\varphi \upsilon_k' + \varphi' \upsilon_k}{\upsilon_k}\Big|_{t=e} = \varphi'(e)\ (l^{(k)} + 1)$$

Indem wir $f y_i$ nach Potenzen von $(z-e)$ entwickeln, erhalten wir

$$\frac{f y_i}{2 \upsilon_k} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\varphi \upsilon_k}{z-t}\Big|_{t=e} = \frac{(z-e)^{l^{(i)}}}{2} \varphi'^2(e)\ (l^{(k)} + 1) m_0^{(i)} + \dots$$

Es ist aber

$$l^{(k)} (l^{(k)} + 1)\, \varphi'^2(e) + A_0(e) = 0\ ;$$

wir haben also in der Umgebung des Punktes $t = e$

$$(6) \qquad Z_{ik} = \frac{A_0 m_0^{(i)}}{2} \left[\frac{1}{l^{(i)}} - \frac{1}{l^{(k)}} \right] (z-e)^{l^{(i)}} + B(z-e)^{l^{(i)}+1} + \dots$$

Daraus folgt der Satz:

Das normierte Integral Z_{ik} besitzt für den betrachteten Zweig y_i im Falle $i \gtrless k$ einen solchen Unstetig-

keitspunkt, wie das zugehörige Integral y_i; wenn $i=k$ ist, besitzt Z_{ii} keinen Unstetigkeitspunkt.

Es bleibt noch den Fall $t=\infty$ zu untersuchen. Aus der Identität:

$$[F_A^n + \tfrac{1}{2}(z-t)^2 F_h^{n-2}] \frac{1}{z-t^3} = \frac{A(z)+\frac{1}{2}(t-z)A'(z)+\frac{1}{2}(t-z)^2 A_0(z)}{(z-t)^3} \tag{7}$$

$$+ X(z.t) \ ,$$

in der $X(z.t)$ eine ganze rationale homogene Function $(2n-3)$ Grades in z— und t und namentlich $(n-3)$ Grades in t— ist, folgt:

$$\lim \left\{ \frac{1}{t^{n-3}} [F_A^n + \tfrac{1}{2}(z-t)^2 F_h^{n-2}] \frac{y_i}{(z-t)^3} \right\}_{t=\infty} = \Psi_n(z) \ ,$$

so dass

$$\lim \left[\frac{1}{t^{n-3}} Z(t) \right]_{t=\infty} = \int \Psi_n(z) y \, dz \ .$$

das gesuchte Integral ist.

Diese Functionen Z_i oder $Z_{i,k}$ können uns als Stammfunctionen dienen, aus denen wir andere Integrale II. Gattung mit Unstetigkeitstellen höherer Ordnung erhalten.

Am einfachsten gelingt dies, indem wir das Integral

$$\mathfrak{Z}_{i,k} = 2\upsilon_k Z_{i,k},$$

welches in $z=t$ für $i \gtrless k$ wie $\frac{(-1)^k}{z-t}$ und für $i=k$ gar nicht unendlich wird, nach t differenzieren. Dadurch erhalten wir den Satz: Die Integrale[1])

$$\mathfrak{Z}_{i,k}; \ \frac{\partial}{\partial t}\mathfrak{Z}_{i,k}, \ldots; \ \frac{\partial^{n-3}}{\partial t^{n-3}}\mathfrak{Z}_{i,k}; \ldots$$

besitzen Unstetigkeitsstellen bzw: von der *1-en, 2-en...* Ordnung, und sind also linear unabhängig.

Aus diesen Integralen lassen sich $(n-2)$ Integrale II. Gattung linear zusammensetzen, deren Perioden von t unabhängig sind.

In der That ist nach (7)

[1]) Diese Integrale sind Coefficienten von h^α in der Entwickelung von $\mathfrak{Z}(t+h)$ nach Potenzen von h. Entwickelt man $\mathfrak{Z}(t)$ nach Potenzen von $\frac{1}{t}$, so erhält man als Coefficienten von t^{-n} die Integrale, welche nur für $z=\infty$ je von erster, zweiter u. s. w. Ordnung unendlich sind.

$$Z_i(t) = \int \frac{A(z) + \frac{1}{2}(t-z)A'(z) + \frac{1}{2}(t-z)^2 A_0(z)}{(z-t)^3} y_i dz +$$

$$+ \sum_{m=0}^{n-3} t^m \int \Psi_{2n-m-3}(z) y_i dz .$$

$$8) \quad Z_i(t) = -\frac{A(z)}{2} \frac{y_i + y_i'(z-t)}{(z-t)^2} + \sum_{m=0}^{m=n-3} t^m \int \Psi_{2n-m-3}(z) y_i dz ;$$

$$= R(y, y', z, t) + \sum_{m=0}^{m=n-3} t^m \int \Psi_{2n-m-3}(z) y_i dz$$

der Index bei der Function Ψ bedeutet ihren Grad in z. Indem man nach t differenziert, bekommt man:

$$\frac{dZ_i(t)}{dt} = R_1(y, y', z, t) + \sum_{m=0}^{n-3} m t^{m-1} \int \Psi_{2n-m-3}(z) y_i dz$$

. . . . . .

$$\frac{d^{n-4}Z_i(t)}{dt^{n-4}} = R_{n-4} + (n-4)! \int \Psi_{n+1} y_i dz + (n-3)! t \int \Psi_n(z) y_i dz$$

$$\frac{d^{n-3}Z_i(t)}{dt^{n-3}} = R_{n-3} + (n-2)! \int \Psi_n(z) y_i dz$$

Die gesuchten Integrale, deren Perioden von t ***nicht*** abhängen, sind also:

$$(9) \qquad (n-3)! Z_i^{n-3}(t) = \frac{d^{n-3}Z}{dt^{n-3}} ;$$

$$(n-4)! Z^{n-4}(t) = \frac{d^{n-4}Z_i}{dt^{n-4}} + t \frac{d^{n-3}Z}{dt^{n-3}} , \text{ u. s. w.}$$

so dass jedes Integral die Form hat:

$$Z_i^{(m)}(t) = R^{(m)}(y, y', z, t) + \int \Psi_{2n-3-m}(z) y_i dz$$

$$m = 0, 1, 2, \ldots n-3,$$

und es ist klar, dass:

$$Z_i^{(m)}(t) - Z_i^{(m)}(t') = R^{(m)}(y, y', z, t) - R^{(m)}(y, y', z, t')$$

ist, d. h. dass die Differenz der gleichen, für die Parameter t, t' gebildeten Integrale Z^m eine rationale Function in z, t, t', y, y' ist. Daraus folgt aber unmittelbar die Eigenschaft, die wir zu beweisen die Absicht hatten, und diese

Eigenschaft bleibt natürlich auch für die aus den Integralen Z gebildeten analogen Integrale $Z^{(m)}$ erhalten, indem die Z sich von den Z nur durch rationale Functionen in z, t, y, y' unterscheiden.

Aus den Gleichungen (9) folgt:

$$Z(t) = Z^{(0)}(t) + t\, Z^{(1)}(t) + t^2\, Z^{(2)}(t) + \ldots + t^{(n-3)} Z^{(n-3)}(t)\,. \qquad (10)$$

§ 3.

Integrale *(III. Gattung).*

Als Integrale III. Gattung führen wir folgende Functionen ein:

$$Q_{ik}^{xy;\,\xi\eta} = \int_y^x \int_\eta^\zeta \left[F_A^n(z,\zeta) + \tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2 F_h^{n-2}(z,\zeta)\right] y_i \upsilon_k \frac{dz\, d\zeta}{(z-\zeta)^3}$$

wo $y_i = y_i(z)$, $\upsilon_k = \upsilon_k(\zeta)$ $(i, k = 1, 2)$ Lösungen der Differentialgleichung (1) bedeuten. So wie bei den Integralen II. Gattung, werden wir zunächst nach den Entwickelungen der Integrale Q_{ik} in der Umgebung verschiedener Punkte fragen. Wir unterscheiden folgende Fälle:

Wenn (x, y) in der Umgebung von a, (ζ, η) in der Umgebung von b sich befinden und

1) $a \gtrless b$ ist.

Dann lässt sich Q_{ik} in eine Potenzreihe der Argumente: $x - a$, $y - a$, $\zeta - b$, $\eta - b$ entwickeln.

2) $a = b \gtrless e$

In diesem Falle betrachten wir die Function:

$$\Phi(z,\zeta) = \left[F_A^n(z,\zeta) + \tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2 F_h^{n-2}\right] y_i \upsilon_k - \mathrm{A}\, \upsilon_i \upsilon_k -$$
$$- \left[\mathrm{A}\,(\upsilon_i' \upsilon_k + \tfrac{1}{2} \mathrm{A}' \upsilon_i \upsilon_k\right] (z-\zeta),$$

wo $\mathrm{A} = \mathrm{A}(\zeta)$, $\upsilon_k = \upsilon_k(\zeta)$ ist.

Diese Function besitzt folgende Eigenschaften:

$$\Phi_{z=\zeta} = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}_{z=\zeta} = 0 \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}_{z=\zeta} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}_{z=\zeta} = 0 \qquad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial \zeta}_{z=\zeta} = 0 \qquad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta^2}_{z=\zeta} = 0$$

woraus folgt, dass $\Phi(z,\zeta)$ durch $(z-\zeta)^3$ theilbar ist, d. h.:

$$[F_A^n + \tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2 F_h^{n-2}]\, y_i \upsilon_k = \mathrm{A}\,\upsilon_i \upsilon_k + [\mathrm{A}\,\upsilon'_i \upsilon_k + \tfrac{1}{2}\mathrm{A}'\,\upsilon_i \upsilon_k](z-\zeta) + \\ + P_1(z,\zeta)\,(z-\zeta)^3,$$

oder

$$= A\, y_i\, y_k + [A\, y_i'\, y_k + \tfrac{1}{2} A'\, y_i\, y_k]\,(\zeta - z) + P_2(z,\zeta)\,(\zeta - z)^3.$$

Indem man diese Gleichungen mit

$$\frac{dz\, d\zeta}{(z-\zeta)^3}$$

multipliciert und integriert, bekommt man:

$$Q_{ik} = -\int \frac{\tfrac{1}{2}\mathrm{A}\,\upsilon_i \upsilon_k + (z-\zeta)[\mathrm{A}\,\upsilon'_i \upsilon_k + \tfrac{1}{2}\mathrm{A}'\,\upsilon_i \upsilon_k]}{(z-\zeta)^2}\, d\zeta + \iint P_1(z,\zeta)\, dz\, d\zeta,$$

woraus folgt:

a) für $i = k$

$$(11) \qquad Q_{ii} = -\tfrac{1}{2}\,\frac{\mathrm{A}\,\upsilon_i^2}{z-\zeta} + \iint P_1(z,\zeta)\, dz\, d\zeta,$$

oder

$$Q_{ii} = -\tfrac{1}{2}\,\frac{A\, y_i^2}{z-\zeta} + \iint P_2(z,\zeta)\, dz\, d\zeta,$$

oder endlich in mehr symmetrischer Form:

$$(11') \qquad Q_{ii} = -\tfrac{1}{4}\,\frac{A\, y_i^2 + \mathrm{A}\,\upsilon_i^2}{z-\zeta} + \iint P(z,\zeta)\, dz\, d\zeta.$$

b) für $i \gtrless k$ und

$$y_i\, y_k' - y_k y_i' = \frac{(-1)^k}{A}:$$

$$(12) \quad Q_{ik} = -\tfrac{1}{2}\,\frac{\mathrm{A}\,\upsilon_i \upsilon_k}{z-\zeta} + \frac{(-1)^i}{2}\log(z-\zeta) + \iint P_1(z,\zeta)\, dz\, d\zeta,$$

oder

$$Q_{ik} = -\tfrac{1}{2}\,\frac{A\, y_i y_k}{z-\zeta} + \frac{(-1)^i}{2}\log(z-\zeta) + \iint P_2(z,\zeta)\, dz\, d\zeta,$$

oder endlich

$$Q_{ik} = -\tfrac{1}{4}\,\frac{A\, y_i\, y_k + \mathrm{A}\,\upsilon_i \upsilon_k}{z-\zeta} + \frac{(-1)^i}{2}\log(z-\zeta) + \iint P(z,\zeta)\, dz\, d\zeta.$$

Wenn man nun Integrationsgrenzen einführt, erhält man

$$(12') \quad Q_{ik}^{xy.\,\xi\eta} = -\tfrac{1}{4}\Big|_{y,\,\eta}^{x,\,\xi} \frac{A\, y_i\, y_k + \mathrm{A}\,\upsilon_i \upsilon_k}{z-\zeta} + \frac{(-1)^i}{2}\log\frac{(x-\xi)(y-\eta)}{(x-\eta)(y-\xi)} + P,$$

wo P eine Potenzreihe nach ganzen positiven Potenzen ihrer Argumente bezeichnet.

3) $\qquad a = b = e \qquad$ a) $\quad i \gtrless k$

In diesem Falle nimmt man die Function in Betracht:

$$\Phi(z,\zeta) = (z-e)^{-l^{(i)}}(\zeta-e)^{-l^{(k)}}[F_A^n + \tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2 F_h^{n-2}]\, y_i\, \upsilon_k - (\zeta-e)\, \mathrm{A}\, \upsilon_i^{\varepsilon}\, \upsilon_k$$
$$-(z-\zeta)\,[-l^{(i)}\mathrm{A}\,\upsilon_i\,\upsilon_k + (\zeta-e)\,(\mathrm{A}\,\upsilon_i'\,\upsilon_k + \tfrac{1}{2}\mathrm{A}'\,\upsilon_i\,\upsilon_k) +$$
$$+\tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2[l^{(i)}l^{(k)}\frac{1}{\zeta-e}\mathrm{A}\,\upsilon_i\,\upsilon_k + 2l_i^{(i)}(\mathrm{A}\,\upsilon_i\,\upsilon_k + \tfrac{1}{2}\mathrm{A}'\,\upsilon_i\,\upsilon_k)]$$

von welcher man wiederum zeigt, dass sie durch $(z-\zeta)^3$ theilbar ist. Daraus folgt

$$Q_{ik} = -\tfrac{1}{2}\,\frac{\mathrm{A}\,\upsilon_i\,\upsilon_k (z-e)^{l^{(i)}+1}(z-e)^{l^{(k)}}}{z-\zeta} +$$
$$+\frac{(-1)^{i+1}}{2}\iint[l^{(i)}(z-e) + l^{(k)}(\zeta-e)]\,\frac{(z-e)^{l^{(i)}}(\zeta-e)^{l^{(k)}}}{(z-\zeta)^2}\cdot dz\,d\zeta +$$
$$+(z-e)^{l^{(i)}+1}(\zeta-e)^{l^{(k)}+1}P(z-e,\zeta-e)\,.$$

Es bleibt also noch das Integral

$$\iint[l^{(i)}(z-e) + l^{(k)}(\zeta-e)]\,\frac{(z-e)^{l^{(i)}}(\zeta-e)^{l^{(k)}}}{(z-\zeta)^2}\,dz\,d\zeta$$

auszuwerten. Zu diesem Zwecke setzt man

$$l^{(i)} = -\frac{p^{(i)}}{q}.\quad l^{(k)} = -\frac{p^{(k)}}{q}.\quad (p^{(i)} + p^{(k)} = q)$$
$$z-e = z'^q,\quad \zeta-e = \zeta'^q$$

und bekommt

$$\iint[l^{(i)}(z-e) + l^{(k)}(\zeta-e)]\,\frac{(z-e)^{l^{(i)}}(\zeta-e)^{l^{(k)}}}{(z-\zeta)^2}\,dz\,d\zeta =$$
$$= -q\iint p^{(i)} z'^{2q-p^{(i)}-1}\zeta'^{p^{(i)}-1} + p^{(k)} z'^{p^{(k)}-1}\zeta'^{2q-p^{(k)}-1}]\;\frac{dz'\,d\zeta'}{(z'^q-\zeta'^q)^2}\,.$$

Wenn nun ε die primitive Einheitswurzel $q-en$ Grades bedeutet, so ist:

$$q[p^{(i)} z'^{2q-p^{(i)}-1}\zeta'^{p^{(i)}} + p^{(k)} z'^{p^{(k)}-1}\zeta'^{2q-p^{(k)}-1}]\;\frac{1}{(z'^q-\zeta'^q)^2} =$$

$$= \sum_{n=0}^{q-1} \varepsilon^{n(p^{(k)}+1)} \frac{1}{(z'-\varepsilon^n\zeta')^2};$$

und weil

$$\iint \frac{dz'\,d\zeta'}{(z'-\varepsilon^n\zeta')^2} = \frac{1}{\varepsilon^n}\log(z'-\varepsilon^n\zeta'),$$

so ist:

$$\iint [l^{(i)}(z-e)+l^{(k)}(\zeta-e)]\frac{(z-e)^{l^{(i)}}(\zeta-e)^{l^{(k)}}}{(z-\zeta)^2}\,dz\,d\zeta =$$

$$= -\sum_{n=0}^{q-1} \varepsilon^{np^{(k)}} \log\left(\sqrt[q]{z-e}-\varepsilon^n\sqrt[q]{\zeta-e}\right);$$

also schliesslich für $i \gtrless k$:

$$(13)\quad Q_{ik}^{xy;\xi\eta} = -\tfrac{1}{2}\int_{x,\xi}^{y,\eta} \frac{A\,\upsilon_i\upsilon_k(z-e)^{l^{(i)}+1}(\zeta-e)^{l^{(k)}}}{z-\zeta} +$$

$$+\frac{(-1)^i}{2}\sum_{n=0}^{q-1} \varepsilon^{np^{(k)}} \log \frac{\left(\sqrt[q]{x-e}-\varepsilon^n\sqrt[q]{\xi-e}\right)\left(\sqrt[q]{y-e}-\varepsilon^n\sqrt[q]{\eta-\varepsilon}\right)}{\left(\sqrt[q]{x-e}-\varepsilon^n\sqrt[q]{\eta-e}\right)\left(\sqrt[q]{y-e}-\varepsilon^n\sqrt[q]{\xi-e}\right)} +$$

$$+ P\left(\sqrt[q]{x-e}\;.\;.\;.\sqrt[q]{\eta-e}\right)$$

d. h. Das Integral Q_{ik} $(i \gtrless k)$ besitzt (für den Zweig y_i) vom ersten Gliede auf der rechten Seite abgesehen, auch im Falle $a=b=e$ logarithmische Unstetigkeiten.

b) Wenn $i=k$ ist, zieht man folgende Function in Betracht:

$$\Phi = \left(F_A^n + \tfrac{1}{2}(z-e)F_h^{n-z}\right) y_i\upsilon_i(z-e)^{-l^{(i)}}(\zeta-e)^{-l^{(i)}} - A\,\upsilon_i^2\,\zeta^{-2l^{(i)}} -$$

$$-(z-\zeta)\left[-l^{(i)}A\,\upsilon_i^2+(\zeta-e)\left(A\,\upsilon_i\upsilon_i'+\tfrac{1}{2}A'\upsilon_i^2\right)\right](\zeta-e)^{-2l^{(i)}-1}+$$

$$+\tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2\Big[\;l^{(i)}(l^{(i)}+1)\,A\,\upsilon_i^2(\zeta-e)^{-1}+$$

$$+2l^{(i)}\left(A\,\upsilon_i\upsilon_i'+\tfrac{1}{2}A'\upsilon_i^2\right)\Big](\xi-e)^{-2l^{(i)}-1}$$

von welcher man zeigt, dass sie wiederum durch $(z-\zeta)^3$ theilbar ist. Daraus folgt auf ähnliche Weise, wie früher:

$$Q_{ii} = -\tfrac{1}{2}\int^{z\xi} \frac{A\,\upsilon_i^2 (z-e)^{l^{(i)}} (\zeta-e)^{l^{(k)}}}{z-\zeta} + \mathfrak{P}\left(\sqrt[q]{z-e}, \ldots\right) \qquad (14)$$

Die Function Q_{ii} besitzt also keine logarithmische Unstetigkeit.

Die Functionen Q_{ik} besitzen in den Entwickelungen (11—14) ein Glied, welches für $z=\zeta$ algebraisch unendlich wird. Man kann nun diese Integrale durch Addition einer rationalen Function von z, ζ, y_i, υ_k so normieren, dass dieses Glied in Wegfall kommt. Als solche Funtion wählen wir

$$\tfrac{1}{2}\,\frac{f(z)\,\varphi(\zeta)\,y_i(z)\,\upsilon_k(\zeta)}{z-\zeta}$$

Dann ist in der That

$$\tfrac{1}{2}\,\frac{f\varphi y_i \upsilon_k - \varphi^2 \upsilon_i \upsilon_k}{z-\zeta}$$

durch $z-\zeta$ theilbar, besitzt also (für die gewählten Zweige y_i, υ_k) die Function:

$$\mathfrak{Q}_{ik} = 2Q_{ik} + \frac{f\varphi y_i \upsilon_k}{z-\zeta}$$

für $z=\zeta$ nur logarithmische Ungstetigkeitstellen, und nämlich:

für $z=\zeta=a \gtrless e \qquad i \gtrless k$

$$\mathfrak{Q}_{ik}^{xy;\,\xi\eta} = (-1)^i \log \frac{(x-\xi)(y-\eta)}{(x-\eta)(y-\xi)} + (x-\xi, \ldots y-\eta);$$

für $\qquad z=\zeta=e,$

und $\qquad l^{(i)} = -\dfrac{p^{(i)}}{q}, \quad l^{(k)} = -\dfrac{p^{(k)}}{q}:$

$$\mathfrak{Q}_{ik}^{xy;\,\xi\eta} = (-1)\sum_{n=0}^{q-1} \varepsilon^{n(p^{(i)}-p^{(k)})} \log \frac{\left(\sqrt[q]{x-e}-\varepsilon^n\sqrt[q]{\xi-e}\right)\left(\sqrt[q]{y-e}-\varepsilon^n\sqrt[q]{\eta-e}\right)}{\left(\sqrt[q]{x-e}-\varepsilon\sqrt[q]{\eta-e}\right)\left(\sqrt[q]{y-e}-\sqrt[q]{\xi-e}\right)} +$$

$$+ \mathfrak{P}\left(\sqrt[q]{z-e}, \ldots\right).$$

endlich für $i=k$ hat $\mathfrak{Q}_{ii}$ keine Unendlichkeitstelle.

§ 4.

Beziehung zwischen den Integralen *(II. und III. Gattung)*; bilineare Relationen.

Aus dieser Erklärung der Integrale folgt augenscheinlich eine einfache Beziehung zwischen den Integralen II. und III. Gattung:

$$(14)\qquad \begin{aligned} Q_{ik} &= \int_{\eta}^{\xi} Z_i^{xy}(\zeta)\, \upsilon_k\, d\zeta \\ &= -\int_{y}^{x} Z_k^{\xi\eta}(z)\, y_i\, dz \end{aligned}$$

und entsprechend für normierte Integrale:

$$(15)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{Q}_{ik} &= \int_{\eta}^{\xi} \mathbf{Z}_i^{xy}(\zeta)\, \upsilon_k\, d\zeta \\ &= -\int_{y}^{x} \mathbf{Z}_k^{\xi\eta}(z)\, y_i\, d\zeta \end{aligned}$$

Nun ist aber der Gleichung (10) zufolge:

$$Z(t) = Z^{(0)}(t) + t\, Z^{(1)}(t) + t^2\, Z^{(2)}(t) + \ldots + t^{n-3}\, Z^{(n-3)}(t)$$

wo $Z^{(\nu)}(t)$ Integrale darstellen, deren Perioden von t unabhängig sind.

Es ist also:

$$(16)\qquad \begin{aligned} Q_{ik} = \int_{\eta}^{\xi} \{ & [Z_i^{(0)xy}(\zeta) - Z_i^{(0)xy}(\zeta')] + \zeta\, [Z_i^{(1)xy}(\zeta) - Z_i^{(1)xy}(\zeta')] + \\ & + \ldots + \zeta^{n-3}\, [Z_i^{(n-3)xy}(\zeta) - Z_i^{(n-3)xy}(\zeta')] \}\, \upsilon_k\, d\zeta + \\ & + Z_i^{(0)xy}(\zeta')\, J_k^{(0)\xi\eta} + Z_i^{(1)xy}(\zeta')\, J_k^{(1)\xi\eta} + \ldots + Z_i^{(n-3)xy}(\zeta')\, J_k^{(n-3)\xi\eta} \end{aligned}$$

oder

$$(17)\qquad \begin{aligned} Q_{ik} = -\int_{y}^{x} \{ & [Z_k^{(0)\xi\eta}(z) - Z_k^{(0)\xi\eta}(z')] + z\, [Z_k^{(1)\xi\eta}(z) - Z_k^{(1)\xi\eta}(z)] + \\ & + \ldots + z^{n-3}\, [Z_k^{(n-3)\xi\eta}(z) - Z_k^{(n-3)\xi\eta}(z')] \}\, y_i\, dz - \\ & - [Z_k^{(0)\xi\eta}(z')\, J_i^{(0)xy} + Z_k^{(1)\xi\eta}(z')\, J_i^{(1)xy} + \ldots + Z_k^{(n-3)\xi\eta}(z')\, J_i^{(n-3)xy}]. \end{aligned}$$

Diese zwei wichtigen Zerlegungsformeln dienen zur Aufstellung der Bilinearrelationen, welche zwischen den Periodicitätsmoduln der Integrale erster und zweiter Gattung bestehen. Zu diesem Zwecke kann man solche Integrationswege einführen, welche in sich zurücklaufen, aber sich nicht auf einen Punkt zusammenziehen lassen z. B. Doppelumlaufswege um je zwei singuläre Punkte. Man kann auch

als Integrationswege die Linien benutzen, welche in demselben singulären Punkte beginnen und endigen und dabei noch einen oder mehrere singuläre Punkte umspannen, oder endlich die Linien, welche zwei singuläre Punkte verbinden.

Auf solchen Wegen ist immer die Differenz der Integrale:

$$Z^{(\nu)}(t) - Z^{(\nu)}(t') = 0$$

und die Relationen (16), (17) liefern die gesuchten Bilinearrelationen zwischen den Periodicitätsmoduln der Integrale I. und II. Gattung.

§ 5.

Reduction der Integrale.

Alle Differentialgleichungen, welche mit der gegebenen (1) zur selben Art (im Fuchs'schen Sinne) gehören, bilden ein System der Gleichungen, welches eine ähnliche Rolle spielt wie das System der algebraischen Gleichungen, welche zur selben Classe (im Riemann'schen Sinne) gehören. Es ist also eine der wichtigsten Fragen, die Reductionsformeln für die Integrale der Lösungen der zur selben Art gehörenden Differentialgleichungen zu finden.

Es ist bekannt, dass die Lösungen Y der mit (1) zur selben Art gehörenden Differentialgleichungen sich durch

$$Y = r_0(z)\,y + r_1(z)\,y'$$

ausdrücken, wo y die Lösung der Differentialgleichung (1) $y' = \frac{dy}{dz}$, und $r_0(z)$, $r_1(z)$ beliebige rationale Functionen von z bedeuten. Das Integral

$$\begin{aligned}\int Y\,dz &= \int r_0(z)\,y\,dz + \int r_1(z)\,y\,dz \\ &= r_1(z)\,y + \int\left(r_0(z) - \frac{dr_1(z)}{dz}\right)dz\end{aligned}$$

drückt sich also aus vermittelst einer rationalen Function von z, y und eines Integrales der Gestalt

$$\int R(z)\,y\,dz.$$

Wenn man nun die rationale Function $R(z)$ in Partialbrüche zerlegt, erhält man rechts Integrale von der Gestalt:

$$I^{(p)} = \int (z-a)^p y\, dz.$$

wo p eine (positive oder negative) ganze Zahl ist.

Um nun für solche Integrale Reductionsformeln zu erhalten, bedienen wir uns folgender Identität:

Wenn

$$D(y) = (A y')' + A_0 y$$

die linke Seite der Gleichung (1) bezeichnet. und $\varphi(z)$ eine beliebige Function von z ist, so ist identisch:

$$(A) \quad \int D(\varphi) y\, dz = A(\varphi' y - \varphi y') .$$

In der That:

$$\int D(\varphi) y\, dz = \int (A\varphi')' y\, dz + \int A_0 y\, dz$$

$$= A(\varphi' y - \varphi y') + \int [(A_2 y')' + A_0 y]\, \varphi\, dz$$

$$= A(\varphi' y - \varphi y')$$

w. z. b. w.

Setzt man in $A)$ $\varphi = z^p$, $(p = 0, 1, 2, \ldots)$, so bekommt man die Gleichungen:

$$\int A_0 y\, dz = -A y'$$

$$\int (A_0 z + A'_2) y\, dz = A(y - zy')$$

$$\int (A_0 z^2 + 2A' z + 2A) y = A z (2y - zy'),$$

. . . . . .

oder. weil

$$A_0 = c_0 + c_1 z + \ldots + c_{2n-2} z^{2n-2}$$

$$A = a_0 + a_1 z + \ldots + a_{2n} z^{2n};$$

die Gleichungen:

$$c_0 I^{(0)} + c_1 I^{(1)} + c_2 I^{(2)} + \ldots + c_{2n-2} I^{(2n-2)} = -A y'$$

$$d_0 I^{(0)} + d_1 I^{(1)} + d_2 I^{(2)} + \ldots + d_{2n-1} I^{2n-1} = A(y - zy')$$

. . . . . .

. . . . . .

wo $c_0, c_1, \ldots$; $d_0, d_1, \ldots$ constante Grössen sind. Daraus folgt der Satz:

Die Integrale $I^{(2n-2)}$, $I^{(2n-2)}$, $I^{(2n)}, \ldots$ lassen sich vermittels der rationalen Function von y, y', z und der Integrale:

$$I^{(0)}, I^{(1)}, \ldots I^{(n-3)}, I^{(n-2)}, \ldots I^{(2n-3)}$$

darstellen.

Unter den letzt aufgeschriebenen Integralen sind $(n-2)$: $I^{(0)}, I^{(1)}, \ldots I^{(n-3)}$ die überall endlichen.

Mit Hilfe aller dieser Integrale lassen sich gewisse $(n-2)$ lineare Combinationen mit constanten Coefficienten zusammensetzen:

$$\int \Psi_{2n-3-m}\, y\, dz \qquad m = 0, 1 \ldots (n-3),$$

welche nur polare Unstetigkeiten aufweisen d. h. es lassen sich $(n-2)$ Integrale II. Gattung bilden (vergl. § 4, 5).

Es bleiben also unter den Integralen: $I^{(n-2)} \ldots I^{2n-3}$ nur zwei zu untersuchen z. B. $I^{(n-2)}, I^{(n-1)}$. Weil nun für $z = \infty$ folgende Entwickelungen gelten:

$$I^{(n-2)} = a_0 \log z + a_0 \frac{1}{z} + \frac{a_2}{2} \frac{1}{z^2} +$$

$$I^{(n-1)} = a_0 z + a_1 \log z + \ldots$$

können uns diese Integrale auch als Repräsentanten der Integrale III. Gattung dienen.

Wenn wir in der Identität $(A)\ \varphi = (z-a)^p,\ p = -1, -2, -3, \ldots$ einsetzen, erhalten wir für Integrale $I^{(-p)} = J^{(p)}$ Gleichungen, mit Hilfe deren sich die Integrale:

$$J^{(3)}, J^{(4)}, J^{(5)} \ldots$$

durch rationale Functionen von z, y, y' und die Integrale $J^{(1)}, J^{(2)}, I^{(0)}, I^{(1)}, \ldots$ linear mit constanten Coefficienten ausdrücken lassen.

Bei dieser Reduction erscheinen zwei neue Integrale:

$$J^{(1)} = \int \frac{y}{z-a} dz, \quad J^{(2)} = \int \frac{y}{(z-a)^2} = dz.$$

Diese Integrale lassen sich aber vermittels der Substitution $z - a = \frac{1}{t}$, $y(z) = t^{n-1} \bar{y}(t)$ in die Integrale: $I^{(n-2)}, I^{(n-1)}$ transformieren; sie sind also von den letzten nicht prinzipiell verschieden, so dass auch J^1, J^2 als Repräsentanten der Integrale III. Gattung betrachtet werden können. Diese Integrale J^1, J^2 hängen mit den Integralen Q_{ik} folgendermassen zusammen:

Aus der Formel (7):

$$\left[F_A^n + \tfrac{1}{2}(z-\zeta)^2 F_h^{n-2}\right] \frac{1}{(z-\zeta)^3} =$$

$$= \frac{A(\zeta) + \frac{1}{2}(z-\zeta) A'(\zeta) + \frac{1}{2}(z-\zeta)^2 A_0(\zeta)}{(\zeta - z)^3} + X(\zeta, z)$$

folgt

$$Q_{ik} = \frac{A}{2} \int \frac{\upsilon_k + \upsilon_k'(\zeta - z)}{(z-\zeta)^2} y_i \, dz + \sum_{m=0}^{n-3} \int z^m y_i \, dz \int \Upsilon_{2n-m-3}(\zeta) \upsilon_k \, dz$$

$$= \frac{A}{2}\left[\upsilon_k J^{(2)} - \upsilon_k' J^{(1)}\right] + \sum_{m=0}^{n-3} J^{(m)} Z^{(m)}$$

Das Integral Q_{ik} setzt sich also vermöge $J^{(1)}, J^{(2)}$ und einer bilinearen Summe der Integralen I-er und II-er Gattung zusammen.

Anmerkung: Wenn man einen der singulären Punkte z. B. e_n (zu dem die Exponenten $l_n' l_n''$ gehören) ins Unendliche vermittels der Substitution $z - e = \frac{1}{t}$, $y(z) = t^{n-1} \bar{y}(t)$ hinübersetzt, bekommt man für $y(t)$ wiederum eine mit sich selbst adjungierte Differentialgleichung und es gelten für $t = \infty$ die Entwickelungen:

$$\bar{y}_1(t) = \frac{1}{t^{n+l'_{n-1}}}\left(a_0 + \frac{a_1}{t} + \ldots\right)$$

$$\bar{y}_2(t) = \frac{1}{t^{n+l''_{n-1}}}\left(b_0 + \frac{b_1}{t} + \ldots\right)$$

Daraus folgt, dass die überall endlichen Integrale $I^{(p)} = \int z^p y \, dz$, $p = 0, \ldots n-3$ sich in die linearen Combinationen der überall endlichen Integrale:

$$\bar{I}^{(p)} = \int t^p . \bar{y} \, dt, \; p = 0 \ldots n-3$$

transformieren. Die Integrale zweiter Gattung werden hier durch die Integrale:

$$\bar{I}^{n-2}, \; \bar{I}^{n-1}, \ldots \; \bar{I}^{2n-5} \ldots$$

repräsentiert und als Integrale III. Gattung können hier die Integrale:

$$\bar{J}^{(1)} = \int \frac{y}{z-a} dt, \quad \bar{J}^{(2)} = \int \frac{\bar{y}}{(z-a)^2} dt$$

gelten.

§ 6.

Genaue Feststellung der Anzahl der Integrale *I. Gattung.*

Wir haben in § 5. gefunden, dass unter den Integralen

$$\int Y dz = \int (r_0 y + r_1 y') dz$$

sicher $(n-2)$ Integrale erster Gattung existieren, die linear unabhängig sind. Es bleibt noch übrig zu beweisen, dass keine anderen linear unabhängige Integrale I Gattung vorhanden sind [1]).

Wir stellen zuerst mit H. Hirsch den Satz auf:

Wenn

$$\int Y dz = \int [r_0(z) y + r_1(z) y'] dz$$

überall endlich sein soll, so sind $r_0(z)$, $r_1(z)$ rationale **ganze** Functionen von z.

Wenn y eine Lösung der Differentialgleichung (1) ist, so genügt:

$$Y(z) = r_0(z) y + r_1(z) y' \tag{19}$$

bekanntlich auch einer linearen homogenen Differentialgleichung

$$B_2 y'' + B_1 y' + B_0 y = 0 \tag{20}$$

(welche der Fuchs'schen Classe angehört) und kann im allgemeinen neben den singulären Punkten $z = e_1, e_2, \ldots e_n, \infty$ nur noch polare Unstetigkeiten besitzen (die von polaren Unstetigkeiten der Functionen r_0, r_1 herrühren). Diese polaren Unstetigkeiten sind nun hier wegen der Endlichkeit des Integrals $\int Y(z) dz$ ausgeschlossen.

Daraus folgt: Die Differentialgleichung (20) kann nur die Punkte:

$$e_1, e_2, \ldots e_n, \infty$$

als singuläre Punkte besitzen, und wenn $k_i'. k_i''$; k', k'' die zu e_i, ∞ gehörenden Exponenten der Functionen Y sind, so ist

$$k_i' > -1, \; k_i'' > -1 \quad (i = 1, 2 \ldots n)$$

$$k' \geqq 2, \qquad k'' \geqq 2;$$

ausserdem ist jedenfalls wegen (19) und wegen:

[1]) Mit dieser Frage hat sich neulich auch H. Hirsch in 54 Bd. Math. beschäftigt. Da sich seine Resultate für die sich selbst adj. Differentialgleichungen unmittelbar nicht anwenden lassen, erörtere ich die Frage noch einmal.

$$-1 < l_i' < 0, \quad -1 < l_i'' < 0, \quad l_i' + l_i'' = -1,$$

$$k_i' = l_i' + \mu_i, \quad k_i'' = l_i'' + \mu_i,$$

wo μ_i ganze nicht negative Zahlen sind.

Es seien nun y_1, y_2 beliebige zwei linear unabhängige Lösungen von (1), Y_1, Y_2 die ihnen entsprechenden Lösungen von (20):

$$Y_1 = r_0(z)\, y_1 + r_1(z)\, y_2'$$

$$Y_2 = r_0(z)\, y_2 + r_1(z)\, y_2'.$$

Daraus folgt:

$$r_0(z) = \frac{A}{c}(Y_1 y_2' - Y_2 y_1')$$

$$r_1(z) = -\frac{A}{c}(Y_1 y_2 - Y_2 y_1)$$

indem, wie bekannt, $y_1 y_2' - y_2 y_1' = \frac{c}{A}$ ist.

Die Ausdrücke $Y_1 y_2' - Y_2 y_1'$; $Y_1 y_2 - Y_2 y_1$ sind nun Invariante gegenüber den Substitutionen:

$$y_1 = a\, y_1 + b\, \bar{y}_2 \qquad Y_1 = a\, Y_1 + b\, Y_2;$$

$$y_2 = c\, \bar{y}_1 + d\, y_2 \qquad Y_2 = c\, Y_1 + d\, Y_2$$

und nämlich:

$$Y_1 y_2 - Y_2 y_1 = (a d - b c)(\bar{Y}_1 \bar{y}_2 - \bar{Y}_2 \bar{y}_1), \text{ etc.}$$

Wir können also bei der Bestimmung der Exponenten der Functionen r_0, r_1 in den Punkten $z = e_i, \infty$ für Y und y solche Lösungen einsetzen, welche zu den Exponenten der entsprechenden singulären Punkte gehören:

$$y_1 = (z - e_i)_i^{l_i'}\, \mathfrak{P}_1(z - e_i), \quad y_2 = (z - e_i)_i^{l_i''}\, \mathfrak{P}_2(z - e_i)$$

$$y_1 = \left(\frac{1}{z}\right)^{l'} \mathfrak{P}_1\left(\frac{1}{z}\right), \quad y_2 = \left(\frac{1}{z}\right)^{l''} \mathfrak{P}_1\left(\frac{1}{z}\right).$$

und entsprechend

$$Y_1 = (z - e_i)_i^{k_i'}\, P_1(z - e_i) \text{ etc.}$$

Daraus folgt, dass der Exponent von $r_0(z)$

im Punkte $z = e_i$: $\quad m_i^{(0)} = 2 + k_i' + l_i'' - 1 = 2 + k_i'' + l_i' - 1$.

„ $\quad z = \infty \quad m^{(0)} = 2n - k' - l'' - 1 = 2n - k'' - l' - 1$

und der Exponent von $r_1(z)$

$$\text{im Punkte } z=e_i: \quad m_i^{(1)}=2+k_i'+l_i''=2+k_i''+l_i',$$

$$\text{„} \quad z=\infty \quad m^{(1)}=2n-k'-l''=2n-k''-l'$$

ist. Es war aber:

$$k_i'=l_i'+\mu_i, \quad k_i''=l_i''+\mu_i,$$

$$l'=n-1, \quad l''=n;$$

woraus:

$$m^{(0)}=\mu_i \quad , \quad m^0=n-k'-1;$$

$$m_i^{(1)}=\mu_i+1, \quad m^{(1)}=n-k'.$$

folgt. Weil nun die Grössen μ_i nicht negative ganze Zahlen sind, bleiben $r_0(z)$, $r_1(z)$ für alle endliche Werthe von z endlich, sind also wirklich rationale ganze Functionen. Den Grad dieser Functionen bestimmen die Zahlen $m^{(0)}$ und $m^{(1)}$. Wegen der Ungleichung:

$$k''>k'\geqq 2,$$

ist:

$$m^{(0)}\leqq n-3,$$

$$m^{(1)}\leqq n-2.$$

Also: $r_0(z)$ ist ein Polynom höchstens $(n-3)$-en Grades,
$r_1(z)$ ist höchstens vom Grade $(n-2)$.

Es ist aber für jeden singulären Punkt e_i: $m_i^{(1)}=\mu_i+1\geqq 1$, woraus folgen würde, dass $r_1(z)$ mindestens n-es Grades ist; es muss also identisch $r_1(z)=0$ sein. Wir kommen schliesslich auf den Satz:

Alle überall endlichen Integrale: $\int Ydz$ sind von der Gestalt

$$\int r_0(z)\,y\,dz,$$

wo $r_0(z)$ eine ganze rationale Function höchstens vom Grade $(n-3)$ ist. Dies war aber zu beweisen.

Aus den vorhergehenden Erörterungen kann man schon schliessen, dass in der Schaar der Functionen:

$$Y(z)=r_0(z)\,y+r_1(z)\,y'$$

keine überall endliche vorkommen können. Wir können aber die Existenz solcher Functionen auch auf folgende einfache Weise widerlegen.

Indem die Function $Y(z)$ überall endlich sein soll, muss man festsetzen, dass

$$k_i'\geqq 0, \; k_i''\geqq 0; \; k'\geqq 0, \; k''\geqq 0$$

sind. Daraus folgt, dass

$$\mu_i \geqq 1$$

also

$$\Sigma \mu_i \geqq n$$

ist. Nun genügt aber die Function $Y(z)$ der Differentialgleichung (20); zwischen den Exponenten findet also die bekannte Relation statt:

$$k' + k'' + \Sigma (k_i' + k_i'') = n - 1$$

oder

$$k' + k'' + 2 \Sigma \mu_i = 2n - 1$$

oder weil $k' + k'' \geqq 0$

$$2 \Sigma \mu_i \leqq 2n - 1$$

$$\Sigma \mu_i < n \quad .$$

§ 7.

Darstellung der Functionen Y vermittels der Integrale *I. und II. Gattung.*

Die Sätze des vorigen § können uns zur Darstellung einer beliebigen Function

$$Y_1 = r_0(z) y_1 + r_1(z) y_1' .$$

durch Integrale erster und zweiter Gattung dienen.

In der That, es möge die Function Y_1 nur an den Stellen

$$z = a, b, c, \ldots$$

und an jeder von erster Ordnung unendlich sein. Die entsprechenden Residua nennen wir: $A_1, B_1, C_1, \ldots$

Zur Lösung y_1 wählen wir die zweite linear unabhängige: y_2, welche der Relation:

$$y_1 y_2' - y_2 y'_1 = \frac{1}{A}$$

genügt, und bilden die Function

$$Y_2 = r_0(z) y_2 + r_2(z) y_2' .$$

welche natürlich (im allgemeinen) auch an Stellen $a, b, c, \ldots$ unendlich ist. Die entsprechenden Residua nennen wir: $A_2, B_2, \ldots$

Vermittels der Functionen y_1, y_2 bilden wir weiter die Integrale (v. S. 3)

$$\mathfrak{Z}_{1,1}(t) = 2\upsilon_1 Z_{1,1}(t) = 2\upsilon_1 Z_1(t) + fy_1 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\varphi \upsilon_1}{z-t}$$

$$\mathfrak{Z}_{1,2}(t) = 2\upsilon_2 Z_{1,2}(t) = 2\upsilon_2 Z_1(t) + fy_1 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\varphi \upsilon_2}{z-t}$$

$$\mathfrak{Z}_{2,1}(t) = 2\upsilon_1 Z_{2,1}(t) = 2\upsilon_1 Z_2(t) + fy_2 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\varphi \upsilon_1}{z-t}$$

$$\mathfrak{Z}_{2,2}(t) = 2\upsilon_2 Z_{2,2}(t) = 2\upsilon_2 Z_2(t) + fy_2 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\varphi \upsilon_2}{z-t}$$

Von diesen Integralen sind die: $\mathfrak{Z}_{1,1}$, $\mathfrak{Z}_{2,2}$, auch für $z=t$ endlich und

$\mathfrak{Z}_{1,2}$ ist unendlich wie $\frac{1}{z-t}$

$\mathfrak{Z}_{2,1}$ „ „ „ $\frac{-1}{z-t}$

Wir bilden nun die Functionen:

$$\Phi_1 = Y_1 - A_1 \mathfrak{Z}_{1,2}(a) + A_2 \mathfrak{Z}_{1,1}(a)$$
$$\Phi_2 = Y_2 - A_1 \mathfrak{Z}_{2,2}(a) + A_2 \mathfrak{Z}_{2,1}(a);$$

Sie sind natürlich für unsere besondere Zweige Y_1, Y_2 der Function Y auch in $z=t$ endlich. Wir behaupten aber, dass die Function Φ_1 auch nach beliebigem Umlaufe von z an der Stelle $z=a$ endlich bleibt.

Wir beweisen dies folgendermassen:

Wenn die Lösung y_1 nach einem Umlaufe von z in

$$\bar{y}_1 = \alpha y_1 + \beta y_2$$

übergeht, so geht die Function Y_1 in

$$\bar{Y}_1 = \alpha Y_1 + \beta Y_2$$

die Function $\mathfrak{Z}_{1,1}$ (abgesehen vom Periodicitätsmodul) in

$$\bar{\mathfrak{Z}}_{1,1} = \alpha \mathfrak{Z}_{1,1} + \beta \mathfrak{Z}_{2,1}$$

die Function $\mathfrak{Z}_{1,2}$ in

$$\bar{\mathfrak{Z}}_{1,2} = \alpha \mathfrak{Z}_{1,2} + \beta \mathfrak{Z}_{2,2}$$

und also die Function Φ_1 in

$$\overline{\Phi}_1 = Y_1 - A_1 \overline{\mathfrak{Z}}_{1,2} + A_2 \overline{\mathfrak{Z}}_{1,1} =$$
$$= \alpha(Y_1 - A_1 \mathfrak{Z}_{1,2} + A_2 \mathfrak{Z}_{1,1}) + \beta(Y_2 - A_1 \mathfrak{Z}_{2,2} + A_2 \mathfrak{Z}_{2,1})$$

über. Nun sind die Ausdrücke in Klammern für $z = a$ endlich, also bleibt auch $\Phi_{z=a}$ endlich w. z. b. w.

Daraus folgt nach dem Satze (§ 6), dass

$$Y_1 - A_1 \mathfrak{Z}_{1,2}(a) + A_2 \mathfrak{Z}_{1,1}(a) - B_1 \mathfrak{Z}_{1,2}(b) + B_2 \mathfrak{Z}_{1,1}(b) \ldots$$

ein überall endliches Integral ist; wir haben also die Darstellung:

$$Y_1 = \Sigma(A_1 \mathfrak{Z}_{1,2} - A_2 \mathfrak{Z}_{1,1}) + \sum_{p=0}^{n-3} M_p I^{(p)} + N,$$

wo M_p, N constante Grössen bedeuten.

Als einfaches Beispiel nehmen wir die Function

$$Y_1 = \frac{f y_1}{z - a}.$$

wo $f = (z - e_1)(z - e_2) \ldots (z - e_n)$ ist, welche, wie leicht zu sehen ist, nirgends unendlich ist, ausgenommen im Punkte $z = a$.
Wir bilden

$$Y_2 = \frac{f y_2}{z - a}.$$

welche auch nur in $z = a$ unendlich ist. Die Residua von Y_1, Y_2 sind:

$$A_1 = f(a) y_1(a) = \varphi \upsilon_1$$
$$A_2 = f(a) y_2(a) = \varphi \upsilon_2$$

Es ist also

$$Y_1 = \varphi \upsilon_1 \mathfrak{Z}_{2,2} - \varphi \upsilon_2 \mathfrak{Z}_{1,1} + \Sigma M_p I^{(p)} + N.$$

Hier sind $M_p = N = 0$. In der That haben wir:

$$\varphi \upsilon_1 \mathfrak{Z}_{1,2} - \varphi \upsilon_2 \mathfrak{Z}_{1,1} = \varphi \upsilon_1 \left[2\upsilon_2 Z_1 + f y_1 \frac{\partial}{\partial a} \frac{\varphi \upsilon_2}{z - a} \right] -$$
$$- \varphi \upsilon_2 \left[2\upsilon_1 Z_1 + f y_1 \frac{\partial}{\partial a} \frac{\varphi \upsilon_1}{z - a} \right]$$
$$= f y_1 \cdot \varphi \left[\upsilon_1 \frac{\partial}{\partial a} \frac{\varphi \upsilon_2}{z - a} - \upsilon_2 \frac{\partial}{\partial a} \frac{\varphi \upsilon_1}{z - a} \right]$$
$$= \frac{f y_1}{z - a} \varphi^2 (\upsilon_1 \upsilon_2' - \upsilon_2 \upsilon_1') = \frac{f y_1}{z - a}.$$

§ 8.

Darstellung des Integrals $\int Y dz$ vermittels der Integrale *I., II. und III. Gattung.*

Indem wir neben den Integralen I. und II. Gattung auch die der III. Gattung benutzen, können wir jedes Integral

$$I_1 = \int Y_1 \, dz = \int [r_0(z) y_1 + r_1(z) y_1] \, dz$$

in die Summe der elementaren Integrale I, $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{G}$ zerlegen.

Es sei I_1 nur in den Punkten $a, b, c \ldots$ unendlich und nämlich in der Umgebung von a:

$$I_1 = \frac{A_1^m}{(z-a)^m} + \ldots + \frac{A_1^1}{z-a} + A_1^0 \log(z-a) + \ldots$$

Wenn y_2 die zweite von y_1 linear unabhängige Lösung von (1) ist, die der Relation

$$y_1 y_2' - y_2 y_1' = \frac{1}{A}$$

genügt, bilden wir

$$I_2 = \int Y_2 \, dz = \int [r_0(z) y_2 + r_1(z) y_2'] \, dz$$

und erhalten im allgemeinen in der Umgebung von a:

$$I_2 = \frac{A_2^m}{(z-a)^m} + \ldots + \frac{A_2'}{z-a} + A_2^{(0)} \log(z-a) + \ldots$$

Indem wir nun mit $\mathfrak{J}_{ik}^{(0)}(a)$ die Integrale zweiter Gattung bezeichnen, welche im Punkte a 1) für $i \gtrless k$ unendlich sind wie $\frac{(-1)^k}{(z-a)^n}$, 2) für $i = k$ endlich bleiben, und $\mathfrak{G}_{ik}$ die elementaren Integrale III. Gattung nennen, erhalten wir in der Function:

$$\Phi_1 = I_1 - A_1^m \mathfrak{J}_{1,2}^m(a) + A_2^m \mathfrak{J}_{1,1}^m - \ldots - A_1^1 \mathfrak{J}_{1,2}^{(0)}(a) - A_1^1 \mathfrak{J}_{2,2}^1(a) -$$
$$- A_1^0 \mathfrak{G}_{1,2} - A_2 \mathfrak{G}_{1,1}$$

für den betrachteten Zweig y_2 einen auch im Punkte a endlichen Ausdruck.

Für den Zweig y_1 ist wiederum:

$$\Phi_2 = I_2 + A_2^m \mathfrak{J}_{2,1}^m(a) - A_1^m \mathfrak{J}_{2,2}^m(a) + \ldots + A_2^1 \mathfrak{J}_{2,1}^{(0)}(a) - A_1^1 \mathfrak{J}_{2,2}^{(0)}(a) -$$
$$- A_2^0 \mathfrak{G}_{2,1} + A_1^0 \mathfrak{G}_{1,1}$$

auch im Punkte a endlich. Weil nun nach dem Umlaufe von z um

die singulären Punkte die Function Φ_1 in

$$\Phi_1 = \alpha \Phi_1 + \beta \Phi_2$$

übergeht, bleibt Φ_1 (so wie auch Φ_2) überhaupt für die Stelle a endlich. Wenn wir dieselbe Discussion für die Punkte: $b, c, \ldots$ durchführen und der Kürze halber:

$$A_1^m \mathfrak{Z}_{1,2}^{(m)}(a) + B_1^n \mathfrak{Z}_{1,2}^{(n)}(b) + \ldots = \Sigma A_1^m \mathfrak{Z}_{1,2}^m; \text{ etc.}$$

setzen, erhalten wir in dem Ausdrucke:

$$\Phi_1 = I_1 - \Sigma[(A_1^m \mathfrak{Z}_{1,2} - A_2^m \mathfrak{Z}_{1,1}^m) + \ldots + (A^1_1 \mathfrak{Z}^1_{1,2} - A^1_2 \mathfrak{Z}_{1,1})] +$$
$$+ \Sigma[A^0_1 \mathfrak{Q}_{1,2} - A^0_2 \mathfrak{Q}_{1,1}]$$

eine überall endliche Function, welche dem Satze (§ 6) zufolge eine Summe der Integrale I. Gattung darstellt.

Es ist also:

$$I_1 = \Sigma[(A_1^m \mathfrak{Z}_{1,2}^m - A_2^m \mathfrak{Z}_{1,1}^m) + \ldots + (A^1_1 \mathfrak{Z}^1_{1,2} - A^1_2 \mathfrak{Z}^1_{1,1})] -$$
$$- \Sigma(A^0_1 \mathfrak{Q}_{1,2} - A^0_2 \mathfrak{Q}_{1,1}) + \sum_{p=0}^{p=n-3} M_p I_1^{(p)} + N.$$

w. z. B. w.

Zum Beispiel:

Wenn $$I_1 = \int \frac{y_1}{(z-a)} dz$$

und $$\left.\frac{d^n y_1}{dz^n}\right|_{z=a} = \upsilon_1^{(n)}, \quad \left.\frac{d^n y_2}{dz^n}\right|_{z=a} = \upsilon_2^{(n)}$$

ist, so hat man:

$$A_1^1 = -\upsilon_1, \quad A_1^0 = \upsilon_1^1$$
$$A_2^1 = -\upsilon_2, \quad A_2^0 = \upsilon_2^1,$$

wo wie immer $$\upsilon_1 \upsilon_2' - \upsilon_2 \upsilon_1' = \frac{1}{A(a)} \text{ ist.}$$

Es ist also:

$$I_1 = -\upsilon_1 \mathfrak{Z}_{1,2}^{(1)} + \upsilon_2 \mathfrak{Z}_{1,1}^{(1)} - \upsilon_1' \mathfrak{Q}_{1,2} + \upsilon_2' \mathfrak{Q}_{1,1} + \sum_{p=0}^{n-3} M_p I^{(p)} + N$$

(vergl. § 13).

13. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

Rozprawy Akademii Umiejętności. Wydział matematyczno-przyrodniczy. Serya II, tom XX, ogólnego zbioru tom 40. *(Travaux de la Classe, vol. 40, 8-o, p. 411, 3 planches et 17 gravures).*

Wł. Natanson. O prawach zjawisk dyfuzyjnych. *(Sur les lois de la diffusion, 8-o, p. 17).*

A. Rosner. O powstawaniu ciąży bliźniaczej monochorialnej. *(Sur la génèse de la grossesse gémellaire monochoriale, 8-o, p. 59).*

K. Szulc. Grady w Galicyi. *(Sur les grêles en Galicie, 8-o, p. 21).*

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

20 Lutego 1902.

PUBLICATIONS DE L'ACADEMIE

1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoir. et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 256 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 38 livr. 40 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski e J. Szujski; A. Lewicki 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. - Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Joannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 33 vol. 241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo. 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo. 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

APR 28 1902

12.229

Nr 2. FÉVRIER 1902.

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ETE FONDEE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemend ou en latin, des travaux présentés à l'Academie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction du Secrétaire de la Classe des Sciences math. et nat.
M. Joseph Rostafiński.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

APR 1902

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 2. **Février** **1902.**

Sommaire: 14. M. VL. KULCZYŃSKI: Species Oribatinarum (Oudms.) (Damaeinarum Michael) in Galicia collectae.
15. M. K. ROGOZIŃSKI: Sur l'absorption des microbes par l'intestin à l'état physiologique.
16. M. J. TRZEBIŃSKI: Influence des excitants sur la croissance du Phycomyces nitens.
17. M. T. BROWICZ: Quelques remarques sur la cellule hépâtique.
18. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du mardi 3 Février 1902.

PRÉSIDENCE DE M. F. KREUTZ.

14. M. VL. KULCZYŃSKI, m. c.: **Species Oribatinarum (Oudms.) (Damaeinarum Michael) in Galicia collectae.**

Aus der Oribatiden-Abtheilung: *Oribatinae* wurden in Galizien (u. zw. im Krakauer Gebiete, in der Tatra, an mehreren anderen Punkten Westgaliziens, in der Umgebung von Przemyśl) einundzwanzig weiter unten aufgeführte Arten gesammelt. Einige von denselben sind aller Wahrscheinlichkeit nach identisch mit Arten, welche von C. L. Koch in „Deutschlands Crustaceen, Myriapoden und Arachniden" (1835—1844) beschrieben worden, den späteren Bearbeitern der Oribatiden aber unbekannt geblieben sind. Es ergiebt sich daraus die Nothwendigkeit einer Aenderung einiger in neuerer Zeit in Anwendung gebrachter Speciesnamen.

Amerus Berlese.

1. *A. polonicus* n. sp. pilis cephalothoracis prope pseudostigmata sitis apicem tectopediorum I non attingentibus, dorso abdominis pilis ornato duodecim, quatuor anticis et duobus postremis longis, reliquis brevibus, marginem abdominis non attingentibus. Long. ca. 1·0 mm.[1]) — Krakauer Gebiet und Przemyśl.

[1]) Genauere Beschreibungen dieser und der übrigen Arten sowie auch eine Bestimmungstabelle der Oribata-Arten sind in der Originalabhandlung zu finden.

Oribata (Latr.) Oudms.

1. *O. geniculatus* (L., C. L. Koch). — Häufig.

2. *O. clavipes* (Herm., Michael). — Bedeutend seltener als der vorige.

3. *O. gracilipes* n. sp. cephalothoracis lateribus inter pedes I et II in processum subrhombicum oblique foras productis, organis pseudostigmaticis setiformibus, pilis interlamellaribus brevibus, eminentiâ pseudostigmata gerenti pone tuberculis quatuor ornatâ; pedum IV femoribus plus duplo longioribus quam coxae, femoribus et patellis ad apicem pilis longis valde instructis; notogastere modice et subaequabiliter convexâ, spinis adnatis in margine antico ornatâ, eius pilis sex anterioribus sublibratis radiantibus, reliquis decem paullulo tenuioribus subadpressis et partim anteriora versus, partim retro directis; pedum unguibus monodactylis. Long. ca. 0·95 mm. — Selten; in grösserer Anzahl nur bei Lencze (West-Galizien) von Herrn S. Stobiecki und bei Przemyśl von Prof. B. Kotula, sonst in einzelnen oder wenigen Exemplaren im Krakauer Gebiet und in West-Galizien gesammelt. Höchster Fundort: Zakopane (850 m).

4. *O. auritus* (C. L. Koch). — Peitschenförmige Pseudostigmen-Haare, zwei sehr lange, peitschenförmige Haare an den Patellen IV, verhältnismässig kurze Coxen IV, welche nur die halbe Länge des Schenkelgliedes erreichen, unterscheiden diese Art u. a. sowohl von dem *Oribata auritus* (Michael) als auch vom *O. riparius* (Nicolet) (*Belba aurita* Berlese). — Ziemlich häufig.

5. *O. riparius* Nicolet (*Belba aurita* Berlese). — Ziemlich häufig.

6. *O. crispatus* Kulcz. (*Damaeus auritus* Michael, non C. L. Koch). — Ziemlich selten.

7. *O. verticillipes* Nicolet (nec Michael). — Ziemlich häufig.

8. *O. nivalis* n. sp. lateribus cephalothoracis inter pedes I et II in lobum dilatatis ante transverse truncatum et in parte anticâ exteriore leviter dentatum, organis pseudostigmaticis in parte apicali leviter dilatatis, eminentiâ pseudostigmata gerenti in latere postico tuberculis duobus instructâ, notogastere spinis adnatis duabus et serie duplici pilorum mediocriter longorum, elevatorum ornatâ, pedibus IV quam I circiter tertiâ parte modo longioribus, pedum unguibus monodactylis. Long. ca. 0·7 mm. — Tatra: Rysy (Meeraugspitze), Wysoka; ca. 2500 m ü. d. M.

9. *O. tecticola* Michael. — Sehr selten: es wurde nur je 1 Exemplar gesammelt in Balice (Krakauer Gebiet) und in Lencze (West-Galizien).

10. *O. setiger* n. sp. cephalothoracis lateribus inter pedes I et II in lobum rotundatum dilatatis, organis pseudostigmaticis flagelliformibus, eminentiâ pseudostigmata gerenti in latere postico tuberculis quatuor ornatâ, notogastere in longitudinem modice et paene aequabiliter convexâ, spinis adnatis duabus et pilis dorsualibus sedecim elevatis, leviter foras curvatis, radiantibus, quum desuper adspiciuntur, ornatâ, pedibus mediocri longitudine, eorum internodiis sat fortiter incrassatis, pedum unguibus monodactylis. Long. 0·63 mm. — Sehr selten: Rudno und Krzeszowice (Krakauer Gebiet).

11. *O. bituberculatus* n. sp. cephalothoracis lateribus inter pedes I et II rotundatis, organis pseudostigmaticis filiformibus apice acuminatis, glabris, eminentiâ pseudostigmata gerenti in latere postico tuberculis duobus ornatâ, notogastere instructâ spinis adnatis duabus et pilis dorsualibus modice longis, modice curvatis, plus minusve elevatis, pedum unguibus monodactylis. Long. ca. 0·6 mm. — Sehr selten: Krzeszowice und Grzegórzki bei Krakau.

12. *O. tatricus* n. sp. cephalothoracis lateribus inter pedes I et II rotundatis, eminentiâ pseudostigmata gerenti in latere postico non tuberculatâ, organis pseudostigmaticis setiformibus, notogastere modice et paene aequabiliter convexâ, spinis adnatis duabus et pilis dorsualibus sedecim longis fortibus elevatis, radiantibus, quum desuper adspiciuntur, ornatâ; pedum unguibus monodactylis, femore IV quam coxa breviore. Long. ca. 0·65 mm. — Tatra, in der Höhe von 1250—2550 m.

13. *O. propexus* n. sp. cephalothoracis lateribus inter pedes I et II in processum subrhombicum, foras et anteriora versus directum productis, eminentiâ pseudostigmata gerenti in latere postico tuberculis quatuor ornatâ, organis pseudostigmaticis flagelliformibus, notogastere paene aequabiliter convexâ, spinis adnatis carenti, eius pilis dorsualibus parum elevatis, anticis duobus anteriora versus directis, secundis foras directis procurvis, pedibus modice longis, eorum internodiis fortiter incrassatis, unguibus monodactylis, pedum IV coxâ paullo longiore quam femur, pilis femoris et patellae IV mediocribus. Long. ca. 0·55 mm. — Tatra, 1000—1550 m.

14. *O. pulverulentus* (C. L. Koch?, sub *Nothro*). (?*Damaeus papillipes* Nicolet. *O. verticillipes* Michael nec Nicolet. *Oribata Mi-*

chaelii Oudemans). — Die häufigste von den kleineren Oribata-Arten; in der Tatra noch in der Krummholzregion, 1550 m.

15. *O. comptus* n. sp. cephalothoracis lateribus inter pedes I et II rotundatis, eminentiâ pseudostigmata gerenti in latere postico tuberculis duobus ornatâ, organis pseudostigmaticis flagelliformibus, notogastere modice et subaequabiliter convexâ, spinis adnatis carenti, eius pilis dorsualibus parum elevatis, anticis duobus retro directis, pedibus moniliformibus, eorum pilis modice longis, unguibus monodactylis, coxâ IV longitudine femur aequanti saltem. Long. 0·55 mm. — Krakauer Gebiet (Rudno) und Tatra bis 2000 m.

16. *O. montanus* n. sp. cephalothoracis lateribus inter pedes I et II rotundatis, eminentiâ pseudostigmata gerenti in latere postico tuberculis duobus ornatâ, organis pseudostigmaticis flagelliformibus, notogastere modice et paene aequabiliter convexâ, spinis adnatis carenti, pilis dorsualibus ornatâ brevibus subadpressis, eorum duobus anticis anteriora versus directis, pedibus modice moniliformibus, eorum pilis modice longis, unguibus monodactylis, coxâ IV paullo breviore quam femur. Long. ca. 0·65 mm. — Tatra, 1100—2200 m.

17. *O. sufflexus* Michael. — Mit dieser Art ist offenbar sehr nahe verwandt (vielleicht sogar identisch): *Damaeus patelloides* Michael. — Ziemlich häufig; auch in der Tatra bis 1200 m. Höhe.

18. *O. aegrotus* n. sp. cephalothoracis lateribus inter pedes I et II rotundatis, eminentiâ pseudostigmata gerenti in latere postico tuberculis duobus ornatâ, organis pseudostigmaticis flagelliformibus, notogastere globoso-conicâ, spinis adnatis carenti, pilis ornatâ valde brevibus, tenuibus, varium in modum curvatis, unguibus monodactylis. Long. 0·58 mm. — Dem Vorigen nahe verwandt. — Czerna (Krakauer Gebiet): ein Exemplar.

Die in obigen Diagnosen der neuen Arten erwähnten „Spinae adnatae“ bilden zwei kurze, am Vorderrande des den Hinterleib bedeckenden Schildes, ungefähr hinter den Pseudostigmata liegende Kiele, welche nach unten zu in frei vorragende, mehr oder weniger entwickelte Stacheln auslaufen. Von den bereits beschriebenen, in Galizien vorkommenden Oribata-Arten besitzen: *O. geniculatus* (L.), *O. clavipes* (Herm.), *O. auritus* (C. L. Koch), *O. riparius* (Nicolet), *O. verticillipes* (Nicolet) und *O. tecticola* (Michael) gut entwickelte „Spinae adnatae“, bei *O. crispatus* Kulcz. sind diesel-

ben rudimentär und fehlen gänzlich bei *O. pulverulentus* (C. L. Koch) und *O. sufflexus* (Michael).

Von wesentlichem Nutzen bei der Unterscheidung der Oribata-Arten dürfte die Gestalt des die Pseudostigmata tragenden, erhöheten Cephalothoraxtheiles sein; derselbe ist an der hinteren Seite mit vier Höckern versehen bei:

O. geniculatus, clavipes, gracilipes, auritus, riparius, crispatus, verticillipes, setiger, propexus;

nur zwei Höcker trägt er bei:

O. nivalis, tecticola, bituberculatus, comptus, montanus, sufflexus, aegrotus;

höckerlos ist er bei:

O. tatricus, pulverulentus.

Die bei einigen Arten vorkommenden Längsfalten am Vorderrande des abdominalen Rückenschildes sind veränderlich. Bei einer Art *(O. crispatus)* wurde in der Regel eine netzförmige Sculptur des eben genannten Schildes beobachtet, welche ihre Entstehung sicherlich nur den fest anhaftenden Exuvien verdankt und daher bei Exemplaren, welche keine Exuvien tragen (was bei dieser Art recht selten vorkommt), fehlt. Die Länge und die Gestalt der die einzelnen Beinglieder — besonders das Femur und die Patella IV — schmückenden Haare bietet zwar im allgemeinen recht brauchbare Species-Kennzeichen, welche aber nicht ganz zuverlässig sind, da diese Haare manchmal offenbar krankhaften Veränderungen unterliegen.

Gymnodamaeus n.

Die von A. Berlese vorgenommene generische Trennung der Oribaten mit dreizinkigen Fussklauen *(Damaeus* Berlese) von den typischen *Oribata*-Formen *(Belba* Berlese) dürfte berechtigt sein, da Unterschiede nicht nur im Bau der Klauen, sondern auch in der Form der Beine und in der Behaarung des Hinterleibes [1]) und des Vorderleibes bestehen (bei den erstgenannten Arten fehlen die Interlamellarhaare). — Da der Name *Damaeus* C. L. Koch in dem

[1]) *Damaeus concolor* (Berlese, non C. L. Koch) Michael und *D. nitens* (C. L. Koch) Michael scheinen keine echten *Damaei* zu sein und vielleicht besser in die Abtheilung der *Eremaeinae* (Oudemans) (= *Notaspidinae* Michael) zu passen.

ihm von A. Berlese gegebenen Sinne nicht gebraucht werden darf, wird derselbe durch „*Gymnodamaeus*“ vertreten.

1. *G. bicostatus* (C. L. Koch) (non *Damaeus bicostatus* Berlese, Michael). — Selten: Krakauer Gebiet und Przemyśl.

2. *G. femoratus* (C. L. Koch). — Selten: Krakauer Gebiet.

Diese zwei Arten können von einander folgendermassen unterschieden werden:

Spatium pseudostigmatibus interiectum insigniter humilius quam margo anticus notogasteris. Rostrum pilis duobus supra et duobus in lateribus instructum. Organa pseudostigmatica pone apicem coxarum III pertinentia. Tectopedia pedum II extrinsecus rotundata. Long. ca. 0·7 mm . . . . . *G. bicostatus.*

Spatium pseudostigmatibus interiectum aeque elevatum atque margo anticus notogasteris. Rostrum pilis in lateribus. binis utrimque. instructum. Organa pseudostigmatica apicem coxarum III non attingunt. Tectopedia pedum II extrinsecus dentata. Long. ca. 0·85 mm . . . . . *G. femoratus.*

Damaeus bicostatus Berlese ist von der gleichnamigen Art C. L. Koch's wohl verschieden; nach der Beschreibung und Abbildung ist er nämlich bedeutend kleiner, hat eine andere Sculptur des Abdominalschildes (zwei — wohl die ganze Länge einnehmende — Eindrücke schliessen gewöhnlich eine mediane Erhöhung ein; bei der Koch'schen Art findet man gewöhnlich zwei, nur die Vorderhälfte einnehmende Längskiele, welche eine Vertiefung einschliessen und hinten mit einander verbunden sind; öfters fehlen diese Kiele gänzlich), eine andere Gestalt und Behaarung der Hinterleibsspitze; die vier Haare des Rostrums finden sich an seinen Seiten.

Ebenfalls dürfte der *Damaeus Dugesii* Berlese [1]), welcher von A. Michael als Synonym zu *D. femoratus* C. L. Koch gezogen wurde, eine besondere, durch bedeutendere Grösse (1·0 mm), viel längere, fadenförmige Pseudostigmenhaare, mehr länglichen und an den Seitenrändern behaarten Hinterleib unterschiedene Art sein. Es darf aber nicht unerwähnt bleiben, dass der „*Damaeus Dugesii*“, dessen einzelne Theile von Berlese in demselbes Werke, Heft 74, Taf. 5, und in „Ordo Cryptostigmata (Oribatidae)“ Taf. VI abgebildet wurden, gut mit dem *Gymnodamaeus femoratus* übereinstimmt.

[1]) Acari, Myriopoda et Scorpiones hucusque in Italia reperta. Heft 3, Taf. 6.

Erklärung der Tafeln.

Taf. IV.

1. *Amerus polonicus* n. sp.

2—4 und 11. *Oribata geniculatus* (L., C. L. Koch); 2. Vordertheil des Rumpfes von der Seite, 3. derselbe von oben und etwas von vorne, 11. Pseudostigmen und deren Umgebung von vorne gesehen.

5. 6. *Oribata clavipes* (Herm.); 5. Hinterleib, 6. Vordertheil des Rumpfes.

7. *Oribata gracilipes* n. sp.

8. *Oribata crispatus* Kulcz.

9. *Oribata auritus* (C. L. Koch).

10. *Oribata riparius* (Nicolet).

12, 13 und 18. *Oribata nivalis* n. sp. 12. Hinterleib, 13. Hinterleib und Pseudostigma.

14. *Oribata tatricus* n. sp.

15. *Oribata propexus* n. sp.

16. *Oribata verticillipes* n. sp.

17. *Oribata tecticola* (Michael).

19. *Oribata setiger* n. sp.

20. 21. *Oribata bituberculatus* n. sp.; 20. Pseudostigmenhaar.

22. *Oribata comptus* n. sp.

23. *Oribata montanus* n. sp.

24. *Oribata pulverulentus* (C. L. Koch ?).

25. *Oribata aegrotus* n. sp.

26, 27. *Oribata sufflexus* (Michael); 27. Hinterleib.

28, 30, 32, 34. *Gymnodamaeus bicostatus* (C. L. Koch), Vordertheil des Rumpfes, Rückenschild des Hinterleibes, Hinterleib von hinten gesehen, Rostrum von vorne.

29, 31, 33, 35. *Gymnodamaeus femoratus* (C. L. Koch). Vordertheil des Rumpfes, Vorderleib von vorne, Hinterleibsspitze von oben und von hinten gesehen.

Taf. V.

36. 37. *Oribata geniculatus* (L.).
38. 39. *Oribata clavipes* (Herm.).
40. 41. *Oribata gracilipes* n. sp.
42. 43. *Oribata auritus* (C. L. Koch).
44. 45. *Oribata riparius* (Nicolet)
46. 47. *Oribata crispatus* Kulcz.
48. 49. *Oribata verticillipes* (Nicolet).
50. 51. *Oribata tecticola* Michael.
52. 53. *Oribata nivalis* n. sp.
54. 55. *Oribata setiger* n. sp.
56. 57. *Oribata bituberculatus* n. sp.
58. 59. *Oribata propexus* n. sp.
60. 61. *Oribata pulverulentus* (C. L. Koch ?).
62. 63. *Oribata tatricus* n. sp.

Je ein Bein des I. und des IV. Paares.

64, 65. *Oribata comptus* n. sp.
66, 69. *Oribata montanus* n. sp.
67, 68. *Oribata sufflexus* Michael.
} Je ein Bein des I. und des IV. Paares.
70. *Gymnodamaeus bicostatus* (C. L. Koch), rechtes Bein I von oben.
71. *Gymnodameus femoratus* (C. L. Koch), obenso.

---

15. M. KAZIMIERZ ROGOZIŃSKI: **O fizyologicznej rezorbcyi bakteryi z jelita.** ***(Ueber die physiologische Resorption von Bakterien aus dem Darme).*** *(Sur l'absorption des microbes par l'intestin à l'état physiologique).* Mémoire présenté par M. T. Browicz, m. c.

Die als klassisch geltenden Arbeiten von Meissner, Hauser und Fodor haben die Lehre von der Sterilität der Gewebe des normalen Thieres begründet. Es hatte zwar diese Lehre schon längst eine beträchtliche Einschränkung durch die Arbeit von Wyssokowitsch erfahren, doch waren es besonders die von Porcher und Desoubry im Jahre 1895 gemachten Angaben über die stetige Anwesenheit von grossen Mengen Bakterien im Chylus und Blute des in Fettverdauung begriffenen normalen Thieres, die diese Lehre zu bedrohen schienen. Die Angaben der Schüler Nocard's wurden jedoch bald durch die Untersuchungen der Schüler Flügge's, Max Neisser und Opitz, mit aller Schärfe zurückgewiesen. Die strittige Frage der Resorption von Bakterien aus dem Darme aufzuklären, hat sich Verf. in der vorliegenden Arbeit zur Aufgabe gestellt.

Es wurden vom Verf. zwei Serien von Experimenten ausgeführt. Die eine bestand in einer Reihe von Untersuchungen, die an 30 Thieren (darunter 27 Hunden, 3 Katzen) angestellt wurden, bei denen Chylus und Mesenterialdrüsen, in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle nur letztere, 4—5 Stunden nach Fütterung des betreffenden Thieres mit fettreicher Nahrung (darunter 4 Thiere, die 2—5 Tage gehungert hatten) einer bakteriologischen Prüfung mittelst des Culturverfahrens (mitunter auch einer Untersuchung in mikroskopischen Schnitten) unterzogen wurden. In der zweiten Reihe von Versuchen wurden bei 7 mit beträchtlichen Mengen Saprophyten gefütterten Hunden die Mesenterialdrüsen wie auch das Blut bakteriologisch untersucht.

Die Methodik der Untersuchung in der ersten Reihe der

Experimente war folgende. In einigen Vorversuchen wurde der Chylus mittels Catheterisation aus dem Ductus thoracicus am Halse entnommen, da der Verf. sich aber dabei überzeugte, dass diese Methode bei derartigen Untersuchungen unzweckmässig ist, wurde in allen angeführten Experimenten das zur bakteriologischen Prüfung bestimmte Material dem lebenden Thiere mittels einer mit allen aseptischen Cautelen ausgeführten Laparotomie aus der Abdominalhöhle entnommen. Die Laparotomie wurde in einzelnen Fällen in Äthernarkose, sonst aber ohne jegliche Narkose, und zwar in letzterem Falle nach vorausgegangener Tracheotomie und Einleitung der künstlichen Athmung ausgeführt. Nach Absengung des Gekröses, welches die mit Chylus gefüllten Lymphgefässe enthielt, sowie des das Pancreas Asellii bedeckenden peritonealen Überzuges, wurde der Chylus mittels steriler fein ausgezogener Pipetten entnommen, ebenso wurden Stücke von Mesenterialdrüsen mit frisch in der Flamme ausgeglühter Scheere und Pincette herausgeschnitten und unter den üblichen bakteriologischen Cautelen in Nährböden eingeführt. In der Mehrzahl der Experimente wurde die Absengung mit eisernen in der Flamme zur Rothglut erhitzten Cauteren ausgeführt, nur in 7 Versuchen wurde dazu der Paquelin'sche Thermocauter benutzt. Es war die Absicht des Verf.'s, Chylus und Mesenterialdrüsen in gleicher Weise zu berücksichtigen, da er aber schon bei den ersten Versuchen mit dem Chylus stets negative, dagegen mit den Mesenterialdrüsen positive Resultate erhielt, wandte er seine Aufmerksamkeit hauptsächlich den Drüsen zu. In einigen Fällen wurden ausserdem Stücke von Leber und Milz zur Untersuchung entnommen.

Bei der bakteriologischen Untersuchung des auf die genannte Weise gewonnenen Materials wurde vom Verf. prinzipiell die Anreicherungsmethode der Keime durch flüssige Nährböden angewandt: die ausgeschnittenen Drüsen wurden in Bouillonröhrchen eingeführt und der Temperatur von 37° ausgesetzt. Nur einzelne Drüsen wurden direct in flüssige Gelatine gebracht und sammt derselben auf Platten ausgegossen. Sofort nach erfolgter Trübung der Bouillon wurden die sich entwickelnden Mikroorganismen mit allen Mitteln der bakteriologischen Forschung untersucht: es wurden stets, mitunter mehrmals Platten gegossen, Culturen auf gewöhnlichen Nahrböden angelegt (darunter auch Gährungs-, Milchcoagulations- und Indol-Proben angestellt) und die mikroskopische Untersuchung im hängenden

Tropfen und in gefärbten Präparaten (später auch stets nach Gram) ausgeführt.

Da schon bei den ersten Experimenten in den Drüsen öfters Mikroorganismen, die als angehörige der Coli-Gruppe bezeichnet wurden, gefunden wurden, musste der Genauigkeit wegen ein eventueller auf Verunreinigung aus der Luft beruhender Fehler durch entsprechende Controlle ausgeschlossen werden. Von dem siebenten Experimente an wurden stets zuweilen mehrere Gelatine-Platten, mitunter auch Agar-Platten, auf dem Operationstische während der ganzen Dauer des Experimentes der Luft ausgesetzt und alle Luftkeime, die auf diesen Platten zu Colonien aufgingen, einer genauen Prüfung unterzogen.

Es hat sich nun sehr bald herausgestellt, dass, während an den Mesenterialdrüsen sehr oft Mikroorganismen gezüchtet wurden, und dazu in einer grossen Zahl der Fälle und mit einer überraschenden Regelmässigkeit solche, die sich als mehr oder weniger typische Repräsentanten der Coli-Gruppe erwiesen, auf den Luftplatten nach monatelanger Controle kaum eine einzelne Colonie solcher Bakterien innerhalb grosser Zeitabstände constatiert werden konnte.

Eine eingehende Beschreibung der gewonnenen Resultate findet in den Protokollen der einschlägigen Experimente statt; dieser schickt der Verf. einen kurzen Überblick über die morphologischen und biologischen Eigenschaften der Bakterienarten voraus, welche er gezüchtet und die er der Coli-Gruppe eingereiht hat. Es sei bemerkt, dass alle diese vom Verf. in den Mesenterialdrüsen gefundenen Spaltpilzarten zu den am meisten typischen Repräsentanten der erwähnten Gruppe gehörten.

Das Ergebnis der ausführlich im einzelnen beschriebenen Experimente ist im allgemeinen folgendes:

In der ersten Reihe von Versuchen an 30 Thieren wurden vom Verf. 35 Chylusportionen von 13 Thieren bakteriologisch untersucht, daraus zweimal Cocci und einmal Bac. subtilis gezüchtet; wonach das Resultat dieser Untersuchungen als fast vollkommen negativ anzusehen ist.

Bei 26 Thieren dieser Reihe wurden 112 Stücke von aus dem Pancreas Asellii ausgeschnittenen Drüsen bakteriologisch untersucht, und zwar wurden 101 in Bouillon, 11 in Gelatine gebracht. In diesen wurden bei 21 Thieren Spaltpilze überhaupt, bei 18 Thieren

Bakterien von der Coli-Gruppe gefunden. Darunter waren 35 Stämme von der Coli-Gruppe; 6 Stämme von Coccen (zwei in zuckerhaltigen Nährböden gasbildende), 2 Stämme von Proteus vulgaris, einer von Bac. subtilis und einer von Bac. mesentericus vulgatus. Von den mit Anreicherung der Keime in Bouillon untersuchten Drüsen wurden 33 Coli-Stämme gezüchtet, von den in feste Nährböden gebrachten 2 solche Stämme.

In einem sichtbaren Widerspruche mit den im allgemeinen positiven Resultaten dieser Untersuchungen waren die Ergebnisse von 7 Experimenten, in welchen der Paquelin'sche Apparat benutzt wurde: nach der Meinung des Verf.'s sind die Misserfolge in diesen Fällen der deletären Wirkung der hohen Temperatur auf Mikroorganismen bei Anwendung jenes Apparates zuzuschreiben. Wenn man von diesen aus technischen Gründen missglückten Versuchen absieht, waren die Ergebnisse der Drüsenuntersuchung folgende.

In den Mesenterialdrüsen von 19 untersuchten Thieren wurden bei 17 Thieren überhaupt Bakterien gefunden, nur bei zwei Thieren konnten keine nachgewiesen werden. Der erste Fall betrifft einen Hund, wo das negative Resultat augenscheinlich durch die Unvollkommenheit der Methode der Untersuchung herbeigeführt sein mochte (die Anreicherung der Keime wurde in diesem Falle unterlassen), der zweite einen anderen Hund, der am längsten (5 Tage lang) gehungert hatte. Bei den 16 Thieren, bei denen die Untersuchung der Drüsen positive Resultate ergeben hat, wurden Bakterien von der Coli-Gruppe gefunden, darunter aus 79 Drüsenproben (74 in Bouillon, 5 in Gelatine untersucht) 33 Stämme von der Coli-Gruppe (31 von den in Bouillon, 2 von den in Gelatine untersuchten) gezüchtet.

In allen Fällen, wo gelegentlich Blut aus verschiedenen Gefässen oder Stücke von Milz und Leber in Nährböden hineingebracht wurden, blieben die letzteren auf die Dauer steril. Um einen Einblick in die Localisation der Mikroorganismen in den Lymphdrüsen zu gewinnen, untersuchte Verf. in einer Reihe von Fällen die Mesenterialdrüsen mikroskopisch in Schnitten. Letztere Untersuchung wurde nur als Ergänzung der durch das Culturverfahren erzielten Resultate betrachtet. Die zur mikroskopischen Untersuchung bestimmten Drüsen wurden zum Theil direct aus der Bauchhöhle in die entsprechende Fixierungsflüssigkeit übertragen und weiter bearbeitet, oder es wurde mit ihnen auf die gleiche Weise vorgegangen, wie

mit den zur ausschliesslich bakteriologischen Untersuchung bestimmten. Da es beim sorgfälltigsten Durchmustern von vielen Schnitten (gefärbt mit Thionin, Anilinwasser-Gentianaviolett und nach Gram) niemals gelungen ist, einwandsfrei die Anwesenheit von Bakterien in den frisch dem Thiere entnommenen Drüsen nachzuweisen, da aber andererseits die Anreicherungsmethode der Keime bei der Untersuchung durch das Culturverfahren sich als zweckmässig erwiesen hatte, zog der Verf. diese Methode als Vorbehandlung der zur mikroskopischen Untersuchung bestimmten Drüsen vor. In verschiedenen Zeitabschnitten wurden die Drüsen aus der Bouillon mit bakteriologischen Cautelen herausgenommen, mit sterilem destillierten Wasser abgespült, gehärtet, eingebettet und in Schnitte zerlegt.

Dabei stellte es sich heraus, dass schon ein 4 Stunden dauernder Aufenthalt der Drüse in Bouillon bei 37° genügt, um in derselben hier und da ganze Anhäufungen von mitunter ganz verschiedenen Mikroorganismen in den Schnittpraeparaten nachzuweisen. Die Methode erwies sich dabei noch in anderer Hinsicht als höchst zweckmässig: Die vorausgehende Anwendung der Anreicherungsmethode bei der histologischen Untersuchung, wie sie in der Folge vom Verf. ausgeübt wurde, ist ganz besonders dazu geeignet, alle bestehenden Zweifel über den Ursprung und die Herkunft der Bakterien zu zerstreuen, bosonders die eventuell aus der Luft stammenden Verunreinigungen auszuschliessen. Sobald man eine Drüse aus der noch klaren Bouillon zur richtigen Zeit herausnahm, bevor noch die aus dem Inneren derselben herauswuchernden Bakterien bis zur Oberfläche und in das Nährmedium vorgedrungen waren, blieb die bei 37° später aufbewarte Bouillon auf die Dauer steril, während bei der mikroskopischen Untersuchung der Drüse in Schnitten mehr oder weniger zahlreiche Haufen von Bakterien inmitten der Gewebe gefunden wurden. Das Bild auf Tafel VI Figur 2 stammt z. B. von einer solchen Drüse.

Was die Localisation der Spaltpilze im Gewebe anbetrifft, so hat der Verf. dieselben stets extracellulär und in herdförmiger Anordnung meistentheils in den Lymphräumen und an der Peripherie der Lymphknoten und der Markstränge, nicht in deren Mitte, so z. B. in den Keimcentren und nie in den Blutgefässen liegen gesehen (ausgenommen die Fälle, in welchen Gewebe, die

zu lange in Bouillon gelegen hatten, durch und durch von Bakterien durchwachsen waren).

In morphologischer Hinsicht waren die Mikroorganismen sehr verschieden: Coccen, Kurzstäbchen und Bacillen. Sehr oft fand sich das Bild (Taf. VI Fig. 2) von grossen ungleichmässig gefärbten Bacillen vor, die zu langen Fäden vereinigt lagen; diese Bilder erinnern an die von Sheffer beschriebenen Formen von Bac. aerogenes in Anaërobiose gezüchtet. Mitunter waren, besonders in grösseren Lymphräumen Bilder zu finden, die das Klatschpräparat einer oberflächlichen Colonie von Bact. coli com. auf einer Platte wiedergaben.

Es sei bemerkt, dass Verf. Gelegenheit hatte, die Angaben von anderen Autoren über die Unvollkommenheit der Entfärbung von Bact. coli unter gewissen Bedingungen, darunter in Schnittpräparaten bei kurzer Einwirkung der Lugol'schen Lösung bei der Gram'schen Färbemethode, vollkommen bestätigen zu können. Das Bild auf Tafel VI Figur 1 stammt von einer Drüse, die 24 Stunden vor der Herausnahme zur mikroskopischen Untersuchung in Bouillon gelegen hatte, und wo nach weiteren 24 Stunden nach erfolgter Trübung der Bouillon Bact. coli in Reincultur in der Bouillon gefunden wurde.

Wie aus der oben angeführten Zusammenstellung der Ergebnisse der Untersuchungen folgt, wurden vom Verf. in einer sehr grossen Zahl der Fälle in Mesenterialdrüsen normaler Versuchsthiere Mikroorganismen aus der Coli-Gruppe gefunden; Verf. fühlt sich zu dem Schlusse berechtigt, dass die genannten Bakterien aus dem Intestinaltractus der betreffenden Thiere stammten.

Die Gleichmässigkeit der Resultate seiner bakteriologischen Untersuchung der Drüsen erklärt Verf. einerseits durch die, wie ersichtlich, sehr häufige Anwesenheit dieser typischen Repräsentanten der Darmflora in den Mesenterialdrüsen, andererseits aber, durch die Thatsache, dass das Bact. coli, wie bekannt, andere Bakterienarten, besonders in flüssigen Nährböden, zu unterdrücken und zu überwuchern vermag, was wohl auch in vielen Drüsenproben des Verf.'s stattgefunden hatte, da ja die Bedingungen dazu besonders günstig waren.

Aus den negativen Ergebnissen seiner verhältnismässig spärlichen Untersuchungen über den Keimgehalt des Chylus, will Verf. zur Zeit keinen entscheidenden Schluss ziehen; es liegt ja auf der

Hand, dass die Darmbakterien auf keinem anderen Wege vom Darme zu den Drüsen, als auf dem Wege der Lymphgefässe gelangen können. Die Verschiedenheit seiner bisherigen Ergebnisse bei der Untersuchung von Chylus und Drüsen ist nach des Verf.'s Meinung nur so zu deuten, dass während es technisch ungemein grosse Schwierigkeiten bereitet, die wenig zahlreichen im Chylus suspendierten Bakterien aufzufinden, dies für die Drüsen viel leichter ist, da die Mikroorganismen in diesen Gebilden abfiltriert, so zu sagen aufgespeichert und während einer gewissen Zeit aufbewahrt werden.

Die Ergebnisse der oben angeführten Reihe von Versuchen bestätigen also weder die Angaben der Nocard'schen Schule noch die in jeder Hinsicht negativen Ergebnisse der diesbezüglichen Untersuchungen der Schule Flügge's. Sie liefern einen Beweis, dass die Resorption von Darmbakterien thatsächlich stets und normaler Weise, wohl aber in einem viel beschränkteren Grade, als es die französischen Forscher wollen, erfolgt und dass die Mesenterialdrüsen diese Darmbakterien vor dem Einbruche derselben in die Blutbahn (es bleibe eine offene Frage, inwiefern vollständig) aufzuhalten vermögen.

Um einen directen Beweis über die physiologische Resorption von Bakterien aus dem Darme zu erlangen, führte Verf. die Bakterienfütterungsversuche der zweiten Reihe aus. Dieselben sollten zugleich als Ergänzung der Experimente der ersten Reihe dienen.

Es war die Absicht des Verf.'s womöglich durch die eingeführten Stämme die normalen Darmbakterien im Darme selbst zu verdrängen, um den ersteren den Contact mit der Schleimhautoberfläche zu sichern; zu diesem Zwecke bediente er sich der übrigens auch von anderen Forschern öfters bei analogen Versuchen benutzten Methode der Überfüllung des Darmes mit dem betreffenden Stamme.

Bevor die Mesenterialdrüsen nach ähnlichen Grundsätzen der Technik wie in der ersten Reihe von Experimenten zur bakteriologischen Untersuchung entnommen wurden, wurden den Versuchsthieren 3—5 Tage lang zu der aus gekochtem Fleisch mit Grütze und Milch bestehenden Kost Bouillonculturen von den betreffenden Bakterien in einer Menge von 100—300 ccm einer gewöhnlich zweitägigen, mitunter dreitägigen Cultur mit einem Liter Futter vermengt dargereicht. Im allgemeinen erhielten die Hunde 500—800 ccm der Bouilloncultur während dieser Frist.

Drei Hunde erhielten den Bac. prodigiosus, zwei das Bact. Kiliense und zwei den Bac. mycoides; alle diese Stämme wurden vom Král'schen Laboratorium in Prag bezogen.

Den Thieren wurden auch stets einige Cubiccentimeter Blut sowie mehrmals Stücke von Leber und Milz entnommen und der Keimgehalt derselben in flüssigen und festen Nährböden untersucht. Bei allen Versuchen erfolgte ebenfalls eine Controle der in der Luft des Operationsraumes enthaltenen Keime. Ausserdem wurden auch Stücke der von verschiedenen Stellen entnommenen Magen-Darmwand der mikroskopischen Untersuchung in Schnitten unterzogen. Was die Modificationen der bakteriologischen Untersuchung anbetrifft, so wurden erstens sämmtliche Culturen dieser zweiten Reihe von Versuchen bei Zimmertemperatur gehalten, zweitens wurden die Drüsen theils direct in Gelatine gebracht, theils nach einiger Zeit aus der Bouillon in dieselbe übertragen und auf Platten beobachtet.

Die in dieser zweiten Reihe von Versuchen vom Verf. erzielten Resultate waren im allgemeinen positiv: es gelang dem Verf., alle drei zur Fütterung benutzten Stämme von Saprophyten in den Mesenterialdrüsen der betreffenden Thiere aufzufinden. Es wurden im allgemeinen 40 Drüsenproben bakteriologisch durch das Culturverfahren untersucht. Die betreffenden einverleibten Bakterien wurden in 15 Proben nachgewiesen, ausserdem in 9 Fällen Mikroorganismen von der Coli-Gruppe gefunden. Bac. prodigiosus wurde in 17 Drüsenproben gesucht, dabei 12 mal gefunden; Bact. Kiliense wurde in 11 gesucht, in 2 gefunden; Bac. mycoides in 12 gesucht, aber nur in einer gefunden.

Die besten Resultate wurden also mit dem Bac. prodigiosus erzielt: er wurde bei allen Hunden, bei zwei von ihnen in allen Drüsenproben gefunden. Die Wahl dieses farbstoffbildenden Mikroorganismus zu den Fütterungsversuchen erwies sich ausserdem noch aus dem Grunde als besonders glücklich, da seine Farbstoffproduction in keiner Weise beim Passieren des Darmtractus der Versuchsthiere beeinträchtigt wurde, so dass man dank der localen Bildung dieses Farbstoffes, auf der Oberfläche der Drüsen die sich entwickelnden Keime leicht aufdecken und unzweideutig definieren konnte. Die drei beigelegten Bilder auf Tafel VI (Fig. 3, 4, 5) illustrieren das Gesagte.

In manchen Fällen, wo in einer Drüsenprobe die künstlich

eingeführten Bakterien und zugleich Spaltpilze aus der Coli-Gruppe gefunden wurden, war es dem Verf. möglich, das allmähliche Verdrängen der ersteren durch die letzteren theils in Bouillon-mischculturen theils auf den Platten ad oculos zu beobachten. Die Bilder auf Tafel VI Fig. 4 und 5 sind nach Platten gemalt, auf denen sich solch ein Kampf ums Dasein zwischen den einen und den anderen Mikroorganismenarten abspielt.

Die beide übrigen Stämme, Bact. Kiliense und Bac. mycoides, wurden bei je einem der mit ihnen gefütterten Thiere gefunden. Wie schon erwähnt, ist es dem Verf. nur ein einziges Mal gelungen, den Bac. mycoides aus einer Mischcultur mit Bact. coli in einer Bouillon zu isolieren.

Die in der zweiten Reihe von Versuchen ausgeführte bakteriologische Blut- Leber- und Milzuntersuchung ergab vollkommen negative Resultate. Bei der mikroskopischen Untersuchung der Magen- und Darmwand konnten keine sichtbaren Laesionen der Gewebe, insbesondere der Schleimhaut dieser Organe gefunden werden.

Es bleibt den künftigen ausführlichen Untersuchungen auf diesem Gebiete vorbehalten, die Einzelheiten der Gesetze über die Resorption aus dem Darme von verschiedenen Bakterienarten aufzuklären. Die bisherigen Versuche des Verf.'s liefern zur Zeit den sicheren Beweis, dass in den Mesenterialdrüsen der normalen Thiere nicht nur die stets und normaler Weise resorbierten Darmbakterien angetroffen werden, sondern dass auch manche, mit der Darmschleimhaut zufälligerweise in Berührung gerathende, für dieselbe indifferente und unschädliche Bakterienarten resorbiert und in die genannten Drüsen übergeführt werden, wo sie aufgedeckt werden können.

Diese vom Verf. für physiologische Verhältnisse bewiesene Thatsache liefert zugleich einen wesentlichen Beitrag zu dem Verständnis von vielen strittigen pathologischen Fragen (postmortale und agonale Wanderung der Darmbakterien, Resorption von Bakterien aus dem Darme bei verschiedenen pathologischen Zuständen, kryptogenetische Infectionen intestinalen Ursprunges, Resorption aus dem Darme von Bac. tuberculosis, Übergang von Darmbakterien auf die Peritonealfläche des Darmes, latenter Mikrobismus in den Lymphdrüsen u. dgl.)

* * *

Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen seiner eigenen Untersuchungen und denen von Porcher und Desoubry einerseit, von Neisser und Opitz andererseits, erklärt Verf. durch das theils ungenügende, theils mangelhafte Untersuchungsverfahren der oben erwähnten Forscher. Die diesbezüglichen ausführlich im Original dargestellten Einwände sind in kürze folgende:

Die Publicationen von Porcher und Desoubry haben das Gepräge flüchtiger vorläufiger Mittheilungen. Dieselben wurden auch nachträglich durch keine ausführlichere Begründung ergänzt. Die genannten Autoren entnahmen zu ihren Untersuchungen den Chylus der Bauchhöhle der Versuchsthiere; über die Methodik der Entnahme des Materials sowie dessen nachträgliche Behandlung wird nichts weiter berichtet. Die französischen Forscher führten keine, wenn auch nur oberflächliche Untersuchung der sich aus dem Chylus und Blut angeblich entwickelnden Mikroorganismen aus, ihre einzigen Angaben beziehen sich auf das den Versuchsthieren dargereichte Futter und auf die Zahl der Bouillonröhrchen, die eine Trübung aufwiesen, sowie auf die Zahl der Colonien, die auf den Platten von dem untersuchten Material — Chylus und Blut — zur Entwickelung kamen. Da die Bouillon, mit Chylus vermengt, von vorne herein trübe zu sein pflegt, so kann selbstverständlich so eine Angabe über Trübung der Bouillon, der keine weitere Forschung nachfolgt, überhaupt gar nicht in Betracht kommen. Porcher und Desoubry kümmern sich gar nicht um die Herkunft der Mikroben, die sie aus dem Chylus und Blut gezüchtet zu haben glauben; die Frage der eventuellen Verunreinigungen scheint für sie gar nicht zu existieren. Angenommen sogar, dass die Trübung der flüssigen Nährböden wirklich in der Entwickelung von Mikroorganismen ihren Grund hatte und die Colonien auf Platten, nicht, wie das Neisser meint, lediglich Fetttröpfchen darstellten, muss hervorgehoben werden, dass die Behauptung der Autoren, es befördere die Fettresorption die Aufnahme von Darmbakterien in die Lymphbahnen, gänzlich auf einer Vermuthung beruhe; es findet sich beim Vergleiche der Ergebnisse der Untersuchung des Chylus gefütterter Thiere einerseits und solcher von Hungerthieren andererseits kein bindender Beweis für diese Vermuthung. Mehr als gewagt muss ferner die Behauptung über die Differenz im Keimgehalte des grossen und kleinen Kreislaufes gelten; als Stütze dafür können die mehr oder weniger zahlreichen Colonien von unbekannten Mi-

kroorganismen auf einzelnen Platten der Autoren kaum angesehen werden.

Der sachliche Gehalt der Mittheilungen von Porcher und Desoubry entbehrt jeglicher Beweiskraft und die gewagten Schlüsse, die diese Forscher aus demselben zu ziehen suchen, aller Begründung. Es muss übrigens als bemerkenswert hervorgehoben werden, dass Nocard, dessen scharfer Beobachtungssinn die ganze Frage ins Leben gerufen hat, es für nothwendig erachtete, die Mittheilungen von Porcher und Desoubry mit einem Anhange zu versehen, in welchem er den Umfang und die Häufigkeit der physiologischen Fütterungsbakteriaemie gegenüber den kühnen Behauptungen seiner Schüler gewissermassen einzuschränken versucht.

Es wurden gegen die Arbeit von Neisser schon öfters von anderer Seite gewichtige Einwände erhoben (Beco, Manfredi, Meltzer und Norris, Bail, Ford); Verf. kann denselben im allgemeinen nur Recht geben. Die Einwände, die Verf. seinerseits gegen die Neisser'sche Arbeit erhebt, sind folgende.

Die bei Neisser als „gefüttert" bezeichneten Hunde (3 von der Gesammtzahl 6), bei denen Chylus untersucht wurde, waren Thiere, denen 6—35 Stunden vor dem Experimente das Futter dargereicht wurde. Es muss zunächst auffallend erscheinen, dass Neisser für die Definition der gefütterten Thiere so weite Grenzen zieht. Da ungefähr 4—5 Stunden nach der Futteraufnahme die Füllung der Chylusgefässe ihr Maximum zu erreichen pflegt, ist es einleuchtend, dass der nach 35 Stunden operierte Hund eigentlich zu den Hungerthieren gerechnet werden sollte, und es bliebe in Neisser's Untersuchungen, die den Chylus der Hunde betreffen, ein, vielleicht zwei Versuchsthiere übrig, bei welchen wirklich auf dem richtigen Höhepunkte der Fettaufnahme experimentiert wurde. Übrigens bleibt es eine offene Frage, ob dieser Umstand einen wesentlichen Einfluss auf die Ergebnisse der bakteriologischen Chylusuntersuchung ausüben konnte, da von Neisser bei letzteren — und dieser viel wichtigere Umstand muss ganz besonders betont werden — überhaupt ausschliesslich Chylus aus dem Ductus thoracicus am Halse berücksichtigt wurde. Aus der Sterilität dieses Chylus glaubt Neisser schliessen zu dürfen, dass aus dem Darme seiner Hunde keine Resorption von Bakterien stattgefunden habe; da aber Neisser sowohl den Chylus in den zu den Drüsen zuführenden Gefässen, wie auch besonders die Mesenterialdrüsen selbst bei

diesen Hunden ganz ausser Acht gelassen hatte, kann dieser Schluss keineswegs berechtigt erscheinen. Es konnte wohl bei Neisser's Hunden eine Resorption von Bakterien aus dem Darme stattgefunden haben, wonach dann diese Bakterien in den Mesenterialdrüsen der Thiere aufgehalten werden konnten.

Die meisten Platten und auch viele Bouillonröhrchen blieben bei der Neisser'schen Chylusuntersuchung steril; es waren also darunter auch solche, wo Mikroorganismen zur Entwickelung kamen. Es lässt sich aber über diese letzteren nicht urtheilen, denn Neisser hält es für überflüssig diese positiven Resultate deutlich anzugeben, indem nach seiner Meinung positive Ergebnisse überhaupt immer nur Versuchsfehler und zufällige Verunreinigungen darstellen sollen. Neisser's Geringschätzung aller positiven Resultate seiner Untersuchungen muss jedem Vorurtheilsfreien, wie das besonders von Beco klargelegt wurde, als wenig berechtigt erscheinen. Um die Anschauung zu begründen, dass alle positiven Ergebnisse immer nur Versuchsfehler seien, beruft sich Neisser auf die quasi analoge Meinung von G. Hauser. Demgegenüber muss hervorgehoben werden, dass G. Hausser überhaupt eine Bedeutung nur solchen Contactverunreinigungen beimisst, welche bei der Vervollkommnung der bakteriologischen Technik zu Neisser's Zeiten wohl gänzlich ausgeschlossen werden konnten. Die Art und Weise, auf welche Neisser die Frage über die eventuelle bakericide Eigenschaft des Chylus zu entscheiden sucht, muss man, wie das schon übrigens von Meltzer und Norris betont wurde, als völlig ungenügend betrachten.

Mesenterialdrüsen wurden von Neisser in einer einzigen Reihe von Untersuchungen berücksichtigt, wo er diese Gebilde von normalen jungen Rindern und Hammeln der bakteriologischen Prüfung unterzog. Neisser soll bei dieser Untersuchung, einen näher nicht definierten Fall ausgenommen, immer nur ausschliesslich negative Ergebnisse erzielt haben. Es ensteht also die Frage, wodurch dieses negative Resultat wohl herbeigeführt sein konnte. Die von Neisser benutzte Methode der Vorbehandlung der Drüsen mit Alkohol-Sublimat soll nach Manfredi's Meinung nicht daran Schuld getragen haben. Manfredi hat es versucht, Neisser's exquisit negative Ergebnisse der Drüsenuntersuchung durch die geringe Menge des zur Untersuchung verwendeten Materials zu erklären. Es finden sich bei Neisser keine genauen Angaben über diese Menge. Jedoch in dem

nachträglich zwischen Beco und Opitz entstandenen Streite anlässlich der von Neisser geäusserten Behauptung, es sei die sterile Herausnahme von einzelnen Organen aus dem Thierkörper, im besonderen der rechten Niere, mit fast unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden, berichtigte Opitz dahin, dass es sich in Neisser's Untersuchungen um die Prüfung eben ganzer Organe gehandelt habe. Wenn also Neisser ganze Nieren der bakteriologischen Prüfung unterzog, muss es ganz unbegreiflich erscheinen, warum die Mesenterialdrüsen dabei prinzipiell anders bedandelt wurden, indem nur „Theile aus dem Inneren derselben herausgenommen wurden". Während Neisser bei der ersterwähnten Untersuchung des Chylus auch flüssige Nährböden benutzte, hat er bei dieser Drüsenuntersuchung, wie es scheint, ausschliesslich feste Nährböden in Anwendung gebracht: es wurden die Theile der Drüsen „zu Platten verarbeitet". Da aber, wie bekannt, in dieser Richtung nur bei prinzipieller Anwendung der Anreicherungsmethode der Keime durch flüssige Nährböden irgend welche sicheren Resultate zu erreichen waren, muss nach des Verf.'s Meinung in diesem Hauptmangel der Technik die Erklärung der falschen Ergebnisse Neisser's bei seinen Drüsenuntersuchungen vor allem gesucht werden. In einigen weiteren Untersuchungen, wo Neisser die Sterilität des Gekröses und der Organe der Thiere bewiesen zu haben glaubt, wurde die Untersuchung jedenfalls ausschliesslich in Gelatine und Agar vollzogen. Übrigens wurden, wie schon erwähnt, bei allen diesen Thieren die betreffenden Mesenterialdrüsen nicht untersucht, so dass die Sterilität der Organe über die eventuelle Resorption von Bakterien, die bei einigen von diesen Thieren verfüttert wurden (unter anderen auch Bac. prodigiosus), aus den bei der Besprechung der Chylusuntersuchung angeführten Gründen nichts auszusagen vermag. Neisser giebt an: „die erste Plattenöffnung fand nach zwei Tagen statt". Diese Angabe muss aber den Verdacht erregen, dass viele Platten, vielleicht überhaupt alle, während einer viel zu kurzen Zeit beobachtet wurden. Nach eigener Erfahrung des Verf.'s kommen mitunter erst nach 7—12 Tagen aus dem Inneren der Drüse die vorher in ihr verborgenen Mikroorganismen von der Coli-Gruppe zur Entwickelung; besonders bezieht sich das Gasagte auf Gelatineplatten, die bei Zimmertemperatur gehalten werden.

In einer letzten Reihe von Experimenten wurde von Neisser

der Darm allerlei Schädlichkeiten ausgesetzt, sogar von einem schwer geschädigten Darme soll in den meisten Fällen kein Übergang von Bakterien zu den Organen der Versuchsthiere stattgefunden haben. Obwohl bei einzelnen Thieren Netzstücke mit den betreffenden Chylusgefässenzur Untersuchung kamen, wurden dennoch die Mesenterialdrüsen in dieser Reihe von Versuchen jedenfalls gänzlich bei Seite gelassen. Diese ganze Reihe von Experimenten bezieht sich auf untereinander so verschiedene pathologische Verhältnisse, dass deren gleichzeitige Zusammenfassung nur Verwirrung stiften muss. Alle diese Verhältnisse können übrigens nicht im geringsten zur Lösung der Frage über die physiologische Resorption von Bakterien beitragen. Es wäre kaum begreiflich, wenn Neisser, der z. B. an die Versuchsthiere Glassplitter sammt Bakterien verfütterte, wonach er dann erstere bei der mikroskopischen Untersuchung in der Darmwand (?), nicht aber letztere in den Organen finden konnte, überhaupt keine positiven Resultate bei solchen Experimenten zu verzeichnen hätte. Die vielen „höchst pathogenen Bakterien", die Neisser den Versuchsthieren längere Zeit per os einverleibte, mussten wohl auch, wie das von Bail bemerkt wurde, schon mindestens von der Mund- und Rachenhöhle aus Infectionen hervorgerufen haben.

Es lassen sich thatsächlich aus solchen Experimenten, wie die der letzten Reihe Neisser's, keine allgemein gültigen Regeln ableiten, denn es handelt sich bei ihnen um verschiedene Dinge, die dabei gelegentlich aneinandergereiht werden. Dies sagt aber nichts über normale Verhältnisse aus, wo nach den Ergebnissen des Verf.'s solche Regelmässigkeit unter gewissen bestimmten Umständen, die Neisser für pathologische Verhältnisse vergeblich gesucht hat, in der That zu existieren pflegt.

Die prinzipiellen Einwände, welche gegen die Neisser'sche Arbeit gemacht wurden, lassen sich im grossen und ganzen auch gegen die Arbeit von Opitz erheben. Die gemeinsamen Mängel beider Arbeiten beziehen sich sowohl auf das Untersuchungsverfahren wie auch auf die auf Grund der Ergebnisse desselben gezogenen Schlussfolgerungen.

Opitz untersuchte bei seinen Versuchsthieren ausschliesslich den Chylus aus dem Ductus thoracicus am Halse; die Drüsenuntersuchung hat er dabei gänzlich ausser Acht gelassen. Die Untersuchung von Drüsen geschah bei anderen Thieren und zwar wurden

dazu vom Schlachthofe bezogene Drüsen von Rindern und Kälbern verwendet. Solches Untersuchungsmaterial muss aber immer als verdächtig angesehen werden und kann mit demjenigen, welches im Laboratorium selbst aus einem lebenden Thiere entnommen wird, keinesfalls qualitativ in Vergleich kommen. Als Haupteinwände gegen die Technik von Opitz muss ferner hervorgehoben werden, dass er erstens, sich des Paquelin'schen Thermokauters zur Absengung der Drüsenoberfläche bediente, wobei er wohl viele Mikroorganismen im Inneren der Drüsen vernichtet haben konnte (besonders Vegetationsformen derselben), dann zweitens, dass Opitz ausschliesslich feste Nährböden gebrauchte. Dazu kommt, dass nach eigener Angabe von Opitz einige Platten nur während 3 Tage beobachtet wurden; dieser kurze Zeitraum muss besonders für Gelatineplatten als völlig unzureichend angesehen werden. Es finden sich in der Arbeit von Opitz keine genauen Angaben über die Menge des Drüsenmaterials, das von Opitz zur Untersuchung verwendet wurde; jedenfalls wurden nur Theile von den Drüsen mit einem Messer herausgeschnitten. Noch weniger Material kam wohl zur Anwendung in den Fällen, wo Opitz mit einem Löffel den Saft aus dem Inneren der Drüsen auf Platten impfte.

Was die Ergebnisse der Opitz'schen Drüsenuntersuchung und die aus denselben gezogenen Schlüsse anbelangt, so muss bemerkt werden, dass die Behauptung von Opitz, er habe die Drüsen immer nur steril gefunden, keine berechtigte Stütze in den betreffenden Ergebnissen dieser Untersuchung findet. Opitz hat in seiner ersten Serie von Drüsenuntersuchungen (deren positive Resultate er durch mangelhafte Technik, nämlich den Gebrauch von Messern mit hölzernen Handgriffen zu erklären sucht) in fast $^3/_4$ der Fälle die Entwickelung von Mikroorganismen gesehen, und zwar waren es wiederholt ganz bestimmte Mikroorganismen die dabei zur Entwickelung kamen. Im allgemeinen hat Opitz aus einer stattlichen Reihe von 42 Drüsen überhaupt Mikroorganismen gezüchtet; alle diese positiven Resultate glaubt er auf Versuchsfehler beziehen zu müssen. Eine derartige Geringschätzung seiner eigenen Versuchstechnik sowie der mittels derselben gewonnenen Befunde muss jedem Unbefangenen als übertrieben und nicht vorurtheilslos erscheinen.

Es lässt sich im allgemeinen auf Grund des über die besprochenen Arbeiten Gesagten behaupten, dass diese Arbeiten keinen

Gegenbeweis bieten können für die Thatsache der physiologischen Resorption von Bakterien aus dem Darme, welche Verf. in seinen experimentellen Untersuchungen bewiesen zu haben glaubt.

Aus dem Institute für allgemeine und experimentelle Pathologie (unter Leitung von Prof. Dr. Karl von Klecki) der Jagiellonischen Universität in Krakau.

Erklärung der Tafel VI.

Figur 1.

Das Schnittpräparat einer normalen Mesenterialdrüse vom Hunde, nach Gram gefärbt, die 24 Stunden in Bouillon bei 37° gelegen hat. Nach der Herausnahme dieser Drüse wurde in der Bouillon nach weiteren 24 Stunden Bact. coli in Reincultur gefunden. (Apochrom. Zeiss Hom. Imm. 3,0 *mm* Comp. Oc. 4.).

Figur 2.

Das Schnittpräparat einer normalen Mesenterialdrüse vom Hunde, mit Anilinwasser-Gentianaviolett gefärbt, die während 8 Stunden bei 37° in Bouillon gelegen hat. Die Bouillon blieb nach der Herausnahme der Drüse auf die Dauer steril. (Apochr. Zeiss. Hom. Imm. 3,0 *mm* Comp. Oc. 8.).

Alle die drei (Fig. 3, 4, 5.) nach der Natur auf dunkelem Untergrunde gemalten Bilder stellen die sich aus den Drüsen oder in deren nächster Umgebung entwickelnden Colonien auf den betreffenden Gelatineplatten vor. Dem grossen Hunde (13 Kilo Gewicht), aus dem diese Drüsen stammen, wurde im ganzen innerhalb von vier Tagen 600 *ccm* einer 48 stündigen Bouilloncultur von Bac. prodigiosus im Futter dargereicht. Die Figur 4 stellt eine Drüse vor, die direct der Bauchhöhle entnommen in flüssige, auf eine Petri'sche Schale ausgegossene Gelatine gebracht wurde. Die übrigen zwei (Fig. 3, 5.) stellen Drüsen vor, die vorher während 20 Stunden zur Anreicherung der Keime in Bouillon gelegen hatten. Figur 4 ist am 4 Tage, Figur 3 am 5 Tage, Figur 5 am 10 Tage nach dem Experimente gemalt.

Figur. 3.

Am vierten Tage nach dem Experimente, 24 Stunden bevor das Bild gemalt wurde, kamen rings um die ganze Peripherie der Drüse am Rande derselben einige oberflächliche häutchenförmige Colonien von Bact. coli zur Entwickelung, die, wie man das bei kleiner Vergrösserung sehen konnte, von dem die Drüse umgebenden Lymphsinus aufgingen. An einer Stelle der Peripherie der Drüse (auf dem Bilde nach oben gerichtet) entwickelte sich gleichzeitig eine die Gelatine rasch verflüssigende Colonie; diese Colonie überschwemmte bald die ganze Oberfläche der Drüse und umgab mit der flüssigen ungleichmässig trüben Gelatine in bogenförmigem Umrisse fast die ganze Peripherie der Drüse. Die einzige siegreiche Colonie von Bact. coli, welche sich nicht überwuchern liess, ist auf dem Bilde diejenige (nach unten zu gekehrte), an der die Enden dieses bogenförmigen Umrisses zusammenstossen. Es erfolgt eine Bildung von Farbstoff durch die verflüssigende Colonie auf der Oberfläche der Drüse, besonders in den centralen Partien dieser Oberfläche ausgeprägt; in der peripheren Randzone schimmern weisslich die überwucherten Colonien von Bact. coli durch.

Figur 4.

Die ganze Drüse von einer aus derselben ausgehenden, die Gelatine rasch verflüssigenden Colonie von einem charakteristischen, bogenförmig welligen Umrisse umgeben. Die flüssige Gelatine ist gelb und gleichmässig trübe. Die ganze Oberfläche der Drüse von carminrothem, hier und da mehr rosarothem Farbstoffe bedeckt; die schwarzen Punkte auf dieser Oberfläche entsprechen denjenigen Stellen, wo das Gewebe bei der Absengung verbrannt wurde.

Figur 5.

Auf der Platte eine Reihe von tiefen und oberflächlichen Colonien von Bact. coli. 6 Tage bevor das Bild gemalt wurde, kamen an zwei gegenüberliegenden Stellen am Rande der Drüse (an dem auf dem Bilde nach unten gerichteten Ende derselben) zwei die Gelatine verflüssigende Colonien zur Entwickelung. Im Laufe der Zeit wurde eine von diesen Colonien durch die nebenan gelegene oberflächliche Colonie von Bact. coli vollkommen überwuchert, die andere unterlag zwar auch nachträglich im Kampfe, es ist ihr aber gelungen, als Kennzeichen ihrer Anwesenheit erstens auf einem Theile der Drüsenoberfläche rothen Farbstoff niederzusetzen, zweitens den auf dem Bilde als hellen bogenförmigen Faden erscheinenden Rand der dellenförmigen Vertiefung, wo die flüssige Gelatine ausgetrocknet ist, nach sich zu lassen. Zur Zeit, wo das Bild gemalt wurde, erwies das im Umkreise dieses Randes entnommene Impfmaterial die Anwesenheit von einer Mischcultur des Bac. prodigiosus und Bact. coli.

---

16. M. J. TRZEBIŃSKI: **Wpływ podrażnień na wzrost pleśni Phycomyces nitens.** ***(Ueber den Einfluss verschiedener Reize auf das Wachsthum von Phycomyces nitens).*** *(Influence des excitants sur la croissance du Phycomyces nitens);* Mémoire présenté par le Secrétaire M. Rostafiński m. t.

I. Mechanische Beschädigungen.

Bekanntlich hat Towsend[1]) den Einfluss von mechanischen Beschädigungen auf das Wachsthum bei Phanerogamenpflanzen geprüft und ist zu dem Schlusse gekommen, dass kleine Verletzungen eine ziemlich hohe (bis 50% der ursprünglichen Wachsthumsgeschwindigkeit) Beschleunigung verursachen, während grössere Beschädigungen nur eine Herabsetzung der Wachsthumsgeschwindigkeit zur Folge haben. Was den Einfluss der Verletzungen auf Phycomyces betrifft, so hat Towsend nur vier diesbezügliche Versuche gemacht und ist auf Grund der letzteren zum Schlusse gekommen, dass auch bei diesem einzelligen Pilze die Beschädigungen

[1]) The Correlation of growth under the influence of Injury by C. U. Towsend, An. of. Botany. Vol. XI.

(das Abschneiden von einem oder mehreren Sporangienstielen oder Zerschneiden des Mycels) eine manchmal sehr starke (bis 95%) Herabsetzung des Wachsthums herbeiführen. Diese letzteren Versuche beschloss nun der Verfasser nachzuprüfen und wo möglich zu ergänzen. Die Experimente wurden dabei nicht nur mit älteren fructifizierenden Exemplaren, sondern auch mit kleinen, sterilen (16—48 Stunden alten) Mycelien angestellt. Was die Versuche mit älteren Exemplaren betrifft, so wurden sie auf einem Pfeffer'schen Klinostaten mit verticaler Achse unter einem Glaskasten cultiviert. Die Wachsthumsgeschwindigkeit wurde alle 10 Minuten gemessen, das Abschneiden der Sporangienstiele resp. Mycelfäden wurde während der Drehung der Klinostatenscheibe vorgenommen, wodurch jeder Einfluss der heliotropischen Krümmungen ausgeschlossen wurde.

Bei der Ausführung der Operation des Abschneidens musste natürlich auf einige Minuten der Glaskasten abgenommen werden. Die dadurch entstehende Veränderung der Wachsthumsgeschwindigkeit infolge gesteigerter Transpiration ist, wie die entsprechenden Controlversuche zeigten, so unbedeutend, dass sie keinen merklichen Einfluss auf die Hauptresultate ausüben kann.

Das Abschneiden der Sporangienstiele wurde mit einer kleinen Scheere, das Zerschneiden des Mycels mit einer lanzettförmigen Nadel gemacht. Auf das Abschneiden der Sporangienstiele folgte immer eine Verlangsamung des Wachsthums, die schon nach den ersten 10 Minuten ihr Maximum erreichte (50%). Nach 20—30 Minuten kehrte die Normalgeschwindigkeit zwar allmählich, aber stets wieder zurück. Die Zahl der abgeschnittenen Sporangienstiele hat einen bedeutenden Einfluss auf die Verlangsamung der Wachsthumsgeschwindigkeit, obgleich strenge Proportionalität natürlich hier nicht zu erwarten ist. Zur Erläuterung des Gesagten mögen hier folgende Beispiele dienen. (Zusammenstellung I des poln. Textes).

I.

Temp.	Zuwachs	
18.5	8	
18.4	9	
18.4	7*	Von 5 Sporangienstielen — 1 abgeschnitten.
18.5	8	
18.4	9	

II.

Temp.	Zuwachs	
18.2	6	
18.0	6	
17.8	3*	Von 12 Sporangienstielen — 6 abgeschn.
18.2	5	
18.4	6	
18.6	7	

III.

Temp.	Zuwachs	
19.5	20	
19.2	22	
19.1	20	
19.1	17*	Von 11 Sporan-
19.1	21	gienstielen — 3
19 1	23	abgeschnitten.
19.1	22	
19.3	22	

In diesen sowie in den folgenden Versuchen bedeutet ein* die Zeit der Operation. 1 Theilung $= {}^{1}/_{20}$ mm.

Wenn ein einziger oder eine kleine Anzahl Sporangienträger im Verhältnisse zu der gesammten Zahl derselben abgeschnitten wurde. dann stellte sich nach einer kurzen Periode einer Wachsthumsverlangsamung regelmässig eine Beschleunigungperiode ein, wie dies aus folgenden Beispielen ersichtlich ist (Zusammenstellung II des polnischen Textes).

I.

Temp.	Zuwachs	
17.7	3	
17.7	3	
17.8	3	
17.7	4	
17.7	2*	Von 5 Sporan-
17.7	5	gienstielen — 1
17.8	3	abgeschnitten.
17.8	4	
17.7	3	
17.7	3	
17.7	4	

II.

Temp.	Zuwachs	
18.7	5	
18.7	5	
18.7	5	
18.7	4*	Von 4 Spongien-
18.6	5	träger — 1 ab-
18.5	7	geschnitten.
18.6	6	
18.6	6	
18.6	6	
18.7	6.5	
18.7	7	
18.7	6	

III.

Temp.	Zuwachs	
19.1	7	
19.1	6	
19.1	7	
19.0	5*	Von 13 Sporan-
19.1	6	gienträgern — 2
19.1	7	abgeschnitten.
19.0	9	
19.1	8	
19.1	7	
19.0	7	
19.0	7	

Das Beschneiden des Mycels übt nur dann einen Einfluss auf das Wachsthum der Sporangienträger aus, wenn dasselbe ganz in der Nähe der letzteren (in Abstande von höchstens 2 mm) ausgeführt wurde. Auch hier erreicht das Sinken der Wachsthumsgeschwindigkeit sogleich nach den ersten 10 Minuten sein Maximum. Nach 20—40 Minuten kehrt die normale Wachsthumsgeschwindigkeit zurück.

Es ist klar, dass in beiden Fällen das Herabfallen der Wachstumsgeschwindigkeit hauptsächlich nur infolge der veränderten Turgorspannung eintritt, die eine nothwendige Folge jeder Membranverletzung in einer einzelligen Pflanze des Phycomyces-Typus ist.

Wenn diese Verletzung verhältnismässig unbedeutend ist, so wirkt die mechanische Beschädigung als ein Reiz. Dann folgt immer nach einer kurzen Periode einer Wachsthumsverlangsamung stets eine Wachsthumsbeschleunigung, wie dies bei Phanerogamen der Fall ist.

Die zu den Versuchen verwandten jungen, noch ganz sterilen Mycelien wurden auf einem Tropfen Nährgelatine in einer mikroskopischen feuchten Kammer gezogen. Da die kleinen Mycelien, wie dies die Controlversuche zeigten, sehr empfindlich gegen Austrocknung sind, die ihr Wachsthum bedeutend herabsetzen kann, so wurde die Nährgelatine constant mit einer Schicht Wasser

bedeckt, wodurch beim Zerschneiden des Mycels die Gefahr, dass das letztere austrocknen würde, beseitigt wurde. Die Wachsthumsgeschwindigkeit der einzelnen Mycelzweige wurde alle 10 Minuten gemessen (in Einheiten = 2.5 μ). Vor der Operation wurden immer bestimmt:

1) Die Länge der Hauptzweige, 2) die Länge des abgeschnittenen Mycelstückes, 3) der Abstand der Wunde von dem gemessenen Gipfel (1—3 in Einheiten = 16.5 μ) und endlich 4) das Verhältnis zwischen der Länge des ganzen Mycels und des abgeschnittenen Theiles.

Die Versuche dieser Art, von denen der Verfasser acht ausgeführt hat, ergaben folgendes Resultat:

1) Wenn vom Mycel ein unbedeutender Theil abgeschnitten ist, so hat dies nur eine Verminderung der Wachsthumsgeschwindigkeit zur Folge, die manchmal aber mehr als 50% der ursprünglichen Wachsthumsgeschwindigkeit beträgt. Die Verminderung des Wachsthums folgt wie in den Versuchen mit fructifizierenden Exemplaren gleich nach den ersten 10 Minuten, wo es auch sein Maximum erreicht. Wenn aber das abgetrennte Mycelstück verhältnismässig sehr gross ist und z. B. $^1/_3$, $^1/_4$ oder $^1/_5$ der ganzen Pflanze beträgt, so folgt gleich nach der Operation ein Stillstand des Wachsthums an allen übrigen Zweigen. Nach einiger Zeit aber (20 Min. — 60 Min.) bilden sich sehr nahe am Gipfel der Hauptzweige neue Wachsthumspunkte, die ihr Wachsthum übernehmen und zu neuen Zweigen werden. Einige Beispiele mögen das Gesagte beweisen:

Vers. I. Bei dem 28 Stunden alten Mycel wurde von einem Zweige ein Stück, ungefähr $^1/_8$ des ganzen Mycels betragend, abgeschnitten:

Temp.	Zuwachs	
23.5	6	
23.4	6	
23.4	5	
23.5	5	
23.6	3—	Mycel wurde
23.5	4.5	abgeschnitten.
23.4	5.5	
23.5	6	

Vers. II. Bei dem 20 Stunden alten Mycel wurde ein Stück, das $^1/_{11}$ des ganzen Mycels betrug, abgetrennt:

Temp.	Zuwachs
19.6	4.5
19.8	5
19.6	2— Mycel abge-
19.7	3 schnitten.
19.8	4
19.9	6
20.0	5
20.0	4
20.0	4

Vers. III. Von einem 24 Stunden alten Mycel wurde ein Zweig, $^1/_3$ des ganzen Mycels betragend, abgeschnitten.

Temp.	Zuwachs
20.2	10
20.1	16
20.1	0.— Mycel wurde verschnitten.
20.1	0.
20.2	0
20.2	0

Nach einer halben Stunde bildeten sich an dem gemessenen Zweige zwei neue Anlagen.

Vers. IV. Mycel 28 Stunden alt. Ein Zweig, der ungefähr $^1/_4$ der ganzen Pflanze betrug, abgetrennt.

Temp.	Zuwachs
21.6	5
21.5	6
21.4	0— Mycel wurde ab-
21.4	0 geschnitten.
21.4	0
21.5	0

Der gemessene Zweig schwillt an seinem Gipfel an, unten bilden sich Anlagen von neuen Zweigen aus.

Interessant ist noch folgender Versuch:

Vers. V. Mycel $16^1/_2$ Stunden alt. Abgeschnitten wurde ein Zweig, der ungefähr $^1/_{40}$ des ganzen Mycels betrug. Gemessen wurde ein kleines Nebenästchen.

Temp.	Zuwachs	
16.8	16.	
16.7	20	
17.0	11.—	Zweig abgeschnitten.
17.2	12.5	
17.0	14.—	In der Nähe des Gipfels entstehen zwei seitli-
17.2	7	che Anschwellungen.
17.4	0—	Die Anschwellungen bilden sich zu einem neuen
17.5	0	Zweigchen aus.
17.4	0	

Alle diese Versuche zeigen uns, dass die vollständige Hemmung des Wachsthums der Hauptzweige in ursächlicher Beziehung zur Bildung der Nebenästchen steht. In letzterem Falle verursachte indessen das Abschneiden des jungen Mycels nicht sofort, sondern erst nach 40 Min. die Bildung der neuen Ästchen und dementsprechend folgte erst nach dieser Zeit ein Stillstand des Wachsthums.

Wir sehen also, dass während kleine Verletzungen des Mycels nur eine Verminderung der Wachsthumsgeschwindigkeit verursachen, die grossen Beschädigungen der Pflanze einen vollständigen Stillstand zur Folge haben. Um nun zu constatieren, welche Rolle hier die bei dem Zerreissen der Membran stattfindende Turgorverminderung spielt, stellte der Verfasser ganz analoge Versuche mit der Wirkung einer wässrigen Lösung von 5% Kalisalpeter auf den Phycomyces ein. Bei dem Beschmieren des Mycels bei fructifizierenden Exemplaren stellte sich heraus, dass Salpeter ganz ähnlich wie das Abschneiden vieler Sporangienstiele, resp. des Mycels, wirkt, wie dies folgendes Beispiel zeigt: (Zusammenstellung IV des poln. Textes).

Temp.	Zuwachs des Sporangienstieles	
18.0	11	
18.2	11	
18.4	5	— Mycel wurde mit
18.4	3	KNO_3 beschmiert.
18.4	7	
18.4	8	
18.5	8	
18.4	9	

Ganz ähnliche Resultate ergaben dieselben Versuche bei Towsend nur mit dem Unterschiede, dass bei ihm der Kalisalpeter einen gänzlichen Stillstand des Wachsthums der Sporangienträger verursachte, weil er viel jüngere Exemplare als der Verfasser zu seinen Versuchen verwendet hatte. Bei sehr jungen sterilen Mycelien von Phycomyces verursacht der Kalisalpeter auch einen momentanen Stillstand des Wachsthums, der viele Stunden dauert. Allmählich aber findet eine Anpassung der Pflanze an die concentrierte Lösung statt und schon nach einem Tage finden wir, dass das junge Mycel normal weiter wächst. Nur durch die dichte Verzweigung unterscheidet sich ein solcher Pilz, schon mit blossem Auge betrachtet, von dem Pilze, der in normalen Bedingungen sich entwickelt. Man könnte nun erwarten, dass nach dem Auswaschen des Kalisalpeters mit Wasser auch bei sterilen Mycelien das unterbrochene Wachsthum wieder beginnen und allmählich seine ursprüngliche Grösse erreichen würde, wie das bei ähnlichen Versuchen mit fructifizierendem Phycomyces geschieht. Bei jungen Mycelien aber verhält sich die Sache etwas anders, wie folgende Versuche beweisen:

Vers. I.

Temp.	Zuwachs	
21.6	4.	Theilungen *.
21.5	4.	
21.4	0	Einwirken des Kalisalpeters.
21.4	0	

*) 1 Th. = 2,5 μ. Der Zuwachs wurde alle 10 Min. gemessen.

Temp.	Zuwachs	
21.3	0—	Ausspülen mit Wasser.
21.4	1	
21.3	1.5	
21.2	1.5	
21.0	2	
20.8	2	
20.8	1.5—	Der Zweig schwillt an seinem Gipfel an.
20.7	0	
20.8	—0.5	Schwache Verkürzung des Zweiges.
21.0	—0.5	
21.0	0	
21.0	0	

Auf dem Gipfel bilden sich vier neue Zweiganlagen.

Vers. II.

Temp.	Zuwachs	
20.5	6	
20.4	7	
20.4	7	
20.2	0—	Einwirken des KNO_3.
20.2	0	
20.2	0	
20.1	0—	Ausspülen mit Wasser.
20.1	0	
20.2	1—	Gipfel des Zweiges schwillt an.
20.2	0	
20.2	0	
20.2	0—	Unter dem Gipfel bilden sich neue Ästchen, der
20.1	2.	Hauptzweig wächst weiter.
20.1	2.	

Aus diesen beiden Versuchen sehen wir also, dass 1) bei jungen Mycelien der Kalisalpeter eine völlige Wachsthumsunterbre-

chung momentan hervorruft, 2) dass bei Ausspülung des Kalisalpeters mit Wasser die Hauptachse gar nicht oder sehr wenig wächst, sich dafür aber an ihrem oder unmittelbar unter ihrem Gipfel neue Zweiganlagen entwickeln, die das Wachsthum der Hauptachse übernehmen. Es wirkt also die künstlich mit Kalisalpeter hervorgerufene Turgorerniedrigung ganz ähnlich wie das Abschneiden eines beträchtlichen Theils des ganzen Mycels. Ganz in derselben Weise wirkt auch das Austrocknen des Mycels, wodurch das Herabsinken des Turgors herbeigeführt wird. Wenn wir nämlich ein Deckglas ungefähr eine Stunde auf offener Luft liegen lassen und dann wiederum in die feuchte Kammer legen, so bemerken wir schon nach einem Tage die dichte Verzweigung des Mycels im Vergleiche mit dem Mycel. das in normalen Bedingungen gewachsen ist. Auch ein sehr kurzes, nur einige Minuten dauerndes Liegenlassen des Deckglases mit Pilzen verursacht schon eine Verminderung des Wachsthums und die spätere dichte Verzweigung der Hauptzweige. wie wir es aus folgendem Versuche sehen können:

Temp.	Zuwachs	
21.1	3.5	
20.1	2—	Das Mycel wurde aus der feuchten Kammer
20.0	1.5	auf 5 Min. herausgenommen (Relat. Feucht. 65).
20.2	1.	
20.2	0	Anschwellung des gemessenen Zweiges an dem
20.1	0	Gipfel.

Nach $^1/_4$ Stunde bildeten sich unter dem Gipfel zwei neue Zweiganlagen.

Wir sehen also, dass eine auf irgend welche Weise hervorgerufene Verminderung der Turgorspannung (mechanisches Abschneiden des Mycels, resp. der Sporangienträger, Wirkung von KNO_3, Austrocknen) sich immer durch das Herabsinken des Wachsthums offenbart, welches bei ganz jungen Mycelien bis auf Null fallen kann. In letzterem Falle beginnen die Gipfel der Zweige keulenartig anzuschwellen. es bilden sich neue Vegetationpunkte, aus welchen sich neue Zweige entwickeln, die das Wachsthum der Haupt-

achsen vollständig ersetzen und auf diese Weise die dichte Verzweigung des ganzen Mycels verursachen.

Ganz analoge Erscheinungen beobachtete Eschenhagen [1]), wenn er in verdünnten Lösungen von Zucker, Mineralsalzen, Glycerin cultivierte Mycelien von Schimmelpilzen (Penicillium, Aspergillus, Botrytis) in mehr concentrierte Lösungen übertrug. Die dichte Verzweigung konnte auch Wortmann[2]) an Wurzelhaaren von Lepidium sativum nach Übertragung derselben aus einer feuchten Atmosphäre, in der sie sich entwickelt haben, in concentrierte Lösungen von Mineralsalzen und Zucker beobachten, sowie auch an Vaucheria-Fäden, die aus gewöhnlichem Wasser in $^1/_2$% Salpeterlösung versetzt wurden. An der angeschwollenen Spitze konnte er dann immer eine Membranverdickung constatieren. Mir ist es jedoch nie gelungen solche Membranverdickungen bei Phycomyces-Fäden zu finden.

Was das Verheilen der Wunden bei Phycomyces betrifft, so verläuft es auf dieselbe Weise, wie dies schon v. Tieghem beschrieben hat. (v. Tieghem, Nouvelles recherches sur les mucorinees. Ann. d. Sc. natur. Ser. III, Band I, 1875 S. 20—24).

Nach dem Abschneiden der Sporangienköpfchen sterben die Stiele bis zur Basis ab, sehr selten entwickeln sie besonders in feuchter Atmosphäre neue Seitenträger, von denen jeder ein kleines Sporangium trägt.

Die Bildung der Querwände wurde nur beim Zerschneiden des jungen Mycels nach einigen Stunden beobachtet.

II. Die Wirkung von Contactreizen auf die Sporangiumköpfchen von Phycomyces nitens.

Die Empfindlichkeit des Sporangienstieles von Phycomyces im Bereiche der Wachsthumszone hat schon Errera[3]) und später Wortmann[4]) constatiert. Die Berührung der wachsenden Zone mit feinen Glasfäden, Pinsel oder Platindraht verursacht immer eine

[1]) P. Eschenhagen, Ueb. Einfluss der Lösungen verschiedener Concentration auf Schimmelpilze 1889.

[2]) Wortmann, Beiträge zur Physiologie des Wachsthums. Bot. Ztg. Nr. 14—18, 1889.

[3]) L. Errera, Die grosse Wachsthumsperiode bei Phycomyces. Bt. Ztg. 1884.

[4]) Wortmann, Zur Kenntnis der Reizbewegungen. Bt. Ztg. 1887.

Krümmung des Sporangienstieles. Die Krümmung ist in den Theilen, die am stärksten wachsen, am grössten, nimmt jedoch an der gereizter Stelle constant ihren Ursprung. Wortmann constatierte weiter, dass wir es hier mit derselben Art von Empfindlichkeit, wie sie den Ranken von Phanerogamen eigen ist, zu thun haben. Gleich diesen letzteren reagieren nämlich die Sporangienträger des Phycomyces nur auf Contact mit festen Körpern. Die Berührung mit flüssigen (Wasser, Quecksilber) oder mit gallertartigen Körpern (Gelatine) bleibt ohne Wirkung. Der untere Theil des Stieles, wo das Wachsen schon vorüber ist, besitzt gegen Contactreize gar keine Empfindlichkeit. Was aber das Sporangienköpfchen betrifft, wenigstens zur Zeit, wo sein Protoplasma zur Sporenbildung noch nicht verbraucht ist, so konnte der Verfasser gar keine Daten in der betreffenden Literatur finden und darum beschloss er, die Sache experimentell zu prüfen. Zu diesem Zwecke cultivierte er den Phycomyces unter dem Glaskasten auf dem Klinostaten. Als Nährsubstrat wurde sterilisiertes Brot mit Zuckerwasser getränkt verwendet. Zur Herstellung des Contacts wurde ein feiner Marderpinsel benutzt. Die Berührung des Sporangiums mit einem nassen Pinzel führt immer ein Herabsinken des Wachsthums herbei, das mit starker Krümmung des Stieles verbunden ist. Bei Benutzung eines trockenen, sehr zarten Pinsels beobachten wir, wenn die Berührung ausserdem sehr leicht und nur am Scheitel, nicht an der Seite des Sporangiums geschieht und sehr kurz (einige Secunden) dauert, eine kleine Wachsthumsbeschleunigung (bis 20% der ursprünglichen Geschwindigkeit). Eine länger dauernde Berührung oder mehrere aufeinander folgende momentane Berührungen führen immer eine Verlangsamung des Wachsthumsprocesses herbei, wie dies aus folgenden Beispielen ersichtlich ist (Zusammenstellung V. des poln. Textes). (Der Zuwachs wurde alle 6 Min. gemessen, in Einheiten = $^1/_{20}$ mm. Die Berührung erfolgte am Scheitel des Sporangiums).

Vers. I.

Temp.	Zuwachs	
18.0	4	
18.1	5	
18.1	5	
18.2	1	— Sporangium 3 mal mit einem trocknen Pinsel berührt.
18.1	3	
18.2	4	
18.2	4	
18.1	4	

Vers. II.

Temp.	Zuwachs	
20.4	7	
20.4	7	
20.4	7	— Zweimalige Berührung des Sporangiums.
20.8	9	
20.4	8	
20.4	7	
20.4	7	
20.4	8	
20.5	7	

Vers. III.

Temp.	Zuwachs	
20.5	11.	
20.5	11.	
20.6	12.	
20.6	14.	- Sporangium einmal berührt.
20.6	13.	
20.5	11.	
20.5	11.	

Bei Berührung des Sporangiums von der Seite folgt immer eine Krümmung des Sporangienstieles, die desto ausgeprägter erscheint, je länger die Berührung dauert. Diese Krümmung sowie auch die Beschleunigung resp. Verlangsamung des Wachsthums wird gleich am Ende der ersten 6 Minuten nach dem Reize sichtbar.

Wir sehen also, dass das Sporangium, selbst wenn es noch jung ist, Contactreize empfangen kann. Der betreffende Reiz wird zu dem Protoplasma des Stieles geleitet, wo er die Änderung der Wachsthumsgeschwindigkeit hervorruft.

III. Äthereinwirkung auf das Wachsthum von Phycomyces nitens.

Die Einwirkung von Ätherdämpfen auf das Wachsthum der Phanerogamenpflanzen hat Towsend in der oben citierten Abhan-

dlung beschrieben. Zu diesem Zwecke cultivierte er junge Pflänzchen von Zea Mays, Phaseolus, Lupinus etc. unter Glasglocken, unter welche ein kleines Gefässchen mit Ätherwasser von verschiedener Concentration auf eine kürzere oder längere Zeit gestellt wurde. Bei diesen Versuchen konnte Towsend constatieren, dass eine verdünnte Ätheratmosphäre (bei Benutzung von 0.05%, 0.5% Ätherwasser) eine schwache Beschleunigung, die nach Ablauf von 24 Stunden erst sichtbar wird, verursachen kann. Eine Beschleunigung wurde auch bei Benutzung stärkerer Ätherlösungen (1%, 2.5%) bei kurzer Dauer der Einwirkung (1 Stunde) beobachtet. In einer constanten Atmosphäre bei stärkeren Ätherlösungen erfolgt immer eine Wachsthumsverlangsamung.

Über die Einwirkung von Ätherdämpfen auf das Wachsthum der Sporangienträger von Phycomyces finden wir einige Angaben von Elfing[1]). Er benutzte dieselbe Methode wie Towsend, dh. der Phycomyces wurde unter einer Glasglocke cultiviert, unter welche das Gefässchen mit Ätherwasser gestellt wurde. Er hat dabei gefunden, dass die 1% Ätherlösung keinen merklichen Einfluss auf das Wachsthum der Sporangienstiele von Phycomyces hat, die stärkeren Lösungen (2% bis 5%) aber eine Verlangsamung bezw. ein Stillstehen des Wachsthums verursachen.

Da es dem Verfasser merkwürdig erschien, dass bei Phycomyces sogar schwache Ätherlösungen keine Wachsthumsbeschleunigung herbeiführen sollten, so beschloss er bei Benutzung derselben Methode die Versuche Elfing's zu wiederholen. Der Zuwachs wurde alle 6 Minuten gemessen. Es wurde das Verhalten des Pilzes gegen Äther einerseits bei beständiger Ätheratmosphäre und anderseits bei Einwirkung von Ätherdämpfen von bestimmter Dauer (einige Minuten) geprüft. Im ersteren Falle ergab sich, dass die sehr verdünnte Ätheratmosphäre (0.25 - 0.5% Äther im Wasser) gar keinen Einfluss oder nur eine kleine Wachsthumsbeschleunigung verursacht. Die stärkeren Lösungen (1% u. 2%) verursachen eine manchmal starke Wachsthumsverlangsamung, die noch stärkeren bringen das Wachsthum zum Stillstand. Das zeigen folgende Beispiele:

[1]) Fl. Elfing. Üb. Einwirkung v. Äther u. Chloroform auf die Pflanzen (Sepabdr. aus Ofvörsigt of Finska Vel. Sves. Forh. Band XXVIII).

Vers. I.		Vers. II.	
Temp.	Zuwachs	Temp.	Zuwachs
19.1	6	19.8	15
19.1	6	19.7	15
19.0	6	19.6	15
19.1	6*	19.8	14*
19.1	7	19.8	13
19.2	7	19.8	15
19.3	7	19.8	16
19.4	7	19.8	16
19.3	6	19.8	16
19.4	6	19.8	15
19.3	6	19.8	15
19.3	7		
Ätherwasser 0.25%		0.5%	

Vers. III.		Vers. IV.	
Temp.	Zuwachs	Temp.	Zuwachs
19.3	13	18.4	9.
19.3	13	18.4	10.
19.4	13	18.6	10
19.4	9*	18.6	6.*
19.6	6	18.5	5
19.6	6	18.5	6.
19.6	8	18.5	7
19.6	8	18.5	8
19.6	9	18.5	8
19.7	9	18.6	9
19.6	11	18.6	9
19.7	12	18.6	10
19.6	13		
19.7	13		
1%		2%	

*) bedeutet den Anfang der Ätherdämpfeeinwirkung auf Phycomyces.

Vers. V.

Temp.	Zuwachs
23.8	10.
23.8	10.
23.8	9.
23.8	4*
23.9	2
24.0	0
24.0	0
23.8	0
23.9	0

Durchlüftung

24.0	0
24.0	0
24.0	0
24.0	1
24.0	3

Ätherwasser

3%

Die Wachsthumsgeschwindigkeit wurde je 6 Min. gemessen in Theilungen = $^1/_{20}$ mm.

Was die Wirkung der Ätherdämpfe bei kurzer Dauer betrifft, so kann man hier auch eine Beschleunigung des Wachsthums constatieren, nur muss die Dauer der Einwirkung des Äthers sehr kurz sein. Starke Ätherlösungen verursachen nur Verlangsamung auch bei kurzer Zeit. Daraus ist begreiflich, dass Elfing, bei welchem der Pilz wenigstens $^3/_4$ Stunden lang dem Einflusse der Atherdämpfe ausgesetzt war, keine Beschleunigung erkennen konnte. Die oben erwähnte Beschleunigung tritt schon nach einigen Minuten nach der Äthereinwirkung merklich hervor; manchmal geht ihr eine kleine Verlangsamung voraus. Als Beispiele können folgende Versuche dienen:

Vers. I.

Ätherwasser 0,5%

während 6 Min.

Temp.	Zuwachs
21.0	11.
21.0	12.
21.0	11.*
21.1	12.
21.2	13
21.0	12
21.0	12
21.0	11.

Vers. II.

Ätherwasser 1%

während 2 Min.

Temp.	Zuwachs
23.4	9
23.4	9
23.4	9*
23.3	11
23.3	12
23.3	14
23.4	11
23.4	12

Vers. III.

Ätherwasser 1%

während 2 Min.

Temp.	Zuwachs
22.6	7
22.6	7
22.6	7*
22.7	9
22.7	8
22.7	8
22.6	10
22.6	10

Vers. IV.

Ätherwasser 1%

während 3 Min.

Temp.	Zuwachs
23.4	7
23.4	7.
23.4	7.
23.4	7*
23.3	6.
23.3	9.
23.3	9.
23.3	7.
23.3	8.
23.4	8.

Vers. V.

Ätherwasser 1%

während 3 Min.

Temp.	Zuwachs
23.0	12
23.0	12
23.0	11*
23.1	13
23.1	15
23.1	15
23.2	13
23.2	12
23.2	13
23.2	14

Vers. VI.

Ätherwasser 2%

während 2 Min.

Temp.	Zuwachs
24.1	9.
24.1	10.
24.1	10.
24.1	8.*
24.2	10.
24.1	10.
24.1	10.
24.0	10.

Vers. VII.

Ätherwasser 3%

während 2 Min.

Temp.	Zuwachs
24.1	10.
24.1	10.
24.0	10.
24.0	8.*
24.0	8.
24.0	9.
24.0	9.
24.1	10.
24.1	9.

Auf Grund der oben beschriebenen Versuche glaubt Verfasser zu folgenden Schlüssen berechtigt zu sein:

1) Die mechanischen Verletzungen rufen bei Phycomyces infolge einer Turgorerniedrigung, die dabei unvermeidlich stattfindet,

eine Verlangsamung des Wachsthums hervor. Derselben folgt, wenn die Verletzung keine bedeutende war, eine Periode der Wachsthumsbeschleunigung nach. In diesem Falle haben wir in den mechanischen Verletzungen eine Reizwirkung vor uns.

2) Die Beschleunigung der Wachsthumsgeschwindigkeit des Sporangienstieles kann auch durch Contactreiz der Sporangienköpfchen und durch Einwirkung von Ätherdämpfen herbeigeführt sein, insofern diese nicht zu intensiv sind. In letzterem Falle erfolgt eine Verlangsamung bezw. ein Stillstand des Wachsthums.

3) Im Verhalten allen oben erwähnten Reizen gegenüber besteht also zwischen höheren vielzelligen und zwischen einzelligen Pflanzen vom Phycomyces-Typus kein Unterschied.

Die vorliegende Arbeit wurde im Jahre 1900 im pflanzenphysiologischen Institute in Leipzig unter Leitung und gütiger Beihilfe des Herrn Prof. Dr. W. Pfeffer ausgeführt. einige ergänzende Versuche wurden ausserdem im Jahre 1901 auf Anregung des Herrn Prof. Dr. E. Godlewski in Krakau gemacht.

---

17. M. T. BROWICZ m. c.: **Kilka uwag o komórce wątrobnej.** *(Einige Bemerkungen über die Leberzelle). (Quelques remarques sur la cellule hépâtique).*

Auf Grund eigener Untersuchungen von Muscatnuss- und icterischen Lebern übereinstimmend mit den früheren Injectionsergebnissen von Hering. Pfeiffer, welche als Artefacta angesehen wurden, so wie mit den mehr oder weniger bestimmten Angaben anderer Autoren wie Popoff, Afanasiew, Marchand, Stroebe, Nauwerck gelangte ich im Jahre 1897 [1]) zu der Überzeugung, dass innerhalb der Leberzelle Kanälchen existieren, mittelst welcher die Galle aus der Leberzelle in die intercellulären Gallenkanälchen, welche mit den intracellulären Gallenkanälchen unmittelbar zusammenhängen, befördert wird. Spätere Untersuchungen von Szubiński, Fütterer, Aschoff stimmen mit dieser Anschauung überein sowie die Untersuchungen von Ciechanowski.

[1]) Die Resultate meiner Untersuchungen sind in den Publicationen der Akademie der Wissenschaften in Krakau publiciert.

welcher derlei Bilder in Lebern, in welchen sich Adenome und Adenocarcinome entwickelt haben, ansichtig wurde. Diese Bilder finde ich seitdem oft in icterischen Lebern, in welchen infolge eines mangelhaften Secretionsmechanismus innerhalb der Leberzelle Galle sich ansammelt und in Gestalt von scharfrandigen, fädigen oder strangartigen, sich verzweigenden oder je nach der Schnittrichtung rundlichen, homogenen Ablagerungen innerhalb der Leberzelle erscheint. Im Laufe weiterer Untersuchungen gewahrte ich, dass sowohl in der Leber vom Menschen als auch vom Hunde sobald Hämoglobin in Lösung sich befindet sowie beim Hunde nach intravenöser Hämoglobininjection als auch nach der Einwirkung blutkörperchenlösender Substanzen innerhalb des Cytoplasmas als auch Karyoplasmas körnige, punktförmige sowie in scharf begrenzten, rundlichen Räumen körnige oder nadelförmig krystallinische Ablagerungen von durch Formalin, welches ein mikrochemisches Reagens auf flüssiges Hämoglobin bildet, veränderten Hämoglobin zum Vorschein gelangen. Überdies gewahrte ich beim normalen Hunde hauptsächlich während der Verdauung wohlerhaltene Erythrocyten innerhalb des Cyto- und Karyoplasmas der Leberzelle, theils einzelne, theils mehrere, selbst Haufen derselben innerhalb rundlicher scharf begrenzter Räume, was man auch in der menschlichen Leber antrifft, wie dies auch Ciechanowski in der angeführten Arbeit angiebt.

Auf Grund dieser Beobachtungen gelangte ich zum Schlusse, dass der Kern der Leberzelle an der secretorischen Function der Leberzelle thätigen Antheil nimmt, und zwar Gallenfarbstoff produciert, deren Spuren in Gestalt von punktförmigen, rundlichen Ablagerungen innerhalb des Kernes anzutreffen sind. Diese Bilder der unter verschiedenen Umständen beobachteten Leberzelle lenkten meine Aufmerksamkeit auf sich und ich schloss aus denselben mit Rücksicht auf die intracellulären Gallenkanälchen, deren Existenz ich nochmals nachdrücklich betone, mittelst welcher Galle aus der Leberzelle in die intercellulären Gallenkanälchen befördert wird, dass innerhalb der Leberzelle auch ständige Kanälchen existieren müssen, mittelst welcher das Ernährungs- und Functionsmaterial in die Leberzelle hineingelangt, und dass diese Ernährungskanälchen mit den intraacinösen Blutcapillaren zusammenhängen müssen.

In der Litteratur gab es Angaben, welche ich in meinen Publicationen bereits angeführt habe, welche auf diesen Zusammenhang der Blutcapillaren mit den Leberzellen hinweisen. Asp hat

im J. 1873 dargethan, dass die Injectionsmasse von den Blutcapillaren in sich theilenden Bahnen in die Leberzelle eindringt, im J. 1895 berichteten I. W. und E. Hewart Frasers ähnliches. Die Injectionsergebnisse, worüber analoges im J. 1897 auch Nauwerck erwähnt, haben so wie die früheren Injectionsergebnisse Hering's, Pfeiffer's hinsichtlich der intracellulären Gallenkanälchen in der wissenschaftlichen Welt keinen Anklang gefunden, in welcher die Anschauung herrscht, dass auf osmotischem Wege sowohl das Ernährungsmaterial in die Leberzelle hineingelangt als auch die Secretionsproducte aus der Leberzelle austreten.

In meiner Publication über die Ernährungswege in der Leberzelle (1899 polnische Ausgabe) war ich bestrebt nachzuweisen, dass man mittelst Osmose weder das Hineingelangen von flüssigem Ernährungsmaterial in die Leberzelle noch das Austreten von Secretionsproducten aus der Leberzelle, um so weniger das Hineingelangen von Erythrocyten in die Leberzelle, erklären kann, welch' letzteres in physiologischen und pathologischen Zuständen in verschiedenen Zellen vorfindbar ist. In derselben Publication habe ich mich wörtlich folgendermassen geäussert (polnische Ausgabe): „Ich zweifle nicht, dass, sobald man die Aufmerksamkeit darauf lenken wird, man in künstlich injicierten Lebern öfters Bilder von Asp, Frasers, Nauwerck, des Hineingelangens der Injectionsmasse in die Leberzelle ansichtig werden wird". Und in der That findet dies statt. Prof. Schäfer aus Edinburg sandte mir freundlichst Präparate einer Kaninchenleber, in welcher nach der Injection der Blutgefässe von der Pfortader her (Karmingelatine) das Hineingelangen der Injectionsmasse in die Leberzelle in scharf begrenzten Bahnen, welche den bei der intracellulären Gallenstauung vorfindbaren Bildern analog erscheinen, ganz präcis sichtbar ist. Diese mit Injectionsmasse gefüllten Bahnen verzweigen sich, bilden förmliche Netze, dringen bis an den Kern der Leberzelle vor, ja selbst in den Kern hinein, was den von mir angegebenen Bildern, an welchen Hämoglobinablagerungen in Vacuolen und länglichen scharf begrenzten Räumen zu sehen sind, vollkommen entspricht. Diese an den Schäfer'schen Präparaten constatierbaren Bilder bilden einen unzweideutigen Beweis für die Richtigkeit meiner Beobachtungen und Schlüsse, dieselben bestätigen das, was ich auf einem anderen Wege, mittelst anderer Methoden, aus Bildern, welche ich in der Menschen- und Hundeleberzelle, in welchen das Hineingelangen und

Sichanhäufen von flüssigem Hämoglobin sowie von Erythrocyten innerhalb des Parenchyms der Leberzelle, selbst im Kerne derselben, und zwar in scharf begrenzten Räumen constatiert werden konnte, geschlossen habe. Die von mir constatierten Bilder stimmen vollkommen mit denen nach künstlicher Injection überein mit dem Unterschiede, dass bei der Function der Leberzelle das Ernährungs- und Functionsmaterial in sehr geringen Quantitäten und nicht continuirlich, sondern nur periodisch in die Leberzelle eindringt, so dass nur Vacuolen und kleine Abschnitte von Kanälchen zum Vorschein gelangen, welche gleichsam Etapen des Transportes des Ernährungsmaterials darstellen, von welchem wenigstens ein Theil allmählich bis in den Kern hinein befördert wird, während bei der künstlichen Injection ein continuirlicher Strom der Injectionsmasse in die Leberzelle hineingelangt, so dass ganze Kanäle ja selbst Netze davon sichtbar werden.

Die Existenz intracellulärer Kanäle, welche sowohl im Cytoplasma als auch im Karyoplasma existieren und ein die ganze Zelle durchdringendes Kanälchensystem bilden, ist also in der Leberzelle sowohl mittelst künstlicher Injection als auf Grund physiologischer, pathologischer und experimentell hervorgerufener Bilder der Leberzelle dargethan.

Die intracellulären Gallenkanälchen sind in einem unmittelbaren Zusammenhange mit den intercellulären Gallenkanälchen, die durch die Leberzelle secernierte Galle gelangt unmittelbar in dieselben, während die intracellulären Ernährungskanälchen nur mittelbar mit den intraacinösen Blutcapillaren zusammenhängen, obwohl dieselben, wie dies die mir vorliegenden Schäfer'schen Präparate darthun, von den Blutgefässen her mit der Injectionsmasse injiciert werden können. Die Wandzellen der intraacinösen Blutcapillaren, welche, wie es Kupffer und ich gleichzeitig erwiesen haben, nur aus einer einzigen Zellage bestehen, vermitteln den Zusammenhang zwischen den Leberzellen und den Blutcapillaren. Dafür sprechen die Bilder, welche die grossen, thätigen, ins Lumen der Blutcapillaren hineinragenden Wandzellen darbieten, welche Erythrocyten oder in Vacuolen Hämoglobinablagerungen enthalten und in Fällen von acutem und chronischem Icterus Bilder darbieten, welche denen in der Leberzelle bei intracellulärer Gallenstauung analog sind, nämlich in sich verzweigenden, scharf be-

grenzten Bahnen und Vacuolen homogene Gallenablagerungen enthalten. Diese Bilder der Wandzellen der Blutcapillaren deuten, was ich in der Publication über den Bau der intraacinösen Blutcapillaren und ihr Verhältnis zu den Leberzellen (1901) hervorgehoben habe, darauf hin, dass auch in den Wandzellen, Zellen anderer Gattung als die Leberzelle, intracelluläre Kanälchen existieren (vide auch meine Publication über die Pathogenese des Icterus, „Przegląd lekarski“ und „Wiener klin. Wochenschrift“, 1900).

Die Leberzelle ist demnach bisher die einzige thierische Zelle, in welcher die Existenz intracellulärer Kanälchen, und zwar sowohl Ernährungs- als auch Secretionskanälchen, welche bis in den Kern hineinreichen, nachgewiesen ist.

Unsere Ansicht über den Bau der Leberzelle (es mehren sich Beobachtungen betreffs Existenz von intracellulären Kanälchen auch in anderen Zellen wie z. B. die Beobachtungen Holmgren's und anderer an Ganglienzellen, die auf dem letzten Congress der anatomischen Gesellschaft von Retzius angeführte Beobachtung über die intracellulären Kanälchen in Riesenzellen des Knochenmarks) gestaltet sich auf Grund der Existenz von intracellulären Kanälchen anders als es bisher gang und gebe ist. (Holmgren's Angaben von der Existenz intracellulärer Kanälchen in den Deciduazellen der Maus, den Pancreaszellen der Salamander, den Leberzellen des Igels, den Zellen der Duodenalkrypten der Katze).

Ständige intracelluläre Kanälchen können nicht in einer flüssigen Substanz, als welche manche Autoren das Parenchym der Leberzelle betrachten, existieren. Das Parenchym der Leberzelle bildet meiner Ansicht nach eine feste obwohl weiche, elastische, contractile Substanz. Es unterliegt keinem Zweifel, dass die Leberzelle wenigstens in thätigem Zustande auch flüssige Substanzen enthält, was schon daraus erhellt, dass flüssige Substanzen in dieselbe eindringen (mikrochemisch nachweisbare Hämoglobinablagerungen, eigentlich Derivate derselben, welche aus Hämoglobinlösungen niedergeschlagen werden) als auch daraus, dass Secretionsproducte der Leberzelle, z. B. die Galle, in flüssigem Aggregatzustande aus der Leberzelle herausbefördert werden.

Die Leberzelle muss angesichts der Existenz intracellulärer Kanälchen, welche Ernährungs- und Secretionszwecken, der externen und internen Secretion, dienen, einen complicirten Bau analog

einem Organismus besitzen, was ich zu wiederholten Malen in meinen Publicationen hervorgehoben habe. Es existieren in derselben feste Partikel, Granula, Plasmosome, Bioblasten, wie immer wir dieselben nennen mögen, welche möglicherweise verschiedenartige Gruppen bilden, wie dies z. B. Schlatter, Arnold für die Leberzelle annehmen, welche gleichsam Organe darstellen, das von der Leberzelle aufgenommene Ernährungsmaterial verarbeiten, Secretionsproducte liefern würden. Das Ernährungsmaterial gelangt in die Leberzelle, das Secretionsproduct wird aus der Leberzelle herausbefördert nicht auf osmotischem Wege, was ich in meinen Publicationen über die Leberzelle mehrmals ausdrücklich bemerkt habe. Dies geschieht mittelst intracellulärer Ernährungs- und Secretionskanälchen, welche ja mit den intercellulären Gallenwegen und mit den intraacinösen Blutcapillaren zusammenhängen, wobei die Leberzelle activ thätig ist, da wir uns widrigenfalls das Hineingelangen von Erythrocyten, welche keine selbständige Bewegung darbieten und nur dank der enormen Elasticität sich den Spalten, in welche dieselben eingeführt werden, accomodieren können, in die Leberzelle hinein nicht erklären könnten. Wir können mit Czermak (Petersburg) die Leberzelle einen Myzocyten nennen.

Die Existenz von intracellulären Kanälchen, welche inhaltslos, leer, unsichtbar sind und erst, sobald sie mit irgend einem Inhalt gefüllt sind, zum Vorschein kommen, je nach der Quantität des Inhaltes verschiedengradig erweitert erscheinen, um wieder nach Entleerung des Inhaltes zu verschwinden, als wenn dieselben nicht existieren würden, stimmt mit der Erklärung des Auftretens von Vacuolen in der Leberzelle, dieselben sind nicht zufällige Gebilde, dafür bürgt der gallige oder hämoglobinäre Inhalt derselben, überein, welche ich in meiner Publication über die intracellulären Gallenkanälchen (1897) angegeben habe. Ich erklärte damals, dass die Vacuolisation der Leberzelle an die Existenz intracellulärer Kanälchen gebunden ist, dass die Vacuolen als der Ausdruck erweiterter intracellulärer Kanälchen zu betrachten sind, was auch die Schäfer'schen Präparate bestätigen. Die Leberzelle kann unter geeigneten Umständen (vide meine Publicationen: Intussusception von Erythrocyten durch die Leberzelle und über die Herkunft der amyloiden Substanz Anzeiger d. Akad. d. W. in Krakau, Juli 1899 und Juli 1901) bedeutende Quantitäten von Ernährungsmaterial aufnehmen und bei fehlerhaftem Secretionsmechanismus grössere

Quantitäten von Galle innerhalb der intracellulären Gallenkanälchen aufhalten, was uns die verschiedene Grösse der Vacuolen ganz gut erklärt.

---

18. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

E. Bandrowski i A. Prokopeczko. O działaniu chlorowodoru na dwufenyloparazofenylen. *(Sur l'action de l'acide chlorhydrique sur le biphénylparazophénylène)*, 8-o, p. 13.

W. Friedberg. Otwornice warstw inoceramowych okolicy Rzeszowa i Dębicy. *(Les foraminifères des couches à inoceramus des environs de Rzeszów et de Dębica)*, 8-o, p. 70.

M. Kirkor. O zmianach szybkości ruchu krwi w mięśniach prążkowanych podczas ich czynności dowolnej i odruchowej. *(Sur le changement de la vitesse du sang dans les vaisseaux des muscles striés pendant leur fonction volontaire et réflexe)*, 8-o, p. 27.

A. Korczyński. O działaniu bromu na durol, pięciometylobenzol i sześciometylobenzol. *(L'action du brome sur le durol, le pentaméthylobenzol et le hexaméthylobenzol)*, 8-o, p. 13.

K. Olszewski. Oznaczenie temperatury inwersyi zjawiska Joule'a i Kelvina dla wodoru. *(Détermination de la température d'inversion du phénomène de Lord Kelvin dans l'hydrogène)*, 8-o, p. 8.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

20 Marca 1902.

PUBLICATIONS DE L'ACADEMIE

1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise

Spółka wydawnicza polska

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoir. et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL, (vol. I, II, XIV épuisés, 61 pl.) — 256 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 38 livr. 46 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski e J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408-1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546 1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 33 vol. 241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol t. II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo. 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński. sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo. 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

Nr 3. MARS 1902.

12,229

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemand ou en latin, des travaux présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction du Secrétaire de la Classe des Sciences math. et nat.
M. Joseph Rostafiński.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902 — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

MAY 12 1902

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 3. Mars 1902.

Sommaire: 19. M. L. NATANSON. Sur la conductibilité calorifique d'un gaz en mouvement.
20. M. T. GODLEWSKI. Sur la pression osmotique de quelques dissolutions calculée d'après les forces électromotrices des piles de concentration.
21. M. S. KRZEMIENIEWSKI. L'influence des sels minéraux sur la respiration des graines pendant les différentes périodes de leur germination.
22. M. L. BRUNER. Sur le mécanisme de l'action catalytique de l'iode dans la bromuration du benzène.
23. M. L. A. BIRKENMAJER. Nicolas Copernic. Première partie. Etudes sur les travaux du célèbre astronome et matériaux pour servir à sa biographie.
24. M. L. SZAJNOCHA. Sur l'origine du pétrole à Wójcza (Royaume de Pologne).
25. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du mardi 4 Mars 1902.

PRÉSIDENCE DE M. F. KREUTZ.

19. M. LADISLAS NATANSON m. t.: **O przewodnictwie cieplnem poruszającego się gazu.** ***(Sur la conductibilité calorifique d'un gaz en mouvement).***

Dans ce Travail, qui fait suite à notre Mémoire[1]) Sur les lois de la Diffusion (présenté à l'Académie le 14. Octobre 1901). nous nous proposons d'établir l'équation différentielle de la propagation de la chaleur par conductibilité dans un corps gazeux animé de mouvement.

§ 1. Ainsi que dans le Mémoire cité, nous supposerons que le gaz considéré est parfait et monoatomique. D'après l'hypothèse fondamentale de la Théorie Cinétique. un tel gaz peut être assimilé à un système de points matériels animés de mouvement. Soient

$$u+\zeta\,,\quad v+\eta\,,\quad w+\zeta \tag{1}$$

les composantes de la vitesse d'un pareil point matériel ou molécule; nous désignons ici par u, v, w les composantes de la vitesse

[1]) Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Année 1901, p. 335.

hydrodynamique de l'élément de volume dans lequel, au moment donné t, se trouve la molécule en question. Représentons par Q une fonction quelconque des variables (1), par $\overline{Q}$ la valeur moyenne de Q calculée pour un élément de volume, par ρ la densité du gaz, par X, Y, Z les composantes de l'accélération que produisent, en un point (x, y, z), les forces extérieures données. Au symbole d/dt donnons la signification

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} \tag{2}$$

et réservons $\delta/\delta t$ pour représenter les changements produits par les actions réciproques des molécules.

Avec ces notations, on a

$$\overline{\xi} = 0, \quad \overline{\eta} = 0, \quad \overline{\zeta} = 0 \tag{3}$$

et l'on peut écrire l'équation de continuité

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho u}{\partial x} + \frac{\partial\rho v}{\partial y} + \frac{\partial\rho w}{\partial z} = 0 \tag{4}$$

ainsi que la suivante:

$$\begin{aligned} \rho\frac{d\overline{Q}}{dt} + \frac{\partial}{\partial x}(\overline{\xi Q}\rho) + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\eta Q}\rho) + \frac{\partial}{\partial z}(\overline{\zeta Q}\rho) = \\ = \rho\frac{\delta Q}{\delta t} + \rho\left(X\frac{\partial Q}{\partial u} + Y\frac{\partial Q}{\partial v} + Z\frac{\partial Q}{\partial w}\right). \end{aligned} \tag{5}$$

L'équation (5) porte le nom d'équation fondamentale.

§ 2. Si, dans l'équation fondamentale, on pose

$$Q = u + \xi \tag{1}$$

on trouve l'équation

$$\rho\frac{du}{dt} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\overline{\xi^2}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho\overline{\xi\eta}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho\overline{\xi\zeta}) = \rho X; \tag{2}$$

c'est la première des équations du mouvement.

Dans la même équation donnons à Q la signification

$$Q = (u + \xi)^2; \tag{3}$$

l'équation ainsi obtenue se simplifie en vertu de l'équation (2) et devient

$$\rho\frac{d\overline{\xi^2}}{dt}+2\rho\overline{\xi^2}\frac{\partial u}{\partial x}+2\rho\overline{\xi\eta}\frac{\partial u}{\partial y}+2\rho\overline{\xi\zeta}\frac{\partial u}{\partial z}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}(\rho\overline{\xi^3})+\frac{\partial}{\partial y}(\rho\overline{\xi^2\eta})+\frac{\partial}{\partial z}(\rho\overline{\xi^2\zeta})=\rho\frac{\delta\overline{\xi^2}}{\delta t}. \qquad (4)$$

En ajoutant membre à membre cette équation à celles qui s'en déduisent par des permutations circulaires, on obtient la relation

$$\rho\frac{d}{dt}(\overline{\xi^2}+\overline{\eta^2}+\overline{\zeta^2})+2\Psi+\frac{\partial\rho r_x}{\partial x}+\frac{\partial\rho r_y}{\partial y}+\frac{\partial\rho r_z}{\partial z}=0 \qquad (5)$$

où l'on a posé:

$$\Psi=\rho\overline{\xi^2}\frac{\partial u}{\partial x}+\rho\overline{\eta^2}\frac{\partial v}{\partial y}+\rho\overline{\zeta^2}\frac{\partial w}{\partial z}+$$

$$+\rho\overline{\eta\zeta}\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)+\rho\overline{\zeta\xi}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\rho\overline{\xi\eta}\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (6)$$

$$\overline{\xi(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}=r_x;\quad \overline{\eta(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}=r_y;\quad \overline{\zeta(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}=r_z. \qquad (7)$$

Dans l'équation fondamentale (5), § 1., posons:

$$Q=(u+\xi)(v+\eta)\ ; \qquad (8)$$

en tenant compte des équations du mouvement il viendra:

$$\rho\frac{d\overline{\xi\eta}}{dt}+\rho\overline{\xi^2}\frac{\partial v}{\partial x}+\rho\overline{\eta^2}\frac{\partial u}{\partial y}+\rho\overline{\xi\eta}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\rho\overline{\eta\zeta}\frac{\partial u}{\partial z}+\rho\overline{\xi\zeta}\frac{\partial v}{\partial z}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}(\rho\overline{\xi^2\eta})+\frac{\partial}{\partial y}(\rho\overline{\xi\eta^2})+\frac{\partial}{\partial z}(\rho\overline{\xi\eta\zeta})=\rho\frac{\delta\overline{\xi\eta}}{\delta t}. \qquad (9)$$

Posons enfin, dans l'équation fondamentale.

$$Q=(u+\xi)(w+\zeta); \qquad (10)$$

un calcul analogue nous donnera:

$$\rho\frac{d\overline{\xi\zeta}}{dt}+\rho\overline{\xi^2}\frac{\partial w}{\partial x}+\rho\overline{\zeta^2}\frac{\partial u}{\partial z}+\rho\overline{\xi\zeta}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\rho\overline{\eta\zeta}\frac{\partial u}{\partial y}+\rho\overline{\xi\eta}\frac{\partial w}{\partial y}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}(\rho\overline{\xi^2\zeta})+\frac{\partial}{\partial y}(\rho\overline{\xi\eta\zeta})+\frac{\partial}{\partial z}(\rho\overline{\xi\zeta^2})=\rho\frac{\delta\overline{\xi\zeta}}{\delta t} \qquad (11)$$

§ 3. Posons

$$Q=(u+\xi)\{(u+\xi)^2+(v+\eta)^2+(w+\zeta)^2\} \qquad (1)$$

dans l'équation fondamentale et, dans l'équation obtenue, portons les valeurs des composantes X, Y, Z tirées des équations du mouvement. L'équation que l'on trouve ainsi est donnée au § 3. de notre Mémoire déjà cité; c'est l'équation (2) de ce paragraphe. Des simplifications immédiates permettent de la mettre sous la forme:

$$
\begin{aligned}
&2u\rho\frac{d\overline{\xi^2}}{dt} + u\rho\frac{d}{dt}(\overline{\xi^2}+\overline{\eta^2}+\overline{\zeta^2}) + 2v\rho\frac{d\overline{\xi\eta}}{dt} + 2w\rho\frac{d\overline{\xi\zeta}}{dt} + \\
&\qquad + \rho\frac{dr_x}{dt} + \rho R_x + \frac{\partial}{\partial x}(u\rho r_x) + \\
&+ 2\rho\overline{\xi\eta}\frac{\partial uv}{\partial x} + 2\rho\overline{\xi\zeta}\frac{\partial uw}{\partial x} + \rho\overline{\xi^2}\frac{\partial}{\partial x}(3u^2+v^2+w^2) + \\
&\qquad + 2\frac{\partial}{\partial x}\left\{u\rho\overline{\xi^3} + v\rho\overline{\xi^2\eta} + w\rho\overline{\xi^2\zeta}\right\} + \\
&+ 2\rho\overline{\eta^2}\frac{\partial uv}{\partial y} + 2\rho\overline{\eta\zeta}\frac{\partial uw}{\partial y} + \rho\overline{\xi\eta}\frac{\partial}{\partial y}(3u^2+v^2+w^2) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial y}\left\{u\rho\overline{\eta(3\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} + 2v\rho\overline{\xi\eta^2} + 2w\rho\overline{\xi\eta\zeta}\right\} + \\
&+ 2\rho\overline{\eta\zeta}\frac{\partial uv}{\partial z} + 2\rho\overline{\zeta^2}\frac{\partial uw}{\partial z} + \rho\overline{\xi\zeta}\frac{\partial}{\partial z}(3u^2+v^2+w^2) + \\
&+ \frac{\partial}{\partial z}\left\{u\rho\overline{\zeta(3\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} + 2v\rho\overline{\xi\eta\zeta} + 2w\rho\overline{\xi\zeta^2}\right\} = \\
(2)\qquad &= 2u\rho\frac{\delta\overline{\xi^2}}{\delta t} + 2v\rho\frac{\delta\overline{\xi\eta}}{\delta t} + 2w\rho\frac{\delta\overline{\xi\zeta}}{\delta t} + \rho\frac{\delta r_x}{\delta t}.
\end{aligned}
$$

Comme dans la Communication précédente, le symbole R_x qui figure dans cette équation, a la signification suivante

$$
\begin{aligned}
\rho R_x = &\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\overline{\xi^2(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\right) - (3\overline{\xi^2}+\overline{\eta^2}+\overline{\zeta^2})\left(\frac{\partial\rho\overline{\xi^2}}{\partial x} + \frac{\partial\rho\overline{\xi\eta}}{\partial y} + \frac{\partial\rho\overline{\xi\zeta}}{\partial z}\right) \\
&+ \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\overline{\eta\xi(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\right) - 2\overline{\xi\eta}\left(\frac{\partial\rho\overline{\eta\xi}}{\partial x} + \frac{\partial\rho\overline{\eta^2}}{\partial y} + \frac{\partial\rho\overline{\eta\zeta}}{\partial z}\right) \\
(3)\qquad &+ \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\overline{\zeta\xi(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\right) - 2\overline{\xi\zeta}\left(\frac{\partial\rho\overline{\zeta\xi}}{\partial x} + \frac{\partial\rho\overline{\zeta\eta}}{\partial y} + \frac{\partial\rho\overline{\zeta^2}}{\partial z}\right)
\end{aligned}
$$

Dans l'équation (2) portons les valeurs des produits

$$2u\rho\frac{d\overline{\xi^2}}{dt},\quad u\rho\frac{d}{dt}\left(\overline{\xi^2}+\overline{\eta^2}+\overline{\zeta^2}\right),\quad 2v\rho\frac{d\overline{\xi\eta}}{dt},\quad 2w\rho\frac{d\overline{\xi\zeta}}{dt} \tag{4}$$

tirées des équations (4), (5), (9) et (11) du § 2. et posons, dans la même équation.

$$\frac{\delta r_x}{\delta t}=-\frac{r_x}{T}; \tag{5}$$

la quantité T étant considérée comme constante; cette dernière hypothèse, si simple qu'elle soit, conduit à une représentation adéquate du phénomène de la relaxation, ainsi qu'il est dit dans notre Communication précédente. Au moyen de ces substitutions, l'équation (2) prend la forme

$$\rho\frac{dr_x}{dt}+\frac{\rho r_x}{T}+\rho R_x+\rho S_x=0. \tag{6}$$

On a posé ici

$$\rho S_x=\rho r_x\frac{\partial u}{\partial x}+\rho r_y\frac{\partial u}{\partial y}+\rho r_z\frac{\partial u}{\partial z}+$$

$$+2\rho\overline{\xi^3}\frac{\partial u}{\partial x}+2\rho\overline{\xi\eta^2}\frac{\partial v}{\partial y}+2\rho\overline{\xi\zeta^2}\frac{\partial w}{\partial z}+$$

$$+2\rho\overline{\xi\eta\zeta}\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)+2\rho\overline{\xi^2\zeta}\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)+2\rho\overline{\xi^2\eta}\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{y}\right). \tag{7}$$

En vertu de l'équation de continuité, l'équation (6) devient

$$\frac{\partial\rho r_x}{\partial t}+\frac{\rho r_x}{T}+\rho R_x+\rho S_x+\frac{\partial\rho r_x u}{\partial x}+\frac{\partial\rho r_x v}{\partial y}+\frac{\partial\rho r_x w}{\partial z}=0. \tag{8}$$

Il est aisé de voir que les équations équivalentes (6) et (8) reproduisent la relation entre le flux et le stimulant indiquée au § 4. du Mémoire précédent; seulement, comme les équations (6) et (8) se rapportent au cas où le gaz est en mouvement, l'expression de la composante du vecteur stimulant qui y figure est plus générale. Elle se compose du terme ρR_x, valeur de cette composante à l'état de repos et de la somme

$$\rho S_x+\frac{\partial\rho r_x u}{\partial x}+\frac{\partial\rho r_x v}{\partial y}+\frac{\partial\rho r_x w}{\partial z} \tag{9}$$

qui dépend du mouvement de déformation [1]). Aussi croyons-nous devoir distinguer ces deux vecteurs

$$(\rho R_x, \rho R_y, \rho R_z) \text{ et } (\rho S_x, \rho S_y, \rho S_z)$$

par une dénomination différente; nous les nommerons: le premier stimulant intérieur ou intrinsèque de conductibilité; le second stimulant extérieur ou accidentel.

Peut-être ne sera-t-il pas superflu de faire observer que nous n'avons négligé aucun terme dans le calcul qui précède, en sorte que le résultat obtenu doit être considéré comme rigoureux.

§ 4. Reprenons l'équation (5) du § 2. et posons

$$\overline{\xi^2} + \overline{\eta^2} + \overline{\zeta^2} = 2c\vartheta \tag{1}$$

en désignant par c la chaleur spécifique du gaz à volume constant; ϑ représentera alors la température absolue. Dérivons l'équation (5) du § 2. par rapport à la variable t et dans l'équation ainsi obtenue remplaçons les dérivées $\partial \rho r_x / \partial t$, $\partial \rho r_y / \partial t$, $\partial \rho r_z / \partial t$ par leurs valeurs tirées de l'équation (8) du paragraphe précédent et de deux équations analogues; il viendra

$$\begin{aligned} 2\frac{\partial}{\partial t}\left(c\rho\frac{d\vartheta}{dt} + \Psi\right) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho r_x}{T} + \rho R_x + \rho S_x + \frac{\partial \rho r_x u}{\partial x} + \frac{\partial \rho r_x v}{\partial y} + \frac{\partial \rho r_x w}{\partial z}\right) \\ - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho r_y}{T} + \rho R_y + \rho S_y + \frac{\partial \rho r_y u}{\partial x} + \frac{\partial \rho r_y v}{\partial y} + \frac{\partial \rho r_y w}{\partial z}\right) \\ - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho r_z}{T} + \rho R_z + \rho S_z + \frac{\partial \rho r_z u}{\partial x} + \frac{\partial \rho r_z v}{\partial y} + \frac{\partial \rho r_z w}{\partial z}\right) = 0 \,. \end{aligned} \tag{2}$$

De là nous déduisons, en tenant compte de l'équation initiale (5), § 2.

$$\begin{aligned} 2\frac{\partial}{\partial t}\left(c\rho\frac{d\vartheta}{dt} + \Psi\right) + \frac{2}{T}\left(c\rho\frac{d\vartheta}{dt} + \Psi\right) \\ - \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho R_x + \rho S_x + \frac{\partial \rho r_x u}{\partial x} + \frac{\partial \rho r_x v}{\partial y} + \frac{\partial \rho r_x w}{\partial z}\right) \\ - \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho R_y + \rho S_y + \frac{\partial \rho r_y u}{\partial x} + \frac{\partial \rho r_y v}{\partial y} + \frac{\partial \rho r_y w}{\partial z}\right) \\ - \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho R_z + \rho S_z + \frac{\partial \rho r_z u}{\partial x} + \frac{\partial \rho r_z v}{\partial y} + \frac{\partial \rho r_z w}{\partial z}\right) = 0 \,. \end{aligned} \tag{3}$$

[1]) Supposons un gaz animé d'un mouvement u, v, w de translation pure, en sorte que les composantes u, v, w soient indépendantes de x, y, z L'équation (7) nous apprend que dans ce cas $\rho S_x = 0$.

C'est la forme la plus générale de l'équation de conductibilité; elle suppose que le mouvement dont le gaz est animé est donné de la manière la plus générale. Ainsi qu'il fallait s'y attendre, elle renferme, comme cas particulier, l'équation (9) du § 4. de notre Mémoire précédent et par là-même, l'équation classique de conductibilité.

L'équation (3) contient par deux fois le terme Ψ défini par l'égalité (6) du § 2. L'interprétation de ce terme ne présente aucune difficulté. Supposons que la perturbation tant mécanique que calorifique de l'état d'équilibre ne soit pas excessive; dans ce cas la valeur du terme Ψ diffèrera peu de

$$\tfrac{1}{3}\rho\overline{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right) \tag{4}$$

c'est-à-dire de

$$-\tfrac{2}{3}c\,\vartheta\,\frac{d\rho}{dt}. \tag{5}$$

Par conséquent nous aurons:

$$\text{Val.appr. de}\left(c\rho\frac{d\vartheta}{dt}+\Psi\right)=c\rho\,\vartheta\,\frac{d}{dt}\log\left(\frac{\vartheta}{\rho^{\frac{2}{3}}}\right) \tag{6}$$

Comparons ce résultat à l'énoncé bien-connu de la loi de la détente d'un gaz (loi de Laplace et Poisson) et rappelons que le gaz que nous considérons est un gaz monoatomique; nous verrons immédiatement que le terme

$$-\tfrac{2}{3}c\,\vartheta\,\frac{d\rho}{dt} \tag{7}$$

se rapporte aux effets calorifiques de la compression ou de la dilatation. On comprend dès lors que le rôle du terme Ψ dans l'équation (3) consiste à représenter rigoureusement les effets calorifiques qu'entraîne la déformation la plus générale subie par le gaz au cours de son mouvement.

Faisons une seconde remarque qui nous sera utile dans la suite. Tant que la perturbation de l'état d'équilibre n'est pas excessive, on a la relation approchée

$$\text{Val. appr. de } T\left(\frac{\partial\rho R_x}{\partial x}+\frac{\partial\rho R_y}{\partial y}+\frac{\partial\rho R_z}{\partial z}\right)=2K\nabla^2\vartheta \tag{8}$$

établie au § 4. de notre Communication précédente. On a désigné ici par K le coefficient de conductibilité que l'on considère comme constant.

§ 5. C'est Fourier le premier qui a essayé[1]) d'établir l'équation générale de la propagation de la chaleur dans un fluide en mouvement. Nous ne considérerons l'équation qu'il a trouvée que dans le cas des fluides incompressibles. Dans ce cas, nous avons d'après Fourier, avec nos notations,

$$c\rho \frac{d\vartheta}{dt} - K \nabla^2 \vartheta = 0 . \tag{1}$$

Reprenons l'équation générale (3) du paragraphe précédent et introduisons-y les hypothèses particulières aux théories que l'on appelle „Fouriériennes". Supposons $T = 0$; en même temps admettons que la quantité K (dans l'expression de laquelle T entre comme facteur) reste finie. D'autre part supposons que le système que nous considérons est incompressible. Dans ces conditions l'équation (3) du paragraphe précédent coïncide, quant aux termes de premier ordre, avec l'équation (1) établie par Fourier.

Le problème de la conductibilité calorifique d'un gaz en mouvement a été traité par G. Kirchhoff en 1868[2]). Dans le cas que nous avons considéré l'équation donnée par Kirchhoff peut se mettre sous la forme

$$c\rho\left(\frac{d\vartheta}{dt} - \tfrac{2}{3}\frac{\vartheta}{\rho}\frac{d\rho}{dt}\right) - K \nabla^2 \vartheta = 0 ; \tag{2}$$

ici, comme toujours, nous conservons les notations que nous avons adoptées dans ce qui précède. La même équation se trouve dans un Mémoire de Clerk-Maxwell[3]) qui l'a déduite de la Théorie Cinétique. En 1894. M. Carl Neumann publia un Mémoire[4]) dans lequel, pour le cas d'un gaz en mouvement, il donne l'équation

$$c\rho \frac{d\vartheta}{dt} + \Psi - K \nabla^2 \vartheta = 0 ; \tag{3}$$

il y indique aussi la forme que prend cette équation dans le cas plus général d'un corps fluide. On retrouve la même équation

[1]) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, tome XII, 1833. Oeuvres de Fourier publiées par les soins de M. G. Darboux, tome II, page 595. 1890.

[2]) Pogg. Annalen, Bd. CXXXIV. Gesammelte Abhandlungen, pag. 540. 1882.

[3]) Philosophical Transactions. Part I, 1879, p. 246.

[4]) Berichte d. Kgl. Sächs. Gesellschaft d. Wiss. zu Leipzig, math.-phys. Classe, Jahr 1894, p. 19.

dans les Leçons sur la Théorie de la Chaleur de G. Kirchhoff, publiées [2]) après sa mort en 1894. Presque en même temps nous arrivions [3]) nous-même à un résultat identique, sans avoir eu connaissance, à l'époque où nous présentions notre écrit à l'Académie, du Mémoire de M. Neumann ni des Leçons de Kirchhoff.

§ 6. Dans ce paragraphe nous discuterons, à titre d'exemple, un cas simple mais très-important. Supposons que le gaz dans lequel la chaleur se propage soit animé d'un mouvement de dilatation ou de contraction parfaitement uniforme en sorte que l'on ait:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial z} = \Theta; \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0\,; \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0\,; \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0\,; \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0\,; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0\,; \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0\,. \tag{2}$$

Dans ce cas l'équation (7) du § 3. se réduit à

$$\rho S_x = \rho r_x \Theta \tag{3}$$

et les composantes ρS_y, ρS_z s'expriment d'une manière analogue. L'expression du terme Ψ se simplifierait si l'on adoptait l'hypothèse célèbre que Sir G. G. Stokes a proposée, en 1845, pour le cas qui nous occupe. En effet, d'après Stokes, la valeur exacte du terme Ψ dans la dilatation ou la contraction uniforme est donnée par l'expression (4) du § 4; elle serait donc égale à $p\Theta$, si l'on désignait par p la valeur moyenne de la pression normale. Cependant, dans notre cas, l'hypothèse de Stokes ne peut être exacte que d'une façon approximative; cela tient aux inégalités de température qui existent au sein du milieu gazeux.

Reprenons l'équation (3) du § 4. Elle devient, dans ce cas,

$$\begin{aligned} c\rho \frac{d\vartheta}{dt} + \Psi + T\frac{\partial}{\partial t}\left(c\rho\frac{d\vartheta}{dt} + \Psi\right) - T\left(\frac{\partial \rho R_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho R_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho R_z}{\partial z}\right) \\ - \tfrac{1}{2} T\left\{\left(\tfrac{7}{3}\Theta + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial \rho r_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho r_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho r_z}{\partial z}\right)\right\} \\ - T\left(\rho r_x \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \rho r_y \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \rho r_z \frac{\partial \Theta}{\partial z}\right) = 0\,. \end{aligned} \tag{4}$$

[2]) Vorlesungen über die Theorie der Wärme, herausg. von Planck, Leipzig 1894, p. 194.

[3]) Bulletin International de l'Académie des Sciences de Crace du 3 Décembre 1894, p. 299.

Si l'on tient compte des équations, données aux §§ 4. et 5. du Mémoire précédent,

$$\rho r_x = -T\rho R_x = -2K\frac{\partial\vartheta}{\partial x} \tag{5}$$

que l'on peut considérer comme approximativement vérifiées, l'équation (4) permet de tirer une conséquence remarquable. Imaginons qu'en expérimentant sur un gaz qui se dilate ou se contracte uniformément, un observateur réussisse à distinguer la conductibilité pure des effets directs du mouvement. De l'équation (4) nous concluons que l'on trouverait dans ces conditions, pour le coefficient de conductibilité, la valeur

$$K' = K(1 - \tfrac{7}{3}\Theta T) \tag{6}$$

$$= K\left(1 + \tfrac{7}{3}\frac{T}{\rho}\frac{d\rho}{dt}\right) \tag{7}$$

modifiée, ainsi qu'on le voit, par l'effet de la dilatation ou de la contraction.

---

20. M. T. GODLEWSKI. **O ciśnieniu osmotycznem niektórych roztworów obliczonem na podstawie sił elektromotorycznych ogniw koncentracyjnych.** ***(Sur la pression osmotique de quelques dissolutions calculée d'après les forces électromotrices des piles de concentration).*** Mémoire présenté par M. A. Witkowski, m. t.

Les lois données par la théorie des dissolutions, fondées sur les recherches de MM. Arrhenius, V. Hoff et tant d'autres, s'appliquent principalement aux solutions diluées. Nous pouvons certes — dit Jahn[1]) — calculer, d'après les théorèmes de thermodynamique, l'abaissement du point de congélation, l'élévation du point d'ébullition et l'abaissement de la tension de la vapeur, pour une solution dont le degré de concentration est quelconque. Mais toutes ces formules renferment une fonction de la pression, de la température et du degré de concentration; or cette fonction est inconnue. Si nous l'éliminons de la formule pour la pression osmotique p. e. en nous appuyant

[1]) Jahn. Zur Frage über den Dissociationsgrad und Dissociationgleichgewicht stark dissociirter Elektrolyte. Zeit. für phys. Chemie 1900, Bd. 35, p. 4.

sur ce que l'abaissement du point de congélation est connu. nous éliminons par là tout ce qui a rapport à la constitution moléculaire du corps dissous et nous obtenons une formule qu'il est impossible d'appliquer aux questions posées par la théorie de la dissociation.

Dans les recherches présentes, nous avons tâché d'éviter cette élimination en nous basant sur les recherches théoriques de MM. Duhem et L. Natanson.

Prenons [1]) une dissolution d'un sel quelconque séparée de son dissolvant pur par une membrane semi-perméable.

Soit, comme toujours, la pression osmotique $\tilde{\omega} = p_1 - p_0$, c'est à dire l'excès de la pression de la solution sur celle du dissolvant lorsque le système est en équilibre. Si la solution est formée de m_1 grammes du dissolvant et de m_2 gr. du sel dissous, nous entendons par concentration numérique le rapport $h = \frac{m_2}{m_1}$. Soit $\zeta\ (pt)$ le potentiel thermodynamique de l'unité de masse du dissolvant liquide pris à l'état de pureté, et $\varphi\ (pth)$ le même potentiel de l'unité de masse du dissolvant au sein de la dissolution et posons

$$f\ (pth) = \zeta\ (pt) - \varphi\ (pth).$$

Nous aurons d'après la condition de l'équilibre

$$\varphi\ (p_1\ th) = \zeta\ (p_0 t)$$

et d'après la formule de Taylor

$$f\ (p_1\ t,\ h) = \frac{\partial \zeta}{\partial p}(p_1 - p_0) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \zeta}{\partial p^2}(p_1 - p_0)^2 +$$
$$+ \frac{1}{6}\frac{\partial^3 \zeta}{\partial p^3}(p_1 - p_0)^3 + \ldots$$

D'où, en désignant par $w = \frac{\partial \zeta}{\partial p}$ le volume de l'unité de masse du dissolvant pur sous la pression p_0 et à la température considérée et par $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial p^2} = \mu_0$ le coefficient de compressibilité du dissolvant pur sous la pression p_0. nous obtenons en nous arrêtant au troisième terme

[1]) L. Natanson. Studya nad teoryą roztworów. Rozprawy Wydz. mat.-przyr. Akademii Umiejętności w Krakowie r. 1892, t. 24, str. 318. Le meme en allemand: Studien zur Theorie der Lösungen. Zeitschrift für physikalische Chemie. J. 1892, Bd. X. p. 748.

$$(1) \qquad f(p_1\, th) = \tilde{\omega}\, w + \tfrac{1}{2}\, \omega^2\, \mu_s + \tfrac{1}{6} \left(\frac{\partial \mu_s}{\partial p}\right) \omega^3$$

Cette équation nous permet de calculer la pression osmotique en tenant compte de la compressibilité du dissolvant pour des degrés quelconques de concentration d'une solution, pourvu que nous connaissions les valeurs de la fonction f.

Pour les solutions diluées, qui obéissent aux lois de V.'Hoff, nous avons évidemment

$$(2) \qquad f = \tilde{\omega}\, w = \frac{h\, i\, R\, T\, w}{\mu}$$

où R indique la constante des gaz, μ le poids moléculaire du corps dissous, i le coefficient de dissociation de V'Hoff.

Nous ne connaissons certes pas la forme analytique de la fonction f; mais nous pouvons calculer ses valeurs d'après les données expérimentales relatives soit au point de congélation et à celui d'ébullition, soit à l'abaissement de la tension de la vapeur, soit enfin aux forces électromotrices des piles de concentration. On a suivi cette dernière voie dans la recherche présente.

Considérons une pile formée de zinc, de chlorure de zinc dissous dans de l'eau, de calomel et de mercure.

D'après les expériences de M. Moser [1]), de M. Helmholtz [2]) et d'après les recherches théoriques de M. Duhem [3]) nous avons

$$\frac{\partial E}{\partial h} = -\frac{\mu}{nF} \frac{1}{h} \frac{\partial f}{\partial h}$$

où F représente 9654 unités électromagnétiques d'électricité, n la valeur du métal contenu dans le sel dissous, f est la fonction ci-dessus déterminée et

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial E}{\partial h}\, dh = -\frac{\mu}{nF} \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h} \frac{\partial f}{\partial h}$$

[1]) James Moser. Der Kreisprocess erzeugt durch den Reactionsstrom de elektrolytischen Ueberführung. Nova Acta der ksl. Leop. Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher 1879. Bd. XLI, Seite 1, Nr. 1.

[2]) Galvanische Ströme verursacht durch Concentrationsunterschiede. Wied. Annal. III, 1878.

[3]) Duhem, Potentiel Thermodynamique, II tirage 1895, p. 117.

représente la force électromotrice d'une pile de concentration formée de deux piles de ce genre en opposition. Par l'intégration de cette équation, nous pourrions calculer les forces électromotrices des piles de concentration de ce genre pour des limites de concentration arbitraires, si seulement les valeurs de la fonction $f(pth)$, pour la température considérée, étaient connues dans des intervalles assez proches.

En écrivant cette équation ainsi:

$$\frac{\partial f}{\partial h} = -\frac{nF}{\mu} h \frac{\partial E}{\partial h} \tag{3}$$

nous pouvons trouver, par son intégration graphique, des valeurs de la fonction f pour tout l'intervalle dans lequel les forces électromotrices sont données. Ainsi nous pouvons trouver les valeurs numériques de la fonction f sans aucune supposition approximative. La fonction ainsi déterminée sera propre à faire connaître toutes les propriétés de la solution à la température pour laquelle on a mesuré les forces électromotrices E et sous la même pression.

Lehfeldt[1]) est arrivé à une formule complètement analogue à celle que donne l'équation (3) par la considération d'un cycle; il obtient seulement au lieu de la fonction f la pression osmotique même, ce qui est exact lorsque nous négligeons l'influence de la compressibilité de l'eau.

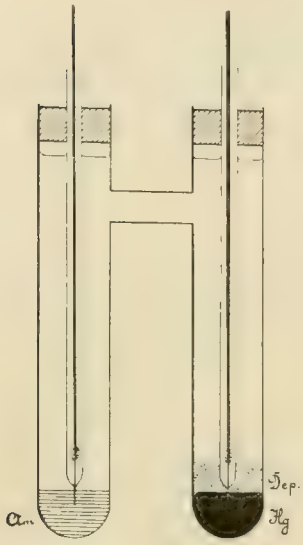
Expériences.

Dans les recherches présentes, on a mesuré les forces électromotrices de trois types de piles de concentration. On a étudié la pile au calomel de Helmholtz et deux genres de piles au cadmium.

Les forces électromotrices ont été mesurées par compensation. Pour la comparaison, on s'est servi de deux piles de Daniell de 60 cm. de hauteur et d'un diamètre de 14 cm. Leur force électromotrice n'a varié pendant deux ans que de 0.025 V à peine. Elles étaient comparées aux piles normales de Clark et de Weston. On a employé pour la compensation un galvanomètre d'une grande sensibilité. Les piles contenant la dissolution étudiée avaient la forme connue de la lettre H; elles étaient d'une hauteur moyenne de 12 cm. et d'un diamètre de 1·8 cm.

[1]) Lehfeldt, Elektromotorische Kraft und osmotischer Druck. Zeitschrift für phys. Chemie J. 1900, Bd. 35, p. 257.

Les électrodes de platine reliées aux fils de cuivre par une soudure à l'argent plongeaient dans de l'amalgame et dans du mercure remplissant les parties inférieures des tubes de verre. Elles étaient entourées de minces tubes de verre traversant des bouchons de liège trempés préalablement dans de la paraffine.



Pendant une observation on réunissait les électrodes opposées de deux piles par un fil de cuivre. Les piles dont la force électromotrice n'était pas suffisamment constante, peut-être à cause des erreurs commises pendant le remplissage, étaient rejetées. Les piles relatives à chacune des trois dissolutions étudiées étaient observées au moins pendant quatre mois consécutifs. On procédait de manière que la pile contenant la solution à un degré donné de concentration était d'abord réunie (en opposition) à une autre dont le degré de concentration était toujours de 0·001 normale. Ensuite on la réunissait, pour le contrôle, tour à tour à chacune des suivantes. Enfin on déterminait séparément les forces électromotrices de toutes les piles. Chacun des nombres donnés ci-dessous est la moyenne de plusieurs observations, qui ne différaient en général que de 0·2 % tout au plus.

Je me suis assuré que la cause principale des variations et des valeurs irrégulières des forces électromotrices était le manque d'homogénéité de l'amalgame, ce qui produisait selon toute probabilité des réactions électromotrices dans l'électrode même. Pour éviter cette cause d'erreur, on mettait dans une des branches du double tube l'amalgame solide que l'on y faisait fondre par une élévation convenable de la température, de sorte que la surface de l'amalgame était complètement plane et que cette substance elle-même était tout à fait homogène.

L'eau employée à la dilution des solutions avait été préparée par une triple distillation d'eau distillée ordinaire; d'abord avec addition d'hypermanganate de potasse, puis avec de la chaux sodée, enfin toute pure.

Les piles fixées dans une large plaque de liège plongeaient dans un thermostate système Ostwald qui maintenait la température constante à 0·2 près. Toutes les expériences étaient faites à la température de 25° C.

Chlorure de zinc.

La première pile expérimentée était du type de la pile au calomel de Helmholtz d'après la formule:

$$Hg — Hg\,Cl — Zn\,Cl_2 — Zn\ (Am.)$$

L'amalgame employé contenait 10 % de zinc. La préparation d'une solution de chlorure de zinc d'un degré de concentration donné présente, comme on sait, certaines difficultés par suite de la précipitation du sel basique. Pour s'en débarrasser on additionnait la solution de quelques gouttes d'acide chlorhydrique en neutralisant ensuite son excès éventuel à l'aide de zinc électrolytique pendant 48 heures. Ce n'est qu'alors qu'on déterminait exactement le degré de concentration par l'analyse chimique; le zinc par précipitation au moyen du carbonate de soude, le chlore à l'aide d'une solution titrée d'azotate d'argent et de cyanure de potasse. En diluant ensuite la solution concentrée, on n'observait plus du tout la formation du sel basique, du moins en quantités appréciables, bien que l'analyse la plus scrupuleuse ne démontrât aucun excès d'acide.

Pour effectuer la réduction de la concentration moléculaire en concentration numérique $\left(h = \frac{m_2}{m_1}\right)$ je me suis servi des nombres donnés par M. Kohlrausch [1]). Les forces électromotrices des piles de concentration, c'est à dire des couples de piles de ce type, sont indiquées dans la table I colonne 3; la pile correspondant dans chaque couple à la solution la plus diluée, contenait toujours une solution à 0·001 mol-grammes par litre. Elles sont représentées sur la planche VII par une courbe dont les ordonnées représentent les forces électromotrices et les abscisses le logarithme de la concentration variable (h_2) de la pile à solution la plus concentrée. Comme on voit, la courbe est d'abord presque entièrement droite; elle s'abaisse légèrement pour les concentrations croissantes jusqu'à la concentration à peu près 5 fois normale où elle commence à s'éle-

[1]) Kohlrausch und Holborn. Leitvermögen der Electrolyte 1898, p. 146.

ver de plus en plus rapidement. Cela démontre ce que M. Lehfeldt [1]) a déjà observé, que la déviation des lois des gaz l'emporte sur l' influence de la diminution continuelle de la dissociation électrolytique.

Pour obtenir les valeurs de la fonction f, j'ai tracé une courbe des forces électromotrices en prenant h_2 pour abscisses. Conformément à l'équation (3) on obtient alors f par intégration graphique. La constante d' intégration doit être déterminée dans ce cas au moyen de l'équation (2) à l'aide des lois des gaz de M. V.'t Hoff (opération qui ne se présente pas quand on calcule f en se basant sur le point de congélation ou d'ébullition ou bien sur la tension de la vapeur.) En effet elle représente la valeur de la fonction f pour une concentration 0·001 normale; elle ne peut donc être déterminée par l'observation, puisque cela exigerait l'emploi de solutions infiniment diluées. Sa valeur est donnée dans la première ligne de la table I. Nous n'introduisons donc dans l'ensemble de nos calculs les lois des gaz que pour le premier point de la courbe, où elles s'appliquent presque sûrement.

Dans la table I on trouvera les valeurs de la fonction f calculée comme il a été dit.

La colonne 1 donne les concentrations numériques *(h)*. La colonne (2) les concentrations exprimées en molécules grammes par litre, mais seulement pour les concentrations dont les forces électromotrices correspondantes avaient été mesurées directement. La colonne (3) contient les forces électromotrices E des piles de concentration formées de deux piles dont la pile à la solution la plus diluée contenait une solution de concentration 0·001 molécules grammes par litre. La colonne (4) contient les valeurs de la fonction f exprimées en unités absolues $\left(\frac{dynes}{cm.^2} \; \frac{cm.^3}{gr.}\right)$ La colonne (5) les valeurs $\frac{f}{h}$ du rapport de la fonction f à la concentration.

[1]) Lehfeldt Elektromotorische Kraft und osmotischer Druck, Zeitschrift für phys. Chemie 1900, Bd. 35 p. 287. La première partie expérimentale de mon travail était déjà achevée en juillet 1900 par conséquent avant la publication du mémoire de M. Lehfeldt sur les solutions du chlorure et du sulfate de zinc. A cette date, j'avais déjà obtenu la courbe des forces électromotrices pour le chlorure de zinc en fonction du logarithme de la concentration; c'est pour cette raison que je ne l'omets pas dans la présente communication.

La colonne (6) les pressions osmotiques ω calculées d'après la formule approchée $f = \omega v$. La colonne (7) ω_1 les pressions osmotiques calculées d'après l'équation (1) complète. La colonne (8) les différences des valeurs de la pression osmotique calculée des deux manières.

TABLE I $ZnCl_2$.

1	2	3	4	5	6	7	8
$h \cdot 10^4$	n (mol-grammes / litre)	E en $V \cdot 10^4$	f en $\frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{cm.}^3}{\text{gr.}} \times 10^6$	$10^7 \cdot \frac{f}{h}$	ω en Atm.	ω_1 en Atm.	$\Delta^0/_0$
0·68	0·001	0	0·07101	1044			
3·4	0·005	602	0·34281	1008	0·3374		—
6·8	0·01	857	0·67146	987·4	0·6608		—
11		1017	1·0454	950·4	1·029		—
20		1207	1·86989	934·9	1·840		—
34	0·05	1366	3·09381	909·9	3·045		—
68	0·1	1584	6·14512	903·7	6·048		—
100		1704	9.00094	900.1	8·858		—
150		1829	13·4292	895·3	13·22		—
250		1986	22·3111	892·4	21·46		—
340	0·5	2081	30·2596	889·9	29.77		—
500		2200	44·4098	889.2	43·71		—
682	1	2303	61·6552	904·0	60·68		—
1379	2	2528	127.373	923·7	125·4	125·7	0·3
3717	5	2839	351·982	946·9	346·4	349·1	0·8
4500		2928	455.576	1012·4	448·4	452·8	1
5500		3024	591·563	1075·6	582·2	589·6	1·2
6500		3126	764·953	1176·9	752·8	762·3	1·5
7500		3228	967·242	1289·7	951·9	970·2	1·9
8348	10	3297	1144·60	1371·1	1126	1151	2·2
10000		3411	1492·79	1492·8	1469	1509	2·7
11057	12·5	3522	1764·52	1595·9	1737	1785	2·8
12000		3606	2062·4	1718·7	2030	2090	3
13000		3642	2366·95	1820·7	2329	2400	3
14428	15	3806	2809·76	1947·5	2765	2846	2·9
15500		3902	3216·66	2075·3	3166	3250	2·7
16667	16·35	4050	3891 06	2334·6	3829	3902	1·9
17500		4174	4491·15	2566·4	4420	4459	0·9
18264	17·5	4301	5134·8	2811·4	5053	5031	0 4

Pour avoir une idée plus exacte de la relation entre la fonction f et la concentration pour une température et une pression donnée on a calculé[1]) les valeurs du quotient $\frac{f}{h}$. Tant que les lois des gaz s'appliquent, le quotient $\frac{f}{h}$ est proportionnel au degré de la dissociation électrolytique, c'est à dire au coefficient i de M. V't Hoff. En effet, en divisant ce quotient par $\frac{RT}{\mu}$ (voir l'équation 2) nous obtenons les valeurs du coefficient i qui s'acordent presque entièrement avec les valeurs calculées d'après la conductibilité électrique. comme on le voit dans la table suivante:

TABLE II.

$\frac{\text{gr. moles}}{\text{litre}}$	i calculé d'après la conductibilité	i calculé d'après la fonction f
0·001	2·887	—
0·01	2.728	2·732
0·1	2·446	2·500
1	1·970	2·508

Cela n'a lieu toutefois que pour les solutions très diluées. Comme l'indique la colonne (4) de la table 1 au-dessous de la concentration 0·1 molécules grammes par litre. la diminution de la dissociation décroîtrait de plus en plus si nous continuions à admettre les lois des gaz.

La courbe figurée sur la planche VIII s'abaisse ici très doucement jusqu'à ce qu'enfin vers la concentration 0·5 n ($h = 0·05$) elle passe par un minimum. A partir de ce point la courbe commence à s'élever. Cela ferait supposer que la dissociation croît avec la concentration, ce qui est extrêmement invraisemblable. En conséquence on ne peut continuer à calculer le coefficient i de cette manière, c'est à dire par l'application des lois des gaz à moins que nous ne changions sa signification comme une mesure de la dissociation.

C'est ici que commence la déviation décisive des lois des gaz.

[1]) Natanson loc. cit..

Les facteurs qui occasionnent cette déviation et qui produisent une croissance plus marquée de la fonction f et de la pression osmotique, qui lui est presque proportionelle, contrebalancent l'effet de la dissociation de plus en plus décroissante.

Dans le cas du chlorure de zinc, ces deux facteurs, c'est à dire la déviation des lois des gaz et la diminution de la dissociation électrolytique, se neutralisent à peu près sur un espace assez grand des concentrations. Nous obtenons une ligne presque horizontale de la courbe considérée. Ce n'est qu'au-dessous de la concentration 7·5 mol-grammes par litre que la courbe commence à s'élever et puis monte de plus en plus rapidement. La déviation des lois des gaz analogue à la loi de M. Van der Waals devient extrêmement marquée. Pour la plus grande des concentrations considérées, c'est à dire 17·5 mol-grammes par litre, la valeur du quotient $\frac{f}{h}$ est plus de 2·7 fois plus grande que dans la concentration 0·001 normale, où la dissociation doit être considérée comme presque totale.

Les résultats de M. Lehfeldt[1]) s'accordent moins bien avec les miens qu'on ne pourrait s'y attendre en considérant que les forces électromotrices mesurées, surtout celles des piles à solutions diluées, ne présentent pas de grandes différences. Le minimum du produit PV ne se trouve chez M. Lehfeldt qu'à la concentration 2 fois normale. Pour la concentration 0·1 n, la valeur de PV passe chez lui par un maximum tandis que j'y trouve encore une diminution sensible. Enfin les pressions osmotiques pour les grandes concentrations diffèrent beaucoup.

Sulfate de cadmium.

Le deuxième type des piles étudiées était celui de Weston, c'est à dire

$$Hg - Hg_2SO_4 - CdSO_4 - Cd \text{ (Am)}.$$

La concentration a été déterminée par la balance et les solutions suivantes furent obtenues par dilution de la solution la plus concentrée c'est à dire 5 fois normale. L'amalgame employé contenait 13% Cd.

La force électromotrice des piles de concentration était pres-

[1]) Loc. cit.

que absolument constante pendant les trois mois qu'ont duré les observations. Ses variations ne surpassaient pas 0·0005 V. Il est très remarquable cependant que la force électromotrice de ces piles ait été très petite. En calculant la force électromotrice d'une pile de concentration 0·001 normale contre 0·001 n., nous obtenons, d'après la formule de M. Nernst, 53·7 milivolts en admettant pour i la valeur 1·821 calculée d'après la conductibilité, tandis que l'expérience n'a fourni que 21·8 milivolts.

On a reconstruit les piles en se servant de solutions fraîchement préparées . Mais les forces électromotrices avaient cette fois encore les mêmes valeurs. Le fait que cette circonstance se présente pour des solutions si diluées que les lois des gaz sont selon toute probabilité parfaitement applicables, est bien difficile à expliquer. Si nous admettons que les lois des gaz sont ici applicables, il ne nous reste qu'à supposer que dans ce cas le coefficient i calculé d'après la conductibilité électrique n'est pas une mesure de la dissociation.

Kahlenberg [1]) a constaté dernièrement le même fait pour le sulfate de cadmium. Il trouva que beaucoup de solutions ne montrent d'après la méthode cryoscopique aucune dissociation, bien qu'elles conduisent parfaitement l'électricité. La méthode cryoscopique fait supposer pour le sulfate de cadmium d'une concentration $h = 0{\cdot}03$ une dissociation de 12% tandis que le degré de dissociation calculé d'après la conductibilité se monte à 30%. Ce même fait ressortirait aussi des valeurs remarquablement petites de la force électromotrice, quoique pour des solutions aussi diluées la chose paraisse bien étrange. Mais il est bien difficile de se rendre compte de cette petitesse de la force électromotrice d'une autre manière.

D'ailleurs la courbe des forces électromotrices est tout à fait régulière; on la trouve sur la planche VII où les forces électromotrices sont représentées en fonction du logarithme de la concentration. Elle est d'abord presque droite, mais son inclinaison sur l'axe des h est plus forte qu'on ne devait s'y attendre d'après les lois des gaz et le degré de dissociation calculé d'après la conductibilité. Elle s'abaisse d'abord légèrement avec les concentrations

[1]) Kahlenberg: Theory of electrolytic dissociation (Journal of physical chemistry, 1901. V p. 377.)

croissantes jusqu'à la concentration 2 fois normale où elle commence à monter d'une manière bien accentuée.

Quant aux valeurs de la fonction f, elles seront douteuses pour les petites concentrations, à cause de l'influence exercée par

TABLE III $CdSO_4$.

1	2	3	4	5	6	7	8
$h \cdot 10^4$	n $\left(\frac{\text{mol-grammes}}{\text{litre}}\right)$	E en V $\times 10^{-4}$	f en $\frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{cm.}^3}{\text{gr.}} \times 10^6$	$10^{-6} \cdot \frac{f}{h}$	ω Atm.	ω_s	Δ^0_0
1	0·001	0	0·044751	430·0	—		—
10·4	0·01	212	0·25972	259·7	0·26		
25		260	0·57138	228·6	0·56		—
40·6	0·04	293	0·77137	190·1	0·76		
70		343	1·2689	181·3	1·25		—
104	0·1	380	1·8644	179·2	1·84		—
150		415	2·6881	179·2	2·65		—
200		444	3·6286	181·4	3·57		—
250		467	4·5877	183·5	4·52		—
350		504	6·6469	189·9	6·54		—
411	0·4	524	8·0568	196·0	7·93		—
500		548	10·084	201·7	9·93		
600		570	12·329	205·5	12·13		—
700		589	14·657	209·4	14·43		
800		605	16·902	211·4	16·63		—
900		620	19·238	213·8	18·93		—
1044	1	638	24·493	214·5	22·04		
1500		681	32·461	216·4	31·95		—
2114	2	722	46·205	218·6	44·47		—
2500		744	55·62	222·4	54·74		—
3000		769	68·374	227·9	67·26	67·34	0·1
3219	3	779	74·143	230·3	72·97	73·11	0·2
3800		804	90·424	238·0	88·99	89·11	0·2
4347	4	828	108·578	249·8	106·9	107·108	0·2
4600		842	120.196	261·3	118·3	118·6	0·3
5000		866	141·567	283·1	139·3	139·7	0·3
5516	5	901	175·521	318·2	172·7	173·3	0·4

la constante d'intégration calculée d'après les lois des gaz, où l'on a admis pour le coefficient i la valeur (1·821) résultant de la conductibilité. Cette valeur paraît être évidemment trop grande. On le voit clairement dans le saut brusque des valeurs du quotient $\frac{f}{h}$ entre le premier et le second terme de la colonne (5) dans la Table III.

Les coefficients i, calculés d'après les valeurs de la fonction f en admettant les lois des gaz et les mêmes coefficients calculés d'après la conductibilité [1]), diffèrent extrêmement.

TABLE IV.

$\frac{\text{grammes-molécules}}{\text{litre}}$	i calculé d'après la conductibilité	i calculé d'après la fonction f
0·001	1·821	—
0·01	1·615	1·057
0·1	1·368	0·759
1	1·204	0·902

Comme on le voit, ces quantités diffèrent tellement qu'il est impossible de les comparer. Pour la concentration 0·1 normale, i calculé d'après la fonction f montre une valeur plus petite que l'unité.

Ce n'est que pour la concentration 1·63 normale que M. Arrhenius [2]) trouva par la méthode cryoscopique $i = 0·99$; mais c'est la plus petite valeur qu'il ait obtenue. donc ces valeurs-ci ne s'accordent pas non plus avec les miennes.

Au point 0·1 n. la courbe $\frac{f}{h}$ (planche VIII) après l'abaissement brusque mentionné passe par un minimum et ensuite elle s'élève jusqu'à la valeur $h = 0·07$ à peu près. C'était d'autant plus inattendu que les groupes de molécules qui s'y forment à mesure que la concentration croît doivent diminuer la dissociation. La déviation des lois des gaz et peut-être l'action hydrolytique de l'eau

[1]) Wershoven. Das electrische Leitungsvermögen von Cadmiumsalzen etc. Zeit. f. phys. Chemie, 1890, B. V. p. 515.

[2]) Sv. Arrhenius. Über den Gefrierpunkt verdünnter wässeriger Lösungen 1888. Zeit. für Phys. Chemie, II. p. 497.

exercent dans cette région des concentrations une influence bien prononcée.

La pression osmotique commence à augmenter ici plus rapidement malgré la diminution de la dissociation électrolytique et malgré la formation de nouveaux groupes de molécules comme les recherches sur la conductibilité le prouvent [1]).

Nous trouvons ensuite sur un espace assez étendu une ligne presque horizontale. On peut supposer que la polimérisation de plus en plus croissante arrête la croissance de la fonction $\frac{f}{h}$. Ce n'est que vers la concentration 3·5 n que la courbe commence à monter plus rapidement.

Chlorure de cadmium.

Les piles du troisième type étudiées étaient formées d'après la formule

$$Hg — HgCl — CdCl_2 — Cd\ (Am).$$

Le chlorure de cadmium provenant des fabriques de Kahlbaum et Merck montrait des traces d'acide azotique qui étaient éliminées par la fusion.

Les concentrations ont été déterminées par la balance. L'amalgame contenait 13 % Cd. La courbe des forces électromotrices des piles de concentration au chlorure de cadmium diffère beaucoup de celles qui se rapportent aux piles de concentration au chlorure de zinc et au sulfate de cadmium. Nous avons, il est vrai, au commencement une ligne presque droite (Planche VII) mais tandis que dans les deux cas précédents la courbe montait ensuite rapidement, nous n'avons ici qu'une petite élévation entre les concentrations 0·4 et 1 fois normale et ensuite son inclinaison diminue jusque vers le point 9 fois normal où elle s'élève très légèrement.

Le parcours initial de la courbe $\frac{f}{h}$ est complètement régulier. Les valeurs des coefficients i calculées d'après la conductibilité et d'après la fonction f (Table V) s'accordent d'abord suffisamment. Pour la concentration 0·1 normale, la différence des deux valeurs de i monte déjà à 5·5 % et pour la concentration normale, ces quantités ne sont plus comparables.

[1]) Wershoven (Loc. cit.)

TABLE V $CdCl_2$.

1	2	3	4	5	6	7	8
$h \cdot 10^1$	n $\left(\frac{\text{mol-grammes}}{\text{litre}}\right)$	F en V × 10^{-4}	f en $\frac{\text{dynes}}{\text{cm.}^2} \cdot \frac{\text{cm.}^3}{\text{gr.}} \times 10^6$	$10^{-6} \cdot \frac{f}{h}$	ω Atm.	ω_s Atm.	Δ%
0·9	0·001	0	0·06663	728·2	—		—
4·1		40	0·27643	674·2	0·272		—
5·5		55	0·36295	659·9	0·357		—
9·2	0·01	70	0·58240	633·0	0·573		
36·4	0·04	964	1·8316	505·2	1·803		—
91·8	0·1	1144	4·2794	465·6	4·212		—
150		1239	6.7251	448·3	6·618		—
250		1330	10·566	422·6	10·40		—
378	0.4	1397	15·005	396·9	14·77		—
450		1432	18·063	401·4	17.78		—
550		1479	23·022	418·6	22·66		—
650		1528	29·226	449·6	28·76		—
750		1579	36·759	490·1	36·18		—
850		1620	43·680	513·9	42·99		—
914·2	1	1654	50·011	547·2	48·10		—
1500		1758	76·500	550·0	75 29	75·42	0·2
2000		1806	94·225	471·1	92·73	92·94	0·2
2778	3	1851	116·911	420·9	115·1	115·4	0·3
4000		1898	150·522	376·3	148·1	148·7	0·4
5000		1929	179·959	359·9	177·1	177·8	0·4
6000		1954	208·976	348·3	205·7	206·6	0·5
7226	7	1990	259·212	358·7	255·1	256·6	0·6
8000		2012	294·561	368·2	289·9	291·8	0·7
9000		2042	348·372	387·1	342·8	345·7	0·8
9743	9	2065	391·427	401·8	385·2	388.5	0·9
10500		2084	453·110	431·5	445·9	450·2	1·0
11327	10	2101	492·263	434 6	484·5	489·6	1·1

La fonction $\frac{f}{h}$ s'abaisse d'abord régulièrement, jusqu'à la concentration 0·4 normale (Planche VIII); ici elle passe par un minimum et s'élè-

TABLE VI.

mol-grammes / litre	i calculé d'après la conductibilité	i calculé d'après la fonction f
0·001	2·7712	—
0·01	2·3778	2·3699
0·1	1·8414	1·7414
1	3·4672	2·035

ve ensuite rapidement. D'après les recherches de M. Wershoven [1], sur la conductibilité des sels de cadmium, on devrait au contraire s'attendre ici à un abaissement de la courbe, résultant de la formation accélérée des groupes de molécules. Les facteurs qui produisent l'élévation de la courbe dans cette région doivent donc être très forts s'ils surpassent d'une façon aussi marquée la dissociation qui diminue. Ensuite, au contraire, la courbe qui était presque horizontale pour le sulfate de cadmium et pour le chlorure de zinc commence à s'abaisser. Cela ferait supposer une polymérisation des molécules de plus en plus rapide et énergique. Ce n'est qu'à la concentration à peu près 6 fois normale que la courbe commence à s'élever très doucement. A la concentration 10 n la fonction $\frac{f}{h}$ atteint à peine un peu plus que la moitié de la valeur initiale, ce qui était facile à prévoir d'après les valeurs des forces électromotrices.

La pression osmotique.

Les pressions osmotiques des dissolutions plus concentrées étaient calculées d'après l'équation complète (1) à l'aide de fonctions goniométriques. Pour le coefficient de compressibilité de l'eau, on a admis la valeur donnée par M. Amagat [2])

$$\mu_e = \frac{\partial v}{\partial p} = -487 \,.\, 10^{-7} \,.\, 1{\cdot}00288 = -4884 \,.\, 10^{-8}$$

et

$$\frac{\partial^2 v}{\partial p^2} = 3 \,.\, 10^{-8}$$

[1]) Wershoven. Loc. cit.

[2]) Amagat. Dilatation et compressibilité de l'eau. Comptes Rendus, CXVI. Séance du 9 janvier 1893.

On trouve les résultats dans les colonnes (7) des tables (I. III et V).

L'influence de la compressibilité de l'eau, comme le montrent les colonnes (8), n'est pas grande à cause de la neutralisation mutuelle des termes du second et troisième degré dont les coefficients sont de signes contraires. La plus grande différence occasionnée par l'introduction de la compressibilité de l'eau ne surpasse pas ainsi 3%.

Si nous nous arrêtions au second terme cette influence serait incomparablement plus grande.

Il était impossible d'obtenir des données de M. Amagat la troisième dérivée du volume de l'eau par rapport à la pression. D'ailleurs la valeur de ce coefficient devrait être très exacte puisqu'elle entre dans le terme de quatrième degré. On peut seulement constater que $\frac{\partial^3 v}{\partial p^3} < o$. Le terme de quatrième degré aurait donc une influence semblable au second c'est à dire qu'il augmenterait la valeur calculée de ϖ.

Dans les trois solutions considérées, nous avons trouvé le minimum du rapport $\frac{f}{h}$ pour les concentrations suivantes:

$ZnCl_2$	pour la	concentration	0·73	mol-grammes	par	litre
$CdSO_4$	„ „	„	0·15	„	„	„
$CdCl_2$	„ „	„	0·4	„	„	„

Les valeurs minima analogues à celles-ci ont déjà été constatées par M. Lehfeldt pour le chlorure et pour le sulfate de zinc par la mesure des forces électromotrices des piles de concentration. Le même fait ressort aussi des recherches de M. M. Kahlenberg [1]), Smits et autres qui se sont servi de la méthode cryoscopique et ébulliométrique pour plusieurs autres solutions.

Ce fait ne doit pas du reste être considéré comme incompatible avec la théorie de la dissociation électrolytique de M. Arrhenius [2]). Il suffit d'observer que les lois des gaz ne doivent être

[1]) Loc. cit.

[2]) Voyez aussi Smits. Über den Verlauf des Faktors i etc. Zeit. f. phys Chemie, 1902, Bd. 39, p. 429.

appliquées que pour des concentrations notablement moindres que celles qui correspondent au minimum de la fonction $\frac{f}{h}$.

Qu'il me soit permis d'exprimer ici ma reconnaissance la plus vive à M. le Professeur A. Witkowski pour les conseils bienveillants qu'il a bien voulu me donner pendant la durée de ce travail.

Cracovie. Laboratoire de physique de l'Université.

Explication des planches:

Planche VII.

E	Pour	$CdSO_4$	1 division	correspond	à	10^{-2} V
	„	$CdCl_2$	1 „	„	„	2.10^{-2} V
	„	$ZnCl_2$	1 „	„	„	4.10^{-2} V

Planche VIII.

		Abscisses h	Ordonnées $\frac{f}{h}$
Pour	$CdSO_4$	1 division corresp. à 10^{-2}	1 division corr. à 2.10^7 (c. g. s.)
„	$CdCl_2$	1 „ „ „ 2.10^{-2}	1 „ „ „ 4.10^7 „
„	$ZnCl_2$	1 „ „ „ 3.10^{-2}	1 „ „ „ 6.10^7 „

---

21. M. S. KRZEMIENIEWSKI. **O wpływie soli mineralnych na przebieg oddychania kiełkujących roślin.** ***(Ueber den Einfluss von Mineralnährsalzen auf den Verlauf der Athmung bei keimenden Samen).*** *(L'influence des sels minéraux sur la respiration des graines pendant les différentes périodes de leur germination).* Mémoire présenté par M. Godlewski m. t.

Da die Keimpflanzen ein vorzügliches Material für die Untersuchungen über den Stoffwechsel und die Athmung der Pflanzen bilden, so ist es leicht verständlich, dass die Literatur über die Athmung eine sehr umfangreiche ist. Besonders eingehend wurde der Verlauf der Athmung während der einzelnen Keimungsstadien verschiedener Samen untersucht. Auch der Einfluss gewisser äusserer Factoren, wie der Temperatur und des partialen Sauerstoffdruckes auf die Athmung wurde vielfach studiert. Dagegen liegen in der Literatur nur spärliche Angaben darüber vor, ob die Anwesenheit von

Mineralsalzen in dem umgebenden Medium auf das Wachsthum und die Athmung der Keimpflanzen zur Zeit, wo ihre Entwickelung gänzlich auf Kosten der Reservestoffe vor sich geht, einen Einfluss ausübt.

Durch die Untersuchungen von Böhm [1]) und Liebenberg [2]) wissen wir, dass bei Kalkmangel die Entwickelung mancher Leguminosen im Dunkeln still steht, noch bevor die Reservestoffe ihrer Samen erschöpft werden.

Prianischnikow [3]) beobachtete, dass die Keimlinge von Vicia sativa stärker athmeten, wenn ihre Wurzeln in eine verdünnte Gipslösung tauchten, als wenn ihnen nur destilliertes Wasser zu Gebote stand. Kellner [4]) constatierte bei Erbsenkeimlingen eine Beschleunigung der Athmung, wenn die Samen anstatt in reinem Wasser in einer verdünnten Salpeterlösung quellen gelassen wurden. Einen Einfluss des Salpeters auf die Athmung beobachtete auch kürzlich Jacobi [5]).

In der vorliegenden Arbeit hat sich der Verfasser das Studium der Wirkung von Mineralsalzen auf die Athmung zur Aufgabe gestellt. Als Object dienten vorläufig ausschliesslich die Keimlinge des Rettigs.

Die Untersuchungen wurden nach der Methode von Godlewski ausgeführt. Diese Methode bietet bekanntlich den Vorzug, dass sie die gleichzeitige Bestimmung der Menge des aufgenommenen Sauerstoffes und die der ausgeschiedenen Kohlensäure gestattet [6]). Bei der Ausführung der Versuche bediente sich der Verfasser der Apparate, deren genaue Beschreibung und Abbildung in der Arbeit Godlewski's: Über Nitrification [7]), sowie in der Arbeit von Godlewski und Polzeniusz: Über die intramoleculare Athmung [8]) zu finden ist.

[1]) Boehm. Sitzungsber. der k. Akad. in Wien 1875.

[2]) Liebenberg. Sitzungsb. der k. Akad. in Wien 1881.

[3]) Prianischnikow. Landw. Versuchst. B. XLV S. 269. 1895.

[4]) Kellner. Landw. Versuchst. 1874 B. XVII S. 420.

[5]) Jacobi. Flora 1899 B. 86. S. 289.

[6]) Godlewski. Pamiętnik Akad. Umiejęt. Wydz. mat.-przyr. T. XII. Pringsheim's Jahrbücher für Wissen. Bot. B. XIII.

[7]) Godlewski. Rozprawy Akad. Umiej. Wydz. mat.-przyr. T. XXX. S. 188.

[8]) Godlewski und Polzeniusz. Rozprawy Akad. Umiejęt. Wydz. mat.-przyr. T. XLI. Bulletin international de l'Acad. des sciences de Cracovie. Classe des sciences mathém. et naturelles 1901, S. 241.

In Bezug auf die Bestimmung der durch Kalilauge absorbierten Kohlensäure hat der Verfasser durch besondere Controlbestimmungen ermittelt, dass man die besten Resultate erlangt, wenn man nicht Chlorbaryum zur zuvor verdünnten Kalilauge, sondern umgekehrt Kalilauge zum Chlorbaryum giesst. Man erhält dann einen nicht voluminösen, sondern krystallinischen Niederschlag, der leicht zu filtrieren und schnell auszuwaschen ist, wodurch der infolge der Absorbtion der Kohlensäure aus der Luft während der Filtration entstehende Fehler bedeutend vermindert wird. Damit dieser Fehler bei sämmtlichen Bestimmungen gleich bliebe, ist es rathsam immer gleiche Mengen Kalilauge zur Absorption der Kohlensäure in den Apparaten zu verwenden.

Als Substrat, in welchem sich die Keimpflanzen zu entwickeln hatten, hat der Verfasser feuchte Baum- oder Glaswolle, oder endlich feuchten, groben Sand benutzt. Bei jedem Versuche wurden wenigstens zwei, gewöhnlich mehrere Apparate gleichzeitig zusammengestellt. Das Substrat in einem dieser Apparate wurde immer nur mit reinem destillierten Wasser befeuchtet, in den anderen Apparaten setzte man dem Substrate Mineralsalze hinzu. Dabei verfuhr man in zweifacher Weise: entweder benutzte man sofort am Anfange des Versuches zur Befeuchtung des Substrates statt reinen destillierten Wassers eine entsprechende Nährlösung, oder aber man befeuchtete anfangs das Substrat in sämmtlichen Apparaten mit destilliertem Wasser und setzte erst dann, wenn sich die Keimpflanzen bereits ziemlich weit entwickelt hatten, zu den Apparaten, welche Mineralsalze bekommen sollten, dieselben (in Lösung) hinzu.

Um den Athmungsverlauf zu untersuchen, wurde täglich in allen Apparaten sowohl der aufgenommene Sauerstoff wie die ausgeschiedene Kohlensäure in bekannter Weise bestimmt. Der Vergleich dieses Athmungsverlaufes in den Apparaten, welche Mineralsalze bekamen, und in denjenigen, welche nur destilliertes Wasser enthielten, lies den Einfluss der Mineralsalze auf die Athmung der Keimpflanzen erkennen. Die Versuche dauerten 9—19 Tage, einige also nahezu bis zur völligen Erschöpfung der Reservestoffe der Samen.

Um den Einfluss der Veränderung des partialen Sauerstoffdruckes auf die Athmung zu studieren, wurden bei einigen Versuchen neben den gewöhnlichen täglichen Bestimmungen auch noch öfters (nach je 3 Stunden) Ablesungen des aufgenommenen Sauerstoffes gemacht.

Es wurden im ganzen 10 Versuche ausgeführt. Die Zahlenresultate sind sämmtlich in der ausführlichen Arbeit zusammengestellt; hier mögen beispielsweise nur einige angeführt werden.

Versuch I.

Am 21. Januar 1900 wurden zwei Apparate I und II mit je 75 Rettigsamen (0·83 Gr. bez. 0·78 Gr.) zusammengestellt. Die Baumwolle, welche als Substrat diente, wurde im Apparate I mit 16 c.c. destillierten Wassers, im Apparate II mit 16 c. c. einer completen 1‰ Nährlösung ($Ca(NO_3)_2$, KNO_3, $MgSO_4$, KH_2PO_4, KCl) befeuchtet. Von 31. Januar bis 6. Februar wurde täglich der aufgenommene Sauerstoff und die ausgeschiedene Kohlensäure bestimmt. Am 26. und am 31. Januar wurde die Befeuchtung der Baumwolle wiederholt, und zwar jedesmal im Apparate I mit 5 c. c. Wasser, im Apparate II mit 5 c. c. Nährlösung, endlich am 4. Februar setzte man auch zum Apparate I 5 c. c. Nährlösung hinzu. Die Zahlenresultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Die Zeit des Versuchs	Temperatur C°	Apparat I. mit Wasser: Die Menge des aufgenommenen O in C.C.	Die Menge der ausgeschiedenen CO_2 in CC.	Von 1 Gr. Samen wurde pro 1 Stunde: O aufgenommen in CC.	CO_2 ausgeschieden in CC.	Auf 100 des aufgenommenen O wurde ausgeschiedenen CO_2	Apparat II. mit Nährlösung: Die Menge des aufgenommenen O in C. C.	Die Menge der ausgeschiedenen CO_2 in C. C.	Von 1 Gr. Samen wurde pro 1 Stunde: O aufgenommen in CC.	CO_2 ausgeschieden in CC.	Auf 100 des aufgenommenen O wurde ausgeschiedenen CO_2
Jänner 21—23	17·2—17·8	18·71	13·81	0·50	0·37	73·8	17·11	13·72	0·49	0·39	80·2
23—24	18—18·2	36·63	21·52	1·90	1·10	58·8	36·46	20·43	2·00	1·12	56·1
24—25	18·6—18·8	39·05	23·04	2·07	1·22	59·0	44·17	25·86	2·50	1·46	58·6
25—26	18·8	38·49	22·63	2·02	1·17	58·0	45·60	26·51	2·51	1·46	58·5
5 c. c. Wasser hinzugefügt							5 c. c. Nährlösung hinzugefügt				
26—27	18·5—18·8	47·04	26·69	2·46	1·39	56·7	50·18	29·51	2·79	1·64	58·8
27—28	18·0—19·6	40·94	25·69	2·10	1·32	62·8	44·30	27·40	2·40	1·48	61·9
28—29	18·2—18·4	32·92	22·43	1·76	1·20	68·1	36·00	23·41	2·05	1·31	65·0
29—30	17·6—19·6	50·39	22·14	1·55	1·13	72·9	31·81	23·19	1·73	1·26	72·9
30—31	17·6—19·5	29·24	21·90	1·52	1·14	74·8	27·56	22·22	1·52	1·23	80·6
5 c. c. Wasser hinzugefügt							5 c. c. Nährlösung hinzugefügt				
Februar 31—1	17·4—19·4	28·95	21·79	1·58	1·19	75·3	33·58	32·87	1·95	1·91	97·9
1—2	16·8—17·8	27·62	20·02	1·34	0·97	72·5	24·09	22·39	1·24	1·16	92·9
2—3	16·8	23·97	18·90	1·32	1·04	78·9	18·52	15·24	1·08	0·89	82·3
3—4	16·4—18·4	26·58	19·92	1·43	1·07	75·0	22·11	22·04	1·27	1·26	99·7
5 c. c. Nährlösung hinzugefügt											
4—5	16·8—18·4	33·02	29·31	1·65	1·47	89·0	18·09	13·24	0·97	0·71	73·2

Versuch II.

Am 2. Februar 1900 wurden 2 Apparate von ungefähr $^1/_2$ Liter Volumeninhalt zusammengestellt. Als Substrat diente Glaswolle, welche in beiden Apparaten mit etwa 30 c. c. destillierten Wassers befeuchtet wurde. In jedem Apparate wurden 60 Rettigsamen von nahezu 0·6 G. ausgesät. Die Bestimmungen der Athmungsgrösse

wurden täglich gemacht. Während 7 Tagen war der Athmungsverlauf in beiden Apparaten nahezu gleich, am 7. Tage fügte man zu einem Apparate 10 c.c. Wasser, zu dem anderen 10 c. c. completer Nährlösung hinzu. Der Erfolg war folgender:

Die Zeit des Versuchs	Temperatur C°	Apparat I: 1 Gr. Samen hat während 24 Stunden O aufgenommen CC.	Apparat I: 1 Gr. Samen hat während 24 Stunden CO_2 ausgeschieden CC.	Apparat I: Auf 100 aufgenommenen O wurde ausgeschieden CO_2 CC	Apparat II: 1 Gr. Samen hat während 24 Stunden O aufgenommen CC	Apparat II: 1 Gr. Samen hat während 24 Stunden CO_2 ausgeschieden CC	Apparat II: Auf 100 aufgenommenen O ausgeschieden CO_2 CC
Februar 8—9	18·2—19·8 18·6	2·87	2·17	75·5	2·91	2·18	74·8
		10 c. c. Wasser zugefügt			10 c. c. Nährlösung zugefügt		
9—10	17·4—18·6	2·59	1·94	74·9	3·13	2·36	75·5
10—11	17·2—18·2	2·01	1·56	77·9	2·63	2·22	84·2
11—12	17·2—18·2	1·74	1·46	83·6	1·93	1·27	82·4
12—13	17·4—18·4	1·66	1·74	104·6	1·64	1·63	99·6

Eine erneuerte Zufügung der Nährlösung zum Apparate II blieb ohne Einfluss auf die Athmung.

Versuch IV.

Dieser überaus belehrende Versuch soll hier in extenso wiedergegeben werden. Am 5. März 1900 hat man gleichzeitig drei Apparate zusammengestellt. Die Volumeninhalte der Apparate waren 359, 350 und 373 c.c. Als Substrat diente Baumwolle, welche in jedem Apparate mit je 10 c. c. Wasser befeuchtet wurde. In jeden Apparat kamen 40 Rettigsamen von 0·5 g. Gewicht. Am 14. März hat man zu dem Apparate I. 5 c.c. completer Nährlösung, zu dem Apparate II 5 c. c. Nährlösung ohne Kali und zu dem Apparate III 5 c. c. Wasser zugesetzt. Eine doppelt so grosse Quantität (10 c. c.) derselben Flüssigkeiten fügte man zu den Apparaten am 18. März hinzu und am 22. März setzte man endlich zu dem Apparate II, welcher bisher eine kalifreie Nährlösung enthielt 10 c.c. einer vollständigen Nährlösung hinzu. Der Athmungsgang wurde, wie gewöhnlich, täglich bestimmt. Die Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Die Zeit des Versuchs	Temperatur C°	Apparat I: 1 Gr. Samen hat während 1 Stunde O aufgenommen CC	Apparat I: 1 Gr. Samen hat während 1 Stunde CO_2 ausgeschieden CC	Apparat I: CO_2 ausgeschieden pro 100 des aufgenommenen O_2	Apparat II: 1 Gr. Samen hat während 1 Stunde O aufgenommen CC	Apparat II: 1 Gr. Samen hat während 1 Stunde CO_2 ausgeschieden CC	Apparat II: CO_2 ausgeschieden pro 100 des aufgenommenen O_2	Apparat III: 1 Gr. Samen hat während 1 Stunde O aufgenommen CC	Apparat III: 1 Gr. Samen hat während 1 Stunde CO_2 ausgeschieden CC	Apparat III: CO_2 ausgeschieden pro 100 des aufgenommenen O_2
5—7 März	16·4—18·6	0·27	0·30	112·1	0·26	0·24	93	0·28	0·29	103·3
7—8 „	17·0—17·7	1·12	0·80	71·3	1·01	0·77	74·6	1·26	0·88	70·0
8—9 „	17·2—17·4	1·98	1·27	64·0	1·97	1·24	62·7	2·13	1·22	57·2
9—10 „	16·8—17·4	2·26	1·24	54·4	2·36	1·32	56·0	2·25	1·28	57·0
10—11 „	17·2—17·6	2·44	1·48	60·3	2·43	1·37	57·0	2·40	1·41	58·7
11—12 „	17·6—18·4	2·26	1·44	63·7	2·21	1·35	60·9	2·27	1·41	62·1
12—13 „	17·4—18·4	2·20	1·41	63·9	2·26	1·50	66·3	2·21	1·36	61·8
13—14 „	17·8—18·6	2·07	1·29	62·1	2·12	1·28	60·5	2·08	1·32	63·3
14 „		5 c. c. completer Nährlösung zugefügt			5 c. c. Nährlösung ohne Kali zugefügt			5 c. c. Wasser zugefügt		
14—15 „	18·0—20·0	2·31	1·80	78·0	2·10	1·44	69·0	1·82	1·31	71·8
15—16 „	18·2—20·0	1·92	1·46	76·1	1·66	1·20	72·0	1·49	1·14	76·5
16—17 „	18·6—19·5	1·36	1·06	77·9	1·36	1·03	75·7	1·18	0·97	81·5
17—18 „	18·5—19·2	1·14	1·08	94·1	1·14	1·09	95·6	1·06	0·99	94·0
18 „		10 c. c. completer Nährlösung zugefügt			10 c. c. Nährlösung ohne Kali zugefügt			10 c. c. Wasser zugefügt		
18—19 „	17·6—18·4	1·20	—	—	1·06	—	—	1·03	—	—
19—20 „	18·2—21·4	1·10	—	—	0·99	—	—	0·91	—	—
20—21 „	18·6—21·3	0·91	0·85	92·9	0·94	0·81	86·5	0·76	—	—
21—22 „	17·0—18·6	0·60	0·51	85·0	0·61	0·57	93·4	—	—	—
		10 c. c. Wasser zugefügt			10 c. c. completer Nährlösung zugefügt			—	—	—
22—23 „	16·7—17·0	0·51	—	—	0·71	0·84	107·5	—	—	—
23—24 „	16·3—16·6	0·44	0·44	99·8	0·54	0·63	107·1	—	—	—

Versuch VI Serie *a* und Serie *b*.

Am 15. Mai 1900 wurden 6 Apparate zusammengestellt. Als Substrat diente mit Salzsäure ausgekochter und mit destilliertem Wasser ausgewaschener Sand. Drei kleinere Apparate (Serie *a*) enthielten je 200 g, drei grössere (Serie *b*) je 500 g. Sand. In den kleineren Apparaten wurden je 40, in den grösseren je 80 Rettig-

samen ausgesät. Der Sand war überall mit destilliertem Wasser befeuchtet und erst nach zweiwöchentlicher Vegetation am 30. Mai, als die Athmungsintensität bereits bedeutend gesunken war, wurden Nährstofflösungen zugesetzt. Dieser verspätete Nährstoffzusatz hat nirgends mehr eine Steigerung der Athmung zu bewirken vermocht, ihre Wirkung äusserte sich aber in der Verlangsamung des Sinkens der Sauerstoffaufnahme. So waren die Mengen des aufgenommenen Sauerstoffes pro 1 Gr. Samen und eine Stunde in der Zeit vom 26. Mai bis 2. Juni folgende:

Apparat:	Serie *a*				Serie *b*		
	I	II	III		I	II	III
Zeit	O pro 1 Stunde CC	O CC	O CC		O CC	O CC	O CC
26—27 Mai	2·19	2·50	2·49		2·42	2·54	2·50
27—28 „	1·90	2·04	2·09		2·23	2·41	2·16
28—29 „	1·59	1·58	1·75		1·91	2·01	1·72
29—30 „	1·34	1·34	1·46		1·65	1·67	1·43
	15 c. c. Nährlösung zugesetzt	15 c. c. Nährlösung ohne Kali zugesetzt	15 c. c. Wasser zugesetzt		10 c. c. complete Nährlösung zugesetzt	10 c. c. Nährlösung ohne Kali zugesetzt	10 c. c. Wasser zugesetzt
30—31 „	1·25	1·12	1·31		1·65	1·59	1·17
31—1 Juni	1·01	1·00	1·15		1·35	1·28	1·13
1—2 „	0·83	0·85	1·05		1·10	0·97	1·01

Versuch X.

Am 1. Juli hat man 4 grosse Apparate zusammengestellt. Als Substrat diente Baumwolle (2 g. in jedem Apparate). In drei Apparate goss man je 100 c. c. Wasser, in den vierten 100 c. c. vollständiger Nährlösung von der Concentration $\frac{7}{3}$ ‰. Als die Baumwolle vollkommen mit der Flüssigkeit durchtränkt war, nahm man aus jedem Apparate 30 c. c. Wasser resp. Nährlösung zurück, so dass nur 70 c. c. zurückblieben und säte 150 Rettigsamen in jedem Apparate aus. Das Niveau der Flüssigkeit stand nur wenig tiefer als die Oberfläche der Baumwolle, auf welcher die Samen lagen. Am 6. Juli hat man zu jedem Apparate 10 c. c. Wasser resp. Nährlösung zugefügt. Am 7. Juli hat man aus zweien der Apparate mit Wasser 25 c. c. desselben entnommen und dasselbe in dem einen Apparate mit 25 c. c. 0·65% Lösung von Kalisalpeter, in dem anderen mit 25 c. c. 0·79% Lösung von Kalksalpeter ersetzt. Der dritte Apparat mit Wasser ist verunglückt. Der Apparat mit Nährlösung blieb ohne jeden weiteren Zusatz. Die Resultate dieses Versuches sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Siehe Tabelle Seite 172.

Um über die erhaltenen Zahlenresultate eine bessere Übersicht zu erhalten, wurden dieselben durch Curven dargestellt (Tafel I u. II). Auf den Abscissen dieser Curven wurden die Zeiten, auf den Ordinaten die von den Samen pro 1 Stunde aufgenommenen Sauerstoffmengen in c. c. ausgedrückt eingetragen. Die continuirlich gezeichneten Curven beziehen sich bei sämmtlichen Versuchen auf die Pflanzen, denen nur destilliertes Wasser zu Gebote stand, die mit unterbrochenen Linien gezeichneten — auf die Pflanzen, welche eine vollständige Nährlösung, und die punktierten Curven auf diejenigen, welche eine Nährlösung ohne Kali erhalten hatten. Wenn eine continuirliche Curve in eine unterbrochene oder punktierte in ihrem weiteren Verlauf übergeht, so bedeutet das, dass die Pflänzchen sich anfangs in destilliertem Wasser entwickelt haben und der Zusatz der entsprechenden Nährlösung erst an diesem Tage statt fand, von welchem an die Curve anders gezeichnet ist.

Die beiliegenden Curven beziehen sich nicht allein auf die Versuche, deren Zahlenresultate oben angeführt wurden, sondern manche von ihnen beziehen sich auch auf diejenigen Versuche, deren Zahlen in der ausführlichen polnischen Abhandlung zu finden sind.

Die Zeit des Versuchs	Temperatur C°	Apparat I Wasser: 1 Gr. Sam. hat pro 1 Stunde O aufgenommen CC	Apparat I Wasser: 1 Gr. Sam. hat pro 1 Stunde CO_2 ausgeschieden CC	Apparat I Wasser: CO_2 ausgeschieden pro 100 des aufgenommenen O_2	Apparat II Wasser: 1 Gr. Samen hat pro 1 Stunde O aufgenommen CC	Apparat II Wasser: 1 Gr. Samen hat pro 1 Stunde CO_2 ausgeschieden CC	Apparat II Wasser: CO_2 ausgeschieden pro 100 des aufgenommenen O_2	Apparat III Nährstofflösung: 1 Gr. Samen hat pro 1 Stunde O aufgenommen CC	Apparat III Nährstofflösung: 1 Gr. Samen hat pro 1 Stunde CO_2 ausgeschieden CC	Apparat III Nährstofflösung: CO_2 ausgeschieden pro 100 des aufgenommenen O_2
1—2 Juli	22·6—23·4	0·29	0·19	67·1	0·30	0·21	69·1	0·27	0·18	66·9
2—3 „	22·8—23·1	1·42	0·94	65·8	1·59	1·02	64·1	1·49	1·02	68·4
3—4 „	22 —23·1	2·57	1·49	58·1	2·41	1·45	60·4	2·62	1·63	62·3
4—5 „	22·1—22·9	2·08	1·25	60·6	2·10	1·24	59·7	2·02	1·29	64·5
5—6 „	21·7—22·9	2·06	1·20	58·6	1·99	1·17	59·4	2·47	1·38	57·7
6 „		10 c. c. Wasser zugesetzt			10 c. c. Wasser zugesetzt			10 c. c. Nährlösung zugesetzt		
6—7 „	22·3—23·2	1·97	1·22	62·1	1·95	1·19	61·8	2·36	1·44	61·0
		25 c. c. Wasser durch 25 c. c. KNO_3 — Lösung ersetzt			25 c. c. Wasser durch 25 c. c. $Ca(NO_3)_2$ ersetzt			keine Veränderung		
7—8 „	22·3—23·7	2·71	1·69	62·9	2·50	1·52	61·7	1·95	1·27	64·9
8—9 „	21·8—23·6	2·14	1·51	71·6	1·88	1·36	73·0	—	—	—
9—10 „	20·9—22·1	1·58	1·16	73·4	1·57	1·15	73·0	—	—	—

Die römischen Zahlen und lateinischen Buchstaben bei den Curven bezeichnen die Zahl und und Serie des Versuches, welchem die Curven angehören.

Jetzt wollen wir die Resultate, welche sich aus den oben zusammengestellten Zahlen und den beiliegenden Curven ergeben, etwas näher betrachten.

Die Versuche I, VII b und X zeigen die Unterschiede, welche sich in dem Athmungsverlaufe kundgeben, wenn die Keimpflanzen sich von Anfang an einerseits in destilliertem Wasser, anderseits in einer vollständigen Nährlösung entwickeln. Alle diese drei Versuche zeigen in Uebereinstimmung, dass während der ersten Tage nach der Keimung die Anwesenheit der Mineralsalze für die Athmung der Keimpflanzen vollständig gleichgültig ist. Erst in späteren Keimungsstadien überholt die Athmung der mit Mineralsalzen versehenen Pflänzchen diejenige der Pflänzchen, welche sich im reinen Wasser entwickeln. Diese Überholung äusserte sich im Versuche I schon am vierten, im Versuche VII b am sechsten, im Versuche X erst am achten Tage der Keimung und dauerte dann mehrere Tage fort.

Besonders deutlich sind diese Unterschiede aus dem Verlaufe der Curven zu ersehen. So verläuft im Versuche I von 24. Jänner bis 2. Februar die unterbrochene Curve stets weiter fort über der continuirlichen. Charakteristisch ist auch das Steigen der continuirlichen Curve bei ihrem Übergang in die unterbrochene, nachdem am 5. Februar dem Apparate, welcher bis zu dieser Zeit nur Wasser enthielt, Nährlösung zugefügt wurde. Dieselben Verhältnisse zeigen die Curven des Versuches VII b. Vom 26. Juni bis 1. Juli laufen die beiden Curven dicht nebeneinander, indem bald die eine bald die andere höher zu liegen kommt; vom 1. Juli an entfernen sie sich aber von einander, indem die von nun an mit unterbrochener Linie gezeichnete Curve höher als die continuirliche liegt.

Bei den Versuchen II und V waren anfangs beide Apparate nur mit destilliertem Wasser beschickt, der Nährstoffzusatz fand erst eine (Vers. II), resp. 2 Wochen (Vers. V) nach der Aussaat statt. Der Erfolg dieses Zusatzes lies auf sich nicht warten. Er äusserte sich schon am nächsten Tage mit einer deutlichen Steigung sowohl der Säuerstoffaufnahme wie auch der Kohlensäureausscheidung der Pflänzchen, welche die Nährlösung bekommen hatten. Sowohl die Curven des Versuches II, wie die des Versuches V laufen dicht nebeneinander, soweit sie mit einer continuirlichen Linie gezeichnet sind (die Curven des Versuches II liegen sogar bis zum 7. Februar aufeinander), von der Stelle aber an, von welcher eine von ihnen unterbrochen gezeichnet ist, d. h. vom Tage an, an welchem die Pflänzchen, deren Athmung diese Curve ausdrückt, Minerallösung erhalten haben, kommt sie höher zu liegen, und während 4, resp.

7 Tage verläuft sie beständig über der Curve, welche mit ununterbrochener Linie gezeichnet ist.

Ein plötzliches Steigen beider Curven des Versuches V vom 3. Mai an ist dadurch bewirkt worden, dass man an diesem Tage zu beiden Apparaten eine gewisse Menge Glycoselösung zufügte. Dieser Zusatz eines neuen Nährstoffmaterials hat die Athmung der an Reservestoffen erschöpften Pflänzchen aufs neue belebt. Bemerkenswert ist, dass diese Wiederbelebung in dem Apparate mit der Mineralnährlösung eine stärkere war als in dem Apparate mit reinem Wasser. In den Versuchen III, IV, VI a, VI b, VII a, VII c handelte es sich um die Entscheidung, welches von den Nährstoffelementen den grössten Einfluss auf die Beschleunigung der Athmung ausübt. Auch in diesen Versuchen war das Substrat in allen Apparaten anfangs nur mit reinem destillierten Wasser befeuchtet, und die Nährstoffzusätze erfolgten erst später.

Zum Unterschiede von den eben besprochenen Versuchen II und V wurden hier nicht zwei, sondern drei Apparate zusammengestellt. Zwei Apparate wurden behandelt wie bei den Versuchen II und V, der dritte bekam einen Zusatz von Nährstofflösung, aber unter Ausschluss eines der Nährstoffelemente. In den Versuchen III, IV, VI a, VII a erhielt dieser dritte Apparat eine Nährlösung ohne Kali, in den Versuchen VI b und VII c eine Nährlösung ohne Kalk.

Alle diese Versuche haben die eben besprochenen Resultate, betreffend die Wirkung einer vollständigen Nährlösung, vollkommen bestätigt und ausserdem bewiesen, dass eine Nährlösung ohne Kali zwar auch noch einen gewissen Einfluss auf die Athmung ausübt, jedoch bei weitem keinen so grossen als die vollständige Lösung. Daraus folgt, dass dem Kali bei der Beschleunigung der Athmung durch den Nährstoffzusatz eine wichtige Rolle zukommt. Betrachten wir nämlich die Curven der Versuche III, IV, VII a, so sehen wir, dass die unterbrochenen Curven obenauf liegen, die continuirlichen am tiefsten verlaufen und die punktierten (Athmung der Pflänzchen nach dem Zusatze der kalifreien Nährlösung) zwischen den beiden eine mittlere Lage haben. Sehr instructiv ist namentlich der Verlauf der Curven des Versuches IV. So lange alle mit continuirlichen Linien markiert sind (vom 7. bis 14. März, also eine ganze Woche) verlaufen sie dicht nebeneinander, d. h. die Athmung ist in allen drei Apparaten nahezu gleich.

Am 14 März fand der erste Nährstoffzusatz statt. Von hier

an werden also die Curven verschiedenartig markiert. Nun sehen wir, dass während die continuirlich gezeichnete Curve in constantem und ganz regelmässigen Sinken begriffen ist, das Sinken der punktierten Curve verzögert ist und die unterbrochene sogar zunächst steigt, um erst später allmählich zu sinken. Das Steigen der unterbrochenen Curve wiederholt sich nochmals am 18. März, an welchem Tage man abermals etwas Nährstofflösung zusetzte. Der Zusatz von kalifreier Lösung hat auch jetzt nur eine neue Verzögerung des Sinkens, aber kein Steigen der punktierten Curve verursacht. Endlich hat ein Zusatz der vollständigen Lösung zur kalifreien, welcher am 22. März vorgenommen wurde, ein wenn auch kleines Steigen der zuvor punktierten und jetzt unterbrochenen Curve bewirkt.

In den Versuchsserien VI a und VI b hat man den Zusatz der Nährlösungen erst sehr spät vorgenommen zur Zeit, als die Athmungsintensität infolge der Erschöpfung des Athmungsmaterials schon sehr stark gesunken war. Nun vermochten die Zusätze die Athmung nicht mehr zu beschleunigen. Der Zusatz der vollständigen Nährlösung vermochte aber eine kurzdauernde Verzögerung des Sinkens der Athmung zu bewirken, wie aus dem Verlaufe des mit einer unterbrochenen Linie gezeichneten Theils der entsprechenden Curven der Versuche VI a und VI b zu ersehen ist.

Eine Nährlösung ohne Kali vermochte auch dies nicht zu thun. Der punktierte Theil einer der Curven des Versuches VI a zeigt keine Ablenkung von ihrer früheren Richtung. Dagegen zeigt bei dem Versuche VI b der mit Kreuzchen (+ + +) markierte Theil einer der Curven eine nahezu ganz gleiche Ablenkung von ihrer früheren Richtung wie der unterbrochene Theil der anderen. Der mit Kreuzchen markierte Theil der Curve bezieht sich aber auf die Athmung der Keimpflanzen nach dem Zusatze der Nährlösung ohne Kalk, woraus zu schliessen wäre, dass eine kalkfreie Nährlösung auf die Athmung der Rettigkeimpflanzen nahezu ebenso stark wirkt, wie die vollständige, das heisst, dass der Kalk auf die Athmung dieser Keimpflanzen keinen nennenswerten Einfluss ausübt.

Im Versuch X hat man am 7. Tage des Versuches von 2 Apparaten je 25 c. c. Wasser entnommen und dasselbe in einem Apparate durch 25 c. c. einer 0.65% Lösung von Kalisalpeter, in dem zweiten durch 25 c. c. einer 0.79% Lösung von Kalksalpeter ersetzt. Der Erfolg war der, dass am nächsten Tage in diesen beiden Apparaten die Athmung bedeutend gestiegen ist, und zwar in dem Appa-

rate mit Kalisalpeter mehr, als in dem mit Kalksalpeter. Da nun im Versuche VI b eine kalkfreie Nährlösung auf die Athmung nahezu ebenso gewirkt hat wie eine vollständige, so ist es unwahrscheinlich, dass die athmungsbeschleunigende Wirkung des salpetersauren Kalkes dem Kalke zuzuschreiben wäre; viel wahrscheinlicher ist es, dass sie auf die Wirkung der Salpetersäure bezogen werden muss. Dass der Kalisalpeter stärker gewirkt hat, als der Kalksalpeter ist nach dem, was wir über die Wirkung des Kali kennen gelernt haben, leicht verständlich.

Dass die salpetersauren Salze im Versuche X die Athmung der Pflanzen verstärkt haben, darf nicht befremden, da ja schon Kellner und Jacobi ähnliches wie wir an anderen Objecten beobachtet haben.

Der Einfluss von Mineralsalzen auf die Lebensvorgänge der Rettigkeimpflanzen äusserte sich nicht nur durch die verstärkte Athmung sondern auch durch den veränderten Habitus der Keimpflanzen selbst. In einer vollständigen Nährlösung erlangten die Pflänzchen eine viel grössere Höhe als im destillierten Wasser. Auch der Zusatz von Kalisalpeter allein reichte schon hin, um das Wachsthum der Pflänzchen zu verstärken. Der Zusatz von Kalksalpeter (Versuch X) allein hat dagegen diese Wirkung nicht gehabt. Die hypocotylen Glieder blieben hier halb so lang als in den Apparaten mit vollständiger Nährlösung oder mit Kalisalpeter, nur waren sie dafür etwas dicker.

Fassen wir die Resultate, zu welchen wir in Bezug auf die Wirkung der Mineralsalze auf die Athmung gelangt sind, kurz zusammen, so kommen wir zu folgenden Schlüssen:

1. In den ersten Keimungstagen ist die Anwesenheit der Mineralsalze im Substrate für die Athmung der Keimpflanzen vollständig gleichgültig.

2. Nachdem das Maximum der grossen Athmungsperiode überschritten ist, übt die Zuführung der Mineralstoffe auf die Athmung der Keimpflanzen des Rettigs einen deutlichen, beschleunigenden Einflus aus, und zwar vergrössert sich ebenso stark die Aufnahme des Sauerstoffes als auch die Ausscheidung der Kohlensäure, so dass das Verhältnis $\frac{CO_2}{O_2}$ unverändert bleibt.

3. Falls die Zuführung der Mineralsalze erst dann eintritt, wenn die Athmung infolge der Erschöpfung der Reservestoffe schon bedeu-

tend gesunken ist, vermögen die Nährsalze die Athmung nicht mehr zu beschleunigen, sie verlangsamen aber noch ihr weiteres Sinken.

4. Bei der beschleunigenden Wirkung der Nährsalze auf die Athmung kommen hauptsächlich Kali und Salpetersäure in Betracht, die anderen Nährstoffelemente scheinen nur eine untergeordnete Rolle dabei zu spielen.

5. Durch den Einfluss der Mineralsalze wird nicht nur die Athmung sondern auch das Wachsthum der Keimpflanzen und namentlich ihrer hypocotylen Glieder beschleunigt. Auch hier ist Kali in erster Linie das wirksame Element.

—

Im Laufe der vorliegenden Untersuchungen traten noch manche Erscheinungen zu Tage, welche sowohl in methodischer wie auch in sachlicher Hinsicht nicht ohne Interesse sind. Es mag hier auf dieselben kurz eingegangen werden. In allen Versuchen, wo man die Nährstofflösungen erst im Laufe des Versuches zuführte, hat man immer gleichzeitig auch zu den Apparaten, welche keine Nährsalze erhalten sollten, eine gleiche Menge destillierten Wassers zugesetzt. Es handelte sich bei diesem Verfahren um die gleichmässige Behandlung paralleler Versuche. In den meisten Fällen hat dieser Wasserzusatz keinen Einfluss auf den Verlauf der Athmung gehabt, in einzelnen bewirkte er jedoch auch eine gewisse Steigerung der Athmungsintensität oder wenigstens eine Ablenkung der Athmungscurve von ihrer früheren Richtung. Das sehen wir an den Curven der Versuche I und VII a. Im Versuche I erfolgte die Zugabe der Nährlösungen resp. des Wassers am 26. und am 31. März. Gerade an diesen Tagen sehen wir nicht nur die unterbrochene sondern auch die continuirliche Curve von ihrer früheren Richtung sich nach oben ablenken. Am 26. Mai ist diese Ablenkung bei beiden Curven gleich stark, am 31. ist sie bei der unterbrochenen bedeutend stärker als bei der continuirlichen. Dasselbe sehen wir an den Curven des Versuches VII a. Hier setzte man zu den Apparaten Nährstofflösungen resp. Wasser am 2. Februar hinzu, und eben an diesem Tage sehen wir wieder sämmtliche drei Curven steigen. Das Steigen der continuirlichen Curve kann nur auf den Zusatz des Wassers zum Apparate bezogen werden.

Sehr deutlich äusserte sich dieselbe Erscheinung im Versuche VII c, bei welchem drei grosse Apparate mit je 150 Rettigkeimlingen eine Woche lang nur reines Wasser enthielten. Als man

dann (am 2. Juli) zu einem Apparate 30 c. c. kalkfreie, zum zweiten kalifreie Nährstofflösung und zu dem dritten ebensoviel Wasser zusetzte, trat überall eine sehr starke Beschleunigung der Athmung ein, und zwar durch die kalkfreie Lösung von 1.21 c. c. des aufgenommenen Sauerstoffes (pro 1 g und 1 Stunde) auf 2.71 c. c., also um 124%, durch die kalifreie von 1.25 auf 2.44 c. c., also um 95%, und durch reines Wasser von 1.34 c. c. auf 2.28 c. c., also um 70%.

Es mag sein, dass bei dieser ganz ausserordentlichen Beschleunigung der Athmung der Umstand die Hauptrolle spielte, dass die zugesetzten Flüssigkeiten die Sandkruste, durch welche die Keimpflanzen noch theilweise bedeckt waren, abgespühlt haben, wodurch der Luftzutritt zu den Pflänzchen erleichert wurde, doch ist kaum zu zweifeln, dass auch die reichere Durchfeuchtung des Substrates dabei mitgewirkt hat.

Um den Einfluss der Wassermenge im Substrate auf die Athmung der Keimpflanzen etwas näher kennen zu lernen, wurden die Versuche VIII und IX angestellt. Im Folgenden wird ausführlicher nur der Versuch VIII zur Sprache kommen.

Versuch VIII.

In zwei grossen Apparaten (903 und 948 c. c.) wurden am 24. Mai je 100 Rettigsamen ausgesät. Als Substrat diente Baumwolle (2.9 g.). Dieses Substrat war in jedem Apparate mit 30 c. c. Wasser befeuchtet. Von Zeit zur Zeit hat man zu jedem Apparate je 5 c. c. Wasser zugesetzt. Die täglichen Ablesungen dauerten vom 27. Mai bis 6. Juni. Ihre Resultate sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Siehe Tabelle Seite 179.

Aus dieser Tabelle ist zu ersehen, dass in den ersten Tagen im Apparate II die Athmung stärker war als im I. Dieses Verhältnis hat sich aber am 29—30. Mai scheinbar ohne jede Ursache umgekehrt. Nun hat es sich aber herausgestellt, dass der Grund dieser Änderung darin lag, dass infolge der etwas schiefen Stellung des Versuchstisches und der nach oben schwach convexen Form des Bodens des Apparates I das Wasser sich an einer Seite dieses Apparates gesammelt hat, so dass die Baumwolle an der anderen Seite des Apparates dadurch trockener wurde. Bei der Zusammenstellung dieses Apparates am 29. Mai hat man denselben um 180°

Die Zeit des Versuches	Temperatur C°	Apparat I: 1 Gr. Samen hat in 1 Stunde O aufgenom.	Apparat I: 1 Gr. Samen hat in 1 Stunde CO_2 ausgesch.	Apparat I: CO_2 ausgeschieden pro 100 des aufgenommenen O_2	Apparat II: 1 Gr. Samen hat pro 1 Stunde O aufgenom.	Apparat II: 1 Gr. Samen hat pro 1 Stunde CO_2 ausgesch.	Apparat II: CO_2 ausgeschieden pro 100 des aufgenommenen O_2
26—27 Mai	20·4—21·2	1·72	0·99	57·4	1·75	1·01	58·0
27—28 „	21·2—21·8	1·94	1·15	59·4	2·07	1·23	59·3
28—29 „	21·7—21·9	1·81	1·11	61·3	2·01	1·24	61·7
29—30 „	21·9—22·6	2·75	1·52	55·4	1·75	1·14	65·0
	5 c. c. Wasser zugesetzt				5 c. c. Wasser zugesetzt		
30—31 „	22·5—23·3	2·52	1·57	62·1	2·46	1·42	57·6
	5 c. c. Wasser zugesetzt				5 c. c. Wasser zugesetzt		
31—1 Juni	22·9—24·0	2·16	1·47	68·4	2·48	1·63	65·9
1—2 „	23·4—24·5	2·13	1·47	68·4	2·40	1·63	68·0
2—3 „	24·4—25·1	1·90	1·40	73·3	1·87	1·42	75·6
	5 c. c. Wasser zugesetzt				5 c. c. Wasser zugesetzt		
3—4 „	24·4—25·4	1·92	1·44	75·3	2·13	1·52	71·5
4—5 „	25·2—25·4	1·73	1·30	76·3	1·78	1·34	75·6
5—6 „	25·4—23·4	1·60	1·26	79·1	1·59	1·22	76·6

gedreht, wodurch sich jetzt das Wasser an der gegenüberliegenden Seite des Apparates sammelte. Infolge dessen wurde die zuvor zu wenig feuchte Baumwolle an dieser Seite des Apparates jetzt

durchnässt. Der Erfolg war der, dass die Athmung der Pflänzchen im Apparate stark gestiegen ist. Dasselbe fand im Apparate II statt, als man am 30. Mai 5 c. c. Wasser zugesetzt hatte. Weitere Zusätze von Wasser haben in beiden Apparaten kaum mehr gewirkt. Auch im Versuche IX hat sich wieder das Resultat ergeben, dass bei mässig durchfeuchtetem Substrate ein Zusatz von Wasser eine Beschleunigung der Athmung zur Folge hat.

Diese Resultate zeigen also, dass die Feuchtigkeit des Substrates auch in einem mit Wasserdampf gesättigten Raume einen bedeutenden Einfluss auf die Athmung der Keimpflanzen ausübt. Dieser Einfluss darf mit grosser Wahrscheinlichkeit auf die Verstärkung des Wurzeldruckes der Pflänzchen bezogen werden, so dass der Schluss nicht zu gewagt ist, dass die Athmung der Pflanzen in namhafter Weise von ihrem Wurzeldrucke beeinflusst wird.

Es ist nicht ohne Interesse, dass die verstärkte Wasserzufuhr die Sauerstoffaufnahme mehr beeinflusst als die Ausscheidung der Kohlensäure, so dass das Verhältnis $\frac{CO_2}{O_2}$ durch diesen Einfluss vermindert wird. Hier steht also die Sache anders als mit dem Einflusse der Mineralsalze, welcher nur die Athmung beschleunigt, ohne das Verhältnis $\frac{CO_2}{O_2}$ zu verändern. Die Erklärung dieser Abänderung des Verhältnisses $\frac{CO_2}{O_2}$ durch Wasserzufuhr ist mit grosser Wahrscheinlichkeit darin zu suchen, dass bei ungenügender Durchfeuchtung des Substrates einzelne Keimpflanzen, welche wegen ihrer höheren Lage weniger Wasser erhalten in der Entwickelung zurückbleiben und deshalb auch nur schwach athmen. Wenn nun Wasser zugeführt wird, fangen diese Pflänzchen an, ihre Entwickelung nachzuhohlen und auch stärker zu athmen, wodurch die vergrösserte Intensität der Gesammtathmung im Apparate verschändlich wird. Findet nun die Wasserzufuhr erst zu einer Zeit statt, wenn die meisten Pflänzchen schon in das Entwickelungsstadium eingetreten sind, in welchem das Verhältnis $\frac{CO_2}{O_2}$ sich der Einheit zu nähern beginnt, so muss die verstärkte Athmung der in der Entwickelung zurückgehaltenen Pflänzchen, welche bedeutend mehr Sauerstoff aufnehmen als sie Kohlensäure ausscheiden, eine

Veränderung des Verhältnisses $\frac{CO_2}{O_2}$, und zwar seine Verkleinerung bewirken.

Als Gesammtergebnis dieser Versuche darf der Satz ausgesprochen werden:

Auch in einem dampfgesättigten Raume ist der Grad der Durchfeuchtung des Substrates, auf welchem sich die Pflanzen entwickeln, von grossem Einflusse auf die Athmung derselben, so dass man schliessen darf, dass die Verstärkung des Wurzeldruckes die Athmung der Pflanze zu beschleunigen im Stande ist.

Endlich möge noch bemerkt werden, dass die Resultate Godlewski's, nach welchen das Verhältnis $\frac{CO_2}{O_2}$ während der Entwickelung der Keimpflanzen des Rettigs zunächst immer kleiner wird, etwa am dritten oder vierten Tage das Minimum von 0.56—0.62 erreicht, auf dieser Höhe eine Zeit lang constant bleibt, um sich dann der Einheit immer mehr zu nähern, durch die vorliegenden Versuche eine vollkommene Bestätigung erfahren haben.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden im agriculturchemischen Laboratorium der Universität in Krakau ausgeführt.

---

22. M. L. BRUNER. **O mechanizmie katalitycznego działania jodu na bromowanie.** ***(Über den Mechanismus der katalytischen Jod-Wirkung bei der Bromsubstitution).*** (Dynamische Untersuchungen etc. III Th.). *(Sur le mécanisme de l'action catalytique de l'iode dans la bromuration du benzène).* (Etudes dynamiques etc., III Mém.). Mémoire présenté par M. E. Bandrowski m. c.

Einleitung.

In seiner ersten Abhandlung [1]) hat der Verfasser versucht die verschiedenen Bromüberträger nach ihrer dynamisch gemessenen katalytischen Wirksamkeit streng miteinander zu vergleichen

[1]) Bulletin de l'Académie de Cracovie. Classe des sciences mathématiques et naturelles. Janvier 1901. Etudes dynamiques sur la bromuration etc.

und dabei bei der Jod-Katalyse zwei interessante Thatsachen bereits constatiert: 1) dass die Reaction auch in Reactionsgemischen von 10 Mol. C_6H_6 auf 1 Mol. Br_2 sich nach dem bimolekularen Typus vollzieht, 2) dass dieselbe sich dem Gesetze nur bis zu einer Grenze streng fügt, die von der Concentration des angewandten Jods abhängig ist, und von wo ab die Konstanten eine aufs deutlichste ausgeprägte Abnahme erleiden. Diese erste Regelmässigkeit habe ich in dem Satze formell ausgesprochen, dass sich die überschüssige Benzolmenge als Lösungsmittel verhält, das an der Reaction scheinbar nicht betheiligt ist. Einer Erklärung für dieses sonderbare Verhalten habe ich damals in der andere Ziele verfolgenden Untersuchung nicht nachgespürt.

In der vorliegenden Arbeit soll die Jod-Katalyse bei der Bromierung näher erörtert werden, um über den Mechanismus der Bromsubstitution in Jod-Gegenwart Aufschluss zu erhalten; es mussten daher folgende Fragen in Betracht gezogen werden: 1) behält die Reaction auch in Reactionsgemischen, die verdünnter sind als 1 Mol. Br_2 auf 10 Mol. C_6H_6, ihren bimolekularen Typus, 2) wie ändert sich die Reactionsgeschwindigkeit mit der Brom-Concentration bei gleicher Jod-Menge, 3) wie wird die Grenze, bei der die Reaction ganz ausserordentlich verlangsamt wird, mit wechselnder Jod-Concentration verschoben?

Versuchsmethode. Die Versuchsmethode, die ich bei meinen früheren Untersuchungen über die Bromierung angewandt habe, hat auch hier keine Aenderungen erfahren. Das in Glaskügelchen abgewogene Brom wurde in grosse Probierröhren gebracht und mit der berechneten und volumetrisch abgemessenen Menge benzolischer Jod-bw. Bromjod-Lösungen versetzt. Die zugeschmolzenen Probierröhren, in deren Innerem die Bromkügelchen durch Stossen zersprengt worden sind, wurden in einen Ostwald'schen Thermostat, dessen Temperatur gleich 25° (Normalthermometer) war, gebracht. Nach passenden Zeitintervallen ist der Inhalt der Probierröhren analysiert worden in der Weise, dass die Probierröhren vorsichtig von der Flamme abgeschmolzen und in concentrierte KI-Lösung entleert worden sind. Das ausgeschiedene Jod ist mit überschüssigem $Na_2S_2O_3$ versetzt und mit $^1/_{10}$ norm. Jod rücktitriert worden.

Versuchsresultate.

In sämmtlichen untenstehenden Tabellen bedeuten: t — die Zeit in Tagen, a — die abgewogene Brommenge in Grammen, x — die in die Reaction eingetretene Brommenge, $x\%$ — x in Procenten ausgedrückt, K_1 — den Geschwindigkeitscoefficienten nach der monomolekularen Gleichung $K = \frac{1}{t} \ln \frac{A}{A-x}$, multipliciert mit dem Modulus der dekadischen Logarithmen, also $K_1 = \frac{1}{t} \log. \frac{A}{A-x}$, K_2 — den Geschwindigkeitscoefficienten nach der bimolekularen Gleichung für aequivalente Stoffmengen $K_1 = \frac{1}{t} \frac{x}{(A-x).A}$. A ist überall gleich 1 gesetzt worden. Die angewandte Jodmenge ist in allen Tabellen verzeichnet. Bei der Berechnung der Resultate ist sie natürlicherweise in Abzug gebracht worden.

Einfluss der Bromconcentration. Ohne Gegenwart von Jod lässt sich die Bromierung bei den Verdünnungen, die hier in Betracht kommen, wegen des allzu langsamen Verlaufes überhaupt nicht studieren. Die Anwesenheit eines Katalysators, dessen Concentration während der Reaction unveränderlich ist, kann jedoch, wie bekannt, auf den Typus der Reaction keinen Einfluss haben[1]).

Tabelle I.

Katalysator Jod.; pro 1 gr. Br. — 0·300 gr. I. = 30% Jod.

A.

$Br_2 + 10\ C_6H_6$.

pro 1 gr. Br — 5·52 cm³ C_6H_6

t	a	x	$x\%$	K_1	K_2
$^1/_{12}$	1·121	0·503	44·9	3·3	9·75
$^1/_8$	1·282	0·684	53·4	2·7	9·20
$^1/_6$	1·101	0·666	60·5	2·4	9·06
$^1/_4$	1·181	0·840	71·1	2·1	9·69
					9·42
$^3/_4$	1·018	0·819	80·45		[5·47]
1	1·870	1·526	81·6		
2	0·945	0·795	84·1		
$^{23}/_8$	0·868	0·732	84·3		
7	2·186	1·880	86·0		[0·88]

[1]) Ostwald, Lehrbuch der allgem. Ch. II, II. 262

B.

$Br_2 + 15\ C_6H_6$

pro 1 gr. Br. — 8,28 cm³ C_6H_6

t	a	x	x%	K_1	K_2
$^1/_4$	0·990	0·384	38·8	0·856	2·54
$^3/_8$	0·788	0·389	49·5	0·792	2·61
$^5/_8$	0·960	0·601	62·6	0·673	2·68
$^3/_4$	0·756	0·507	67·1	0·643	2·72
1	1·735	1·287	74·2	0·587	2·85
					2·68
$^{25}/_{12}$	0·615	0·500	81·3		[2·09]
3	1·856	1·525	82·16		[1·5]

C.

$Br_2 + 20\ C_6H_6$

pro 1 gr. Br. — 11,04 cm³ C_6H_6

$^3/_4$	1·099	0·489	44·45	0·341	1·07
1	1·201	0·624	51·9	0·318	1·08
2	1·004	0·725	72·2	0·278	1·29
$^{19}/_6$	1·289	0·990	76·7	0·200	1·04
4	0·821	0·657	80·0	0·152	1·00
					1·09
5	1·036	0·841	81·27		[0·87]
6	1·152	0·940	81·6		
10	1·181	0·979	82·9		
32	1·626	1·386	85·3		

D.

$Br_2 + 25\ C_6H_6$

pro 1 gr. Br. — 13·80 cm³ C_6H_6

1	0·505	0·169	33·5	0·177	0·504 (?)
2	1·611	0·844	52·4	0·161	0·550
3	0·756	0·465	61·5	0·138	0·533
4	0·642	0·448	69·8	0·130	0·578
5	1·306	0·964	73·85	0·116	0·565
6	1·531	1·167	76·2	0·104	0·533
7	1·177	0·927	78·8	0·096	0·531
					0·542
10	1·304	1·052	80·7		[0·417]
15	1·441	1·229	83·3		

Aus der Tabelle geht unzweifelhaft hervor, dass auch in der grössten angewandten Verdünnung die Reaction sich ausgezeichnet dem bimolekularen Typus anschliesst. Während die K_1-Werte bis zu der Hälfte des anfänglichen Wertes sinken, sind die K_2-Werte nur geringen Schwankungen unterworfen. Die Reaction bleibt ja bei ca. 80·5% des umgesetzten Broms stehen: nach Erreichung dieser Grenze sinkt die Bromierungsgeschwindigkeit ganz ausserordentlich. Die Grenze des bimolekularen Verlaufes der Reaction ist von der Concentration des Broms unabhängig: in sämmtlichen Versuchen mit 10, 15, 20, 25 Mol. C_6H_6 hat sie denselben Wert von 80·5%. Vergleicht man das Resultat mit dem in der ersten Abhandlung gefundenen [1]), wo bei 28·1% Jod die Grenze an 81·4% umgesetzten Broms gelegen war, bei 21·07% Jod dagegen – an 86·0%, und endlich bei 16% Jod auch für die Umsetzung von 92% Brom kein Sinken der Konstante bemerkbar war, so kann man mit Recht folgern, dass das Eintreten der Grenze der Reaction von der Jodmenge abhängig ist. Dass der Stillstand der Reaction nicht durch etwaige reductive Wirkung des HBr auf den gebildeten C_6H_5Br in den angegeben Versuchsbedingungen [2]) verursacht werden kann, ist schon daraus ersichtlich, dass die Reaction, wie oben angegeben und wie noch weitere Beispiele zeigen werden, bei verschiedenen Concentrationen des gebildeten HBr zum Stillstehen kommt, was bei verzögernder Wirkung des Bromwasserstoffs nicht der Fall sein könnte. Dass sich während der Reaction kein Jodwasserstoff bildet, der dann reductiv auf C_6H_5Br einwirken könnte, ist experimentell direct nachgewiesen worden.

Einfluss der Jodconcentration auf die Grenze der Reaction. Ist das Eintreten der Grenze nur durch die Jodconcentration bedingt, so ist zu vermuthen, dass mit wachsender Jodconcentration zwar auch die Geschwindigkeitskonstante steigern wird, der Stillstand der Reaction jedoch schon bei geringerem procentischen Bromumsatz erreicht wird. Das Experiment hat dies in vollem Masse bestätigt. Die Versuche wurden jetzt in einem Reactionsgemische von 40 Mol. C_6H_6 auf 1 Mol. Br_2 ausge-

[1]) Bulletin de l'Académie de Cracovie l. c. p. 40.

[2]) In den Versuchen mit 20 und 25 Mol. C_6H_6 bleibt HBr zum grösstem Theil in Reactionsgemische gelöst: in den Röhren ist nur ein unbedeutender Druck vorhanden.

führt, da bei den schliesslich sehr bedeutenden Jodconcentrationen dieselben in einer geringeren Menge C_6H_6 sich nicht lösen würden. Die angewandten Jodconcentrationen sind so gewählt worden, dass sie einfache Bruchtheile der für die Formel IBr nöthigen Mengen ausmachten. Die Ursache dieser Wahl wird später angegeben.

Tabelle II.

$Br_2 + 40\ C_6H_6$; pro 1 gr. Br. — 22·08 cm³ C_6H_6

A.

pro 1 gr. Br. — 0·3965 gr. Jod (39·65%) = Br + 0·250 I

t	a	x gr.	x%	K_1	K_2
1	0·692	0·130	18·6	0·089	0·227
$^3/_{24}$	0·644	0·220	34·1	0·082	0·234
$^{25}/_2$	1·088	0·472	43·4	0·079	0·245
4	1·389	0·717	51·6	0·079	0·267
5	1·245	0·698	56·1	0·071	0·255
6	1·443	0·882	61·1	0·068	0·261
8	1·139	0·754	66·1	0·059	0·244
11	1·362	0·990	72·5	0·051	0·244
					0·247
18	1·539	1·162	75·5		[0·171]
23	1·084	0·825	75·9		[0·137]

B.

pro 1 gr. Br. — 0·5947 gr. Jod (59·47%) = Br + 0·375 I

$^{31}/_{48}$	0·708	0·194	27·4	0·22	0·583
1	0·941	0·343	36·4	0·20	0·572
$^{75}/_{48}$	0·933	0·428	45·9	0·17	0·544
2	0·648	0·331	50·1	0·15	0·501
$^5/_{12}$	0·935	0·476	50·9	0·14	0·501
					0·540
3	0·965	0·543	56·1		[0·42]
7	0·821	0·519	63·2		[0·245]
12	1·076	0·716	66·5		[0·166]

C.

pro 1 gr. Br. — 0·793 gr. Jod (79·3%) = Br + 0·500 I

t	a	x gr.	x%	K_1	K_2
$^7/_{48}$	0·693	0·091	12·9	4·1	1·00
$^1/_6$	0·788	0·108	13·8	3·9	0·96
$^{23}/_{96}$	0·811	0·159	19·9	4·0	1·01
$^{15}/_{48}$	1·240	0·288	23·2	3·7	0·96
$^{13}/_{24}$	0·975	0·321	32·9	3·2	0·90
$^{33}/_{48}$	0·791	0·305	38·55	3·1	0·94
					0·96
1	1·098	0·493	44·6		[0·800]
$^5/_4$	1·125	0·524	46·6		[0·700]
2	0·659	0·335	50·8		[0·515]
4	1·067	0·583	54·7		[0·30]

D.

pro 1 gr. Br. — 1·189 gr. Jod (118·9%) = Br + 0·750 I

$^5/_{24}$	1·008	0·167	16·5	[0·95]
$^1/_3$	0·824	0·180	21·8	[0·83]
$^{29}/_{48}$	0·638	0·162	25·4	[0·55]
$^{35}/_{48}$	0·908	0·255	28·2	[0·54]
$^9/_8$	0·888	0·269	30·1	[0·38]
$^7/_4$	0·892	0·302	33·8	[0·30]
$^{23}/_{12}$	0·730	0·271	37·1	[0·31]
3	1·055	0·405	38·5	[0·21]
6	0·910	0·406	44·6	[0·13]
11	0·855	0·437	51·1	[0·09]

E.

pro 1 gr. Br. — 1·586 gr. Jod (158·6%) = Br + I

$^1/_4$	0·863	0·079	9·15	[0·43]
$^9/_{24}$	0·886	0·128	14·4	[0·45]
1	1·292	0·218	16·9	[0·20]
2	0·798	0·182	21·5	[0·14]
$^{37}/_{12}$	0·946	0·226	23·9	[0·10]
4	1·477	0·410	28·0	[0·10]
$^{20}/_3$	0·913	0·327	35·8	[0·08]
9	0·670	0·254	37·9	[0·07]
18	1·146	0·544	47·5	[0·05]
52	1·289	0·698	54·1	[0·02]

Aus der Tabelle II ist zu ersehen, dass im Einklang mit dem früher[1]) gefundenen Resultat die Geschwindigkeitskonstanten viel schneller wachsen als die Katalysatorconcentrationen. In der Tabelle III ist unter I — das Verhältnis der Jodconcentrationen, unter II — das Verhältnis der entsprechenden Geschwindigkeitskoefficienten, unter α — das Verhältnis beider Reihen angegeben. Der Rechnung ist die kleinste Jodconcentration zu Grunde gelegt. Wie früher haben die Zahlen sub α einen aufsteigenden Gang:

Tabelle III.

I ($^{J}/_{J_0}$)	II ($^{K}/_{K_0}$)	α
$\frac{0{\cdot}375}{0{\cdot}25} = 1{\cdot}5$	$\frac{0{\cdot}540}{0{\cdot}540} = 2{\cdot}18$	1·45
$\frac{0{\cdot}50}{0{\cdot}25} = 2{\cdot}0$	$\frac{0{\cdot}96}{0{\cdot}247} = 3{\cdot}89$	1·94

Je grösser die angewandte Jodconcentration, desto früher tritt die Verlangsamung der Reaction ein. Für die Serien **E** mit 158.6% und **D** mit 118.9% Jod lassen sich überhaupt keine Konstanten K_2-Werte erzielen. Die Geschwindigkeitsabnahme macht sich über das ganze Intervall der Reaction von Anfang an geltend. Die Bestimmung der Grenze kann nur ungefähr erfolgen, weil ja die Reaction bei dieser nicht vollkommen aufhört, sondern eine bedeutende Abnahme erleidet. Je grösser die Jodconcentration, desto undeutlicher wird die Abnahme. Wird aus den nächsten K_2-Werten der wahrscheinlichste Grenzwert interpoliert, so erhalten wir:

Tabelle IV.

% des angewandten Jod	% des nicht umgesetzten Brom	Verhältnis der Brom- und Jodconcentrationen
79·3 (Tab. II)	60	0·75
59·5 (Tab. II)	47	0·78
39·65 (Tab. II)	26	0·65
30·0 (Tab. I)	19·5	0·66
25·2 [2])	17·0	0·68
21·1 [3])	14·0	0·66

[1]) Etudes dynamiques etc. l. c. p. 34.

[2]) s. Tabelle V, weiter unten.

[3]) Etudes dynamiques l. c. p. 40.

während das theoretische Verhältnis von Br : I für die Molekularformel Br I = 0·632 ist. Wir erhalten somit das interessante Resultat, worauf ich schon in meiner ersten Arbeit, jedoch auf viel kleinerem Material fussend, aufmerksam gemacht habe, dass die Bromierungsgeschwindigkeit zu sinken beginnt, wenn die zurückgebliebene Brommenge gerade für die Bildung des Bromjod aus der gesammten Jodmenge ausreicht. Der geringe Überschuss an Brom (in den präcisesten Versuchen 0·66 bis 0·68 statt 0·63) ist wohl theilweise auf Versuchsfehler in der Bestimmung der Grenze der Reaction, theilweise auf den für die Zurückdrängung der Dissociation des Bromjod nothwendigen Bromüberschusses zurückzuführen. Jedenfalls ist aus den Versuchen mit Sicherheit zu folgern, dass das Bromjod nur in ganz geringem Grade in Lösungen dissociert ist — ein Ergebnis, das mit den Resultaten der Untersuchungen von Stortenbeker über die Dissociationsverhältnisse der analogen Chlorjodverbindung im besten Einklang steht [1]). Es ist also nur das über die für BrI-Bildung nöthige Menge überschüssige Brom, das bromierend gemäss der bimolekularen Formel auf das Benzol einwirkt.

Bromjod als Katalysator. Ist dies der Fall, so muss Bromjod als Katalysator angewandt in der Weise seine Wirkung offenbaren, dass nur das überschüssige in Kügelchen abgewogene Brom nach der bimolekularen Gleichung für die Bromierung verbraucht wird. Tabelle V. giebt über die entsprechenden Versuche Auskunft. Das Bromjod wurde nach Bornemann [2]) dargestellt. Es wurde in Wägegläschen genau abgewogen, in passendem Volum abgekühlten Benzols gelöst und sofort in die Probierröhren gebracht. Für jeden Versuch wurde die Bromjodlösung unmittelbar vor dem Einbringen derselben bereitet, um einer Einwirkung auf C_6H_6 vorzubeugen.

In der Tabelle ist unter x% das umgesetzte Brom in Procenten des zugesetzten Broms ausgedrückt, unter x_2% — dagegen in

[1]) Zeitsch. Phys. Chemie 3, 11; 10, 184. Die Löslichkeit des BrI im Wasser, das ja ein stark dissocierendes Lösungsmittel ist, spricht ja auch für seine Beständigkeit in Lösungen. Die Frage kann nicht durch Molekulargewichtsbestimmung entschieden werden. Eine Löslichkeits — ev. spectroskopische Untersuchung wäre von Interesse.

[2]) Lieb. Ann. 189, 183.

Procenten der gesammten anwesenden Brommenge (als Br und BrI); ebenso beziehen sich die Konstanten K auf die x—Werte. die Konstanten K_2 auf die x_2—Werte.

Tabelle V.

A.

$Br_2 + 15\ C_6H_6$ (pro 1 gr. Br — 8·28 cm.³ C_6H_6). Katalysator BrI = 30% des abgewogenen Brom. (Concentration des gesammten Br. = $Br_2 + 12{,}6\ C_6H_6$; Jod — 25·2%).

t	a	x	x%	x_2%	K	K_2
$^1/_6$	0·801	0·326	40·7	34·2	4·1	3·11
$^{13}/_{48}$	0·958	0·517	53·9	45·4	4·3	3·07
$^9/_{24}$	0·962	0·604	62·9	52·9	4·5	3·00
1	1·000	0·900	90·0	75·6	9·0	3·10
						3·08
$^{49}/_{24}$	1·052	1·043	99·1	83·3	50	[2·45]
5	0·753	0·778	103·3%	86·9		[1·33]

B.

$Br_2 + 25\ C_6H_6$ (pro 1 gr. Br — 13·8 cm.³ C_6H_6). Katalysator BrI = 30% des abgewogenen Brom. (Concentration des gesammten Br. = $Br_2 + 21\ C_6H_6$; Jod = 25·2%).

$^{17}/_{24}$	0·803	0·279	34·8	29·2	0·75	0·582 (?)
1	1·067	0·497	46·6	39·2	0·87	0·645
$^{23}/_{12}$	0·829	0·529	63·6	53·5	0·92	0·600
3	0·585	0·454	77·6	65·2	1·15	0·626
$^{19}/_4$	0·899	0·814	90·5	76·0	2·01	0·665
6	0·997	0·943	94·7	79·6	3·0	0·648
						0·627
$^{29}/_3$	1·109	1.100	99.2	83·3	13·0	[0·50]

C.

$Br_2 + 30\ C_6H_6$ (pro 1 gr. Br — 16·56 cm.³ C_6H_6). Katalysator BrI = 30% des abgewogenen Brom. (Concentration des gesammten Br = $Br_2 + 25.2\ C_6H_6$; Jod = 25·2%).

t	a	x	x%	x_2%	K	K_2
$^{83}/_{48}$	0·735	0·326	44·4	37·3	0·46	0·344
$^{25}/_{12}$	1·095	0·583	53·1	44·6	0·54	0·387
$^{8}/_{3}$	0·938	0·558	59·4	49·9	0·55	0·374
3	0·798	0·509	63·7	53·5	0·59	0·384
$^{31}/_{8}$	0·818	0·568	69·5	58·5	0·58	0·364
$^{4}/_{3}$	0·766	0·575	75·1	63·1	0·64	0·366
$^{71}/_{8}$	1·289	1·170	91·4	76·8	1·19	0·373
						0·370

Aus Tabelle V ist ersichtlich, dass die K-Werte, die sich auf das zugeführte Brom beziehen, einen aufsteigenden Gang haben und schliesslich, wenn die x%-Werte über 100% ragen, jeden physikalischen Sinn verlieren. Berechnet man jedoch die K_2-Werte, die sich auf das gesammte anwesende Brom beziehen, so zeigen diese Werte, wie die in früheren Tabellen eine ausgezeichnete Konstanz.

In der Tabelle VI ist eine Reihe zu Tabelle V paralleler Versuche verzeichnet, indem statt fertig dargestellten Bromjod, die entsprechende Jodconcentration angewandt und das Reactionsgemisch nach demselben molaren Verhältnis, wie in der Tabelle V, zusammengesetzt worden ist [1]). Die entsprechenden Zahlen der Tabellen V und VI sind in der Fehlergrenze ganz identisch, woraus zu schliessen ist, dass der für Bromjod charakteristische Dissociationszustand in der Lösung von beiden Seiten momentan erreicht wird.

[1]) Wegen Verrechnung ist die Reihe B statt nach dem Molar-Verhältnis $Br_2 + 21\ C_6H_6$ nach dem Verhältnis $Br_2 + 20\ C_6H_6$ zusammengesetzt. Der Werth K_2 für $Br_2 + 21\ C_6H_6$, = 0,610 ist aus den Daten der Reihe B und C interpoliert worden.

Tabelle VI.

Katalysator Jod: pro 1 gr. Br = 0·252 gr. I = 25·2% Jod.

A.

Br_2 + 12,6 C_6H_6 (pro 1 gr. Br. — 6·9 cm.³ C_6H_6

t	a	x	x%	K_1	K_2
$^1/_4$	0·925	0·416	44·9	1·04	3·20
$^1/_3$	1·079	0·541	50·1	0·91	3·02
$^{15}/_{24}$	0·953	0·627	65·7	0·74	3·07
1	0·984	0·747	75·9	0·62	3·15
					3·11
$^{39}/_{24}$	0·840	0·691	82·2		[2·84]
2	1·819	1·520	83·5		[2·58]
3	0·956	0·808	84·5		[1·82]
7	0·958	0·825	86·1		[0·29]

B.

Br_2 + 20 C_6H_6 (pro 1 gr. Br — 11·04 cm.³ C_6H_6)

$^{17}/_{24}$	0·798	0·251	31·4	0·23	0·647
1	0·994	0·397	40·0	0·22	0·667
$^5/_4$	1·190	0·562	46·9	0·21	0·706
$^{53}/_{24}$	0·748	0·444	59·4	0·17	0·653
3	0·600	0·410	68·3	0·17	0·702
$^{15}/_4$	0·738	0·531	71·9	0·15	0·682
7	1·262	1·040	82·4	0·11	0·668
					0·675

auf Br_2 + 21 C_6H_6 interpoliert: K_2 = **0·610**

C.

Br_2 + 25.2 C_6H_6 (pro 1 gr. Br — 13·9 cm.³ C_6H_6)

$^{11}/_{12}$	0·764	0·177	23·2	0·13	0·330
2	0·952	0·398	41·8	0·12	0·359
$^{11}/_4$	0·776	0·365	47·1	0·10	0·324
$^{47}/_{12}$	0·818	0·474	57·9	0·09	0·349
5	0·783	0·497	63·4	0·087	0·347
$^{27}/_4$	0·801	0·568	70·9	0·08	0·362
10	0·853	0·672	78·86	0·067	0·373
13	0·783	0·646	82·3	0·058	0·358
15	1·030	0·854	82·91	0·051	0·324
					0·347

Theoretische Deutung.

Reactionsordnung und Reactionsgleichung der Bromierung. Das Endziel einer kinetischen chemischen Untersuchung ist, die richtige Reactionsgleichung des betreffenden Vorganges aufzustellen. Nach den Tabellen I, II, V, VI hat sich die Bromierung entschieden als eine nicht monomolekulare Reaction herausgestellt, weshalb die übliche Formulierung der Reaction $C_6H_6 + Br_2 = C_6H_5Br + HBr$ verworfen werden muss, weil ja diese den monomolekularen Verlauf zur Folge haben müsste. Um den bimolekularen Verlauf durch eine Formelgleichung auszudrücken, könnte man a priori folgende zwei Reactionsgleichungen in Betracht ziehen:

$$C_6H_6 + 2\ IBr = C_6H_6Br + HBr + I_2 \quad . . . (1)$$
$$C_6H_6 + 2\ Br = C_6H_5Br + HBr \quad . . . (2),$$

wovon die erste jedoch dadurch widerlegt wird, dass die Reaction gerade aufzuhören beginnt, wenn die Zusammensetzung des Brom-Jodgemisches der Formel BrI entspricht.

Bevor wir die Gleichung (2) in Erwägung ziehen, wollen wir noch die Reactionsordnung in anderer Weise, als in den Tabellen geschehen, berechnen. Im allgemeinen eignet sich hierzu das Verfahren von van't Hoff[1]) und von Noyes-Ostwald[2]). Das van't Hoff'sche Verfahren, das auf der kinetischen Differentialgleichung basiert ist, benöthigt die Kenntnis von dx/dt, und da wir in den Tabellen keine so nahe gelegenen Werte von $x^0/_0$ haben, dass ihre Differenz durch die Zeit dividiert als der Differentialquotient dx/dt gelten könnte, so ist dies Verfahren in unserem Fall unanwendbar. Wir können aber dafür das Ostwald'sche Verfahren benützen, uns auf das Theorem stützend: die Zeiten, die bis zu dem gleichen Bruchtheile des gesammten Umsatzes verlaufen, verhalten sich umgekehrt wie die Geschwindigkeitsfactoren[3]). In der unten stehenden Tabelle sind nach den Ergebnissen der Tabellen I, II, VI, die Zeiten berechnet (in Stunden), die bei jeder angewandten Verdünnung bis zu 40, 50, 60, 75 Procenten des Umsatzes verstrichen sind; aus dem Mittelwert jeder Reihe ist der

[1]) Studien zur Chem. Dynamik S. 87, auch Ostwald, Handbuch II, II, 233.
[2]) Ostwald. Handbuch der allgem. Ch. II. II. 235.
[3]) Ostwald. l. c. II, II, 235.

Wert Y nach der Formel $\left(\frac{C_1}{C_2}\right)^Y = \frac{t_2}{t_1}$ berechnet, wo C_1/C_2 das Verhältnis der Concentrationen, t_2/t_1 — das umgekehrte Verhältnis der zugehörigen Zeiten bedeuten. Wie bekannt, ist n — die Ordnung der Reaction — mit Y durch die Gleichung verbunden:

$$n = Y + 1.$$

Tabelle VII.

Katalysator 30% Jod.

	I	II	III	IV	II : I	III : I	IV:I
	v=10 C_6H_6;	15 C_6H_6;	20 C_6H_6;	25 C_6H_6			
x=40%	1·78	6·34	14·4	32·4	3·27	8·11	18·03
x=50%	2·6	9·0	22·7	43·3	3·46	8·77	16·65
x=60%	4·0	13·8	33·6	68·0	3·45	8·40	17·00
x=75%	6·7	24·7	64·8	131·5	3·67	9·67	19·65
					3·66	8·76	17·84
					Y	Y	Y
					3·13	3·13	3·14
						3·13	

Tabelle VIII.

Katalysator 25·2% Jod.

	I	II	III	II:I	III:I
	v=12·6 C_6H_6;	20 C_6H_6;	25·2 C_6H_6		
x=40%	5·3	24·0	45·5	4·53	8·6
x=50%	8·0	35·6	73·5	4·45	9·1
x=60%	12·5	54·3	103·9	4·35	8·0
x=75%	23·2	113·8	202 0	4·89	8·7
				4·56	8·6
				Y	Y
				3·23	3·10
					3·16
			im Mittel beider Reihen		3·14

Y ergiebt sich im Mittel aller sehr gut stimmenden Versuche zu 3·14, während es für eine bimolekulare Reaction gleich 1 sein sollte. Nach dem Ergebnis des Ostwald'schen Verfahrens

und dies ist ja die sicherste Kennzeichnung der Ordnung einer Reaction, mag sie auch durch Nebenreactionen verunstaltet sein, ist der Bromierungs-Vorgang entschieden quadrimolekular.

Wie sind nun die scheinbar sich widersprechenden Resultate des Ostwald'schen Verfahrens und der Konstanten-Berechnung in Einklang zu bringen? Dies ist nur in der Weise möglich, indem wir annehmen, dass eines der Reactionsproducte in solcher Form auftritt, dass es auch bei der angewandten Methode titrimetrisch bestimmt worden war und zwar in solcher Menge, dass der Vorgang dadurch von doppelt verkleinerter Ordnung erscheinen müsste. Das wahrscheinlichste Schema einer solchen Formulierung wäre:

$$C_6H_6 + 4Br = C_6H_5Br + HBr_3 = C_6H_5Br + HBr \rightleftarrows Br_2 \quad (3)$$

Gemäss diesem Reactionschema ist das mit HBr gebundene Brom gerade die Hälfte von dem in Reaction getretenen, die Reaction muss folglich von verkleinerter Ordnung erscheinen; und die richtige Ordnung kann nur durch Ermittelung des Concentrationseinflusses nach Ostwald gefunden werden.

Es werden sich somit in dem Reactionsgemische folgende Reactionen vollziehen ev. Gleichgewichte einstellen:

$$\begin{array}{c} I_2 + Br_2 \rightleftarrows 2IBr \\ IBr \rightleftarrows I + Br \\ I + I \rightleftarrows I_2 \\ Br + Br \rightleftarrows Br_2 \\ C_6H_6 + 4Br = C_6H_5Br + HBr_3 \\ HBr_3 \rightleftarrows HBr + Br_2 \end{array}$$

Diese Formulierung (3) der Bromsubstitution hat auf den ersten Blick manches Befremdende, obgleich sie direct aus den Experimenten gefolgert wird und keineswegs in der chemischen Litteratur vereinzelt steht. Es mögen deshalb einige diesbezügliche litterarische Nachweise hier am Platze sein.

Dass die Brom- ev. Chlor übertragende Wirkung des Jod auf der Dissociation des Bromjodes und der Einwirkung von atomaren Brom beruhe, ist wohl die allgemein verbreitete Annahme gewesen[1]), ohne dass jedoch wirkliche in der Dynamik der Rea-

[1]) Vergleiche: Gatterman. Praxis des Organischen Chemikers. I. Auf. S. 221. Aber auch die widersprechenden Angaben S. 126.

ction begründete Beweise dafür geliefert wurden. Aber auch bei der Untersuchung von Bromsubstitutionsvorgängen, die ohne Katalysator verlaufen, haben sich Verhältnisse herausgestellt, die durch die Annahme atomar wirksamen Broms erklärt werden müssen[1]). In einer Untersuchung von L. Ramberg über die Einwirkung von Brom auf Phenylsulfonessigsäure und α. Phenylsulfonpropionsäure[2]) ist constatiert worden, dass die Ordnung dieser Reaction bei „grösseren Concentrationen $^3/_2$, bei kleinen 2 ist. Nach den herrschenden Ansichten lässt sich dieser Umstand dahin interpretieren, dass die Concentration des activen Broms bei grosser Verdünnung der Gesammtconcentration, in weniger verdünnten Lösungen aber der Quadratwurzel aus dieser Quantität proportional ist". „Als die einzige mögliche Erklärung bietet sich somit die folgende Annahme dar: die Brommolekel sind in der Lösung je nach der Verdünnung mehr oder weniger in einfache Atome gespalten und nur, oder wenigstens hauptsächlich diese „freien" Atome sind an der Reaction betheiligt"[3]). Aus seiner Untersuchung folgert Ramberg, dass bei der sehr kleinen Concentration, die er in wässerigen Lösungen angewandt hat, das Brom eine sehr weitgehende Dissociation in einfache Atome erhalten hat. Der Schluss Ramberg's scheint mir in Betreff des Grades der Dissociation ziemlich gewagt und nicht genug begründet.

In dem uns hier beschäftigenden Falle ist aus den Versuchen, obgleich sie unzweideutig auf die Wirkung atomaren Broms hindeuten, zu schliessen, dass nur ein verschwindend kleiner Bruchtheil des Broms in Bromatome dissociert sein kann. In der That ist, wenn wir die Concentration der Bromatome $= C_{Br}$, diejenige der Brommolekel $= C_{Br_2}$ setzen:

[1]) In einer Abhandlung „Über die Geschwindigkeit der Einwirkung von Brom auf Aethylalkohol" (Zeit. phys. Ch. 38, 561) — hat St. Bugarszky für diesen Vorgang, der jedoch keine Substitution, sondern eine Oxydation gemäss der Formel $2C_2H_5OH + 2Br_2 = C_2H_3O_2C_2H_5 + 4HBr$ ist, die monomolekulare Gleichung erfüllt gefunden. Diese Vereinfachung des Verlaufes, da doch die Molekelzahl des Broms eine bimolekulare Reaction erwarten liesse, deutet auch vielleicht auf eine primäre einfachere Umsetzung. Da der Vorgang in einer Ionisierung des Broms besteht, so ist wahrscheinlicherweise die gemessene Reaction nur $Br_2 = 2Br'$, die nur durch Nebenreactionen begleitet ist.

[2]) Zeit. physik. Chemie 34, 561.

[3]) l. c. S. 583.

$$C^2_{Br} = \lambda C_{Br_2}$$

$$C_{Br} = \lambda_1 \sqrt{C_{Br_2}} \quad . \; . \; . \; (1) \text{ die Gleichgewichtsgleichung.}$$

In sämmtlichen Rechnungen haben wir jedoch die Concentration des „wirksamen" Broms d. h. die Concentration der Bromatome der Concentration des titrierbaren Broms gleich angenommen, d. h. wir haben $C_{Br} = \lambda_2 C_{Br_2}$ (2) gesetzt und dabei die Reaction als quadrimolekular gefunden und die bei der Berechnung der Konstanten scheinbare Bimolekularität erklärt. Es ergiebt sich daraus, dass in dem vorliegenden Falle beide Beziehungen (1) und (2) identisch werden, woraus

$$\lambda_1 \sqrt{C_{Br_2}} = \lambda_2 C_{Br_2}$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 \sqrt{C_{Br_2}}; \; \lambda_1 = \lambda_2 f(C_{Br_2}).$$

Da λ_1 und λ_2 Konstanten sind, so kann diese Gleichung nur dann erfüllt werden, wenn λ_1 und $\lambda_2 = 0$, d. h. die Concentration der Bromatome unmessbar klein ist. Die in jedem Zeitmoment existierende Zahl der freien Bromatome muss verschwindend klein gegen die Gesammtconcentration des Broms sein. Berücksichtigt man, dass Benzol in allen Beziehungen ein Lösungsmittel von associerender und keiner dissocierenden Eigenschaft ist, so wird diese Folgerung durch alle anderweitigen Beobachtungen bestätigt.

Aus dem quadrimolekularen Verlaufe der Reaction ist als nothwendiger Schluss zu folgern, dass der Bromwasserstoff im ersten Stadium als HBr_3 entwickelt wird. Die Existenz von Tribromwasserstoff ev. von Tribromiden in Lösungen ist durch zahlreiche Untersuchungen sicher gestellt [1]). Diese Untersuchungen beziehen sich hauptsächlich auf wässerige Lösungen, wo die Bromwasserstoffsäure ebenso wie ihre Salze in Ionen gespalten ist. Aus der Untersuchung Roloff geht jedoch hervor, dass sich das Brom bei Bildung von Tribromiden in gleicher Menge an die Brom-Ionen wie an die undissocierten HBr-Molekel anlagert. Auch Wildermann hat ganz ähnliches gefunden. Die Entstehung von Tribromwassertoff bei der Einwirkung von Brom auf Aethylalkohol (80%) ist auch direct von Bugarszky [2]) beobachtet worden und

[1]) M. Wildermann. Z. phys. Chem. **11**, 422; Jakowkin. Z. phys. Chem. **13**, 541; **20**, 22; Roloff. Z. phys. Chem. **13**. 341.

[2]) Zeit. phys. Ch. **38**, 564.

hat sich in einer Verzögerung der Reaction gekennzeichnet. Es ist also der höchst wahrscheinliche Schluss zu ziehen, dass in einem nicht ionisierenden und associerenden Lösungsmittel, wie das Benzol es ist, Tribromwasserstoff umso leichter entstehen kann. Versuche über die Löslichkeit des gasförmigen HBr in benzolischen Bromlösungen, die die Frage entscheiden können, werden in nächster Zeit angestellt.

Die Katalytische Wirksamkeit des Jods beruht nach den oben verzeichneten Ergebnissen in einem primären Dissociationszustand des Bromjod gemäss der Formel $BrI \rightleftharpoons I + Br$. Selbstverständlich muss dieser Dissociationszustand eine viel grössere Gleichgewichtskonstante haben als der Dissociationszustand $Br_2 \rightleftharpoons 2Br$, worauf die bromübertragende Wirkung des Jods begründet ist. Die gebildeten Brom-Atome treten gleichzeitig in zwei simultanen Reactionen ein, nämlich:

$$2\,Br \rightleftharpoons Br_2 \quad . \; . \; . \; (1)$$

$$C_6H_6 + 4\,Br = C_6H_5Br + HBr_3 \quad . \; . \; . \; (2),$$ von denen nur die zweite sich mit messbarer Geschwindigkeit vollzieht und auch bei der angewandten Methode einzeln zur Messung gelangt. Werden die Brom-Atome durch den Bromierungvorgang weggeschafft, so entstehen aus den vorhandenen Brom-Molekeln gemäss der Gleichung (1) neue, bis der für BrI charakteristische Gleichgewichtszustand erreicht wird. Wird jedoch die Grenze erreicht, wo das übrig bleibende Brom gerade zur Bindung des vorhandenen Jods ausreicht, so wird die Reaction ausserordentlich verlangsamt, weil durch Wegschaffung von Brom die relative Concentration des „freien" Jods wächst und nach allgemeinen Principien die Dissociation des Bromjods zurückgedrängt wird.

Die Rolle der Dissociation für das Zustandekommen der Reactionen. Es seien noch am Schlusse einige allgemeine Bemerkungen gestattet. In dem oben geschilderten Falle ebenso wie in zahlreichen anderen[1]) — es sei nur an die Activität des „status nascens" errinert — hat sich das Ergebnis herausgestellt, dass es nicht die Molekel als zusammengesetzte Complexe sind, die an chemischen Reactionen in erster Reihe betheiligt sind, sondern nur Bruchtheile derselben, seien sie als einfache Atome, oder als elektrisch beladene Ionen anwesend. Betrachten wir einer-

[1]) Vergl. Euler, Zeit. phys. Ch. **36**, 641.

seits die chemische Trägheit vieler Elemente, wie z. B. des Wasserstoffes, Sauerstoffes, Stickstoffes, das Ausbleiben der heftigsten Reactionen ohne wenn auch Spuren von Feuchtigkeit, und andrerseits die ausserordentliche Reactionsfähigkeit stark complicierter organischer Stoffe, wie z. B. der Eiweisstoffe, die in verschiedener Richtung dissociert werden können, betrachten wir ferner solche Vorgänge wie die Activierung des Sauerstoffes, so müssen wir vermuthen, dass eine vorhandene Dissociation der Molekel eine Bedingung für ihre Reactionsfähigkeit ist. Um sich eines sinnlichen Bildes zu bedienen, scheint die Rolle der Dissociation bei der Vollziehung chemischer Reactionen die gleiche zu sein, wie z. B. die einer Verletzung bei Verwitterung der Krystalle. Ein absolut undissociertes Molekel wäre dann auch überhaupt nicht reactionsfähig. Wird diese Betrachtungsweise fortgesetzt, so liessen sich dann alle chemisch kinetischen Fragen, die zur Zeit rein experimentell begründet sind, an die Gleichgewichtslehre und folglich auch an die Thermodynamik anlehnen, was als ein unbestrittener Fortschritt bezeichnet werden müsste. Die Betheiligung der Bruchstücke der Molekel an der Reaction kann ebenso als eine Vereinfachung — was bis jetzt fast ausschliesslich beobachtet wurde, wie ebenso als eine Complizierung und Erhöhung der Reactionsordnung erscheinen. So wird, wie bekannt, das AsH_3 z. B. nicht nach der quadrimolekularen Gleichung gemäss der molaren Formel $4AsH_3 = As_4 + 6H_2$, sondern nach der monomolekularen Gleichung gemäss der atomaren Formel $AsH_3 = As + 3H$ zersetzt[1]). In unserem Falle dagegen ist die atomare Gleichung eine compliziertere als die molare, indem die Bromierung statt monomolekular zu verlaufen, wie dies aus der molaren Formel $C_6H_6 + Br_2 = C_6H_5Br + HBr$ zu folgern wäre, sich zum ersten bekannten Beispiel eines quadrimolekularen Vorganges herausgestellt hat.

Zusammenfassung.

1) Es wurde die Bromierung des Benzols in Jod-Gegenwart als quadrimolekularer Vorgang gemäss der Gleichung

$$C_6H_6 + 4Br = C_6H_5Br + HBr_3$$

verlaufend erkannt.

[1]) Über andere diesbezügliche Fälle s. Ostwald, Handbuch II, II, 242.

2) Es wird der Mechanismus der bromübertragenden Wirkung des Jods erörtert.

3) Es wird auf die Wichtigkeit der Dissociation für chemische Kinetik hingewiesen.

Krakau. II. Chemisches Laboratorium der Jagiellonischen Universität.

---

23 M. LOUIS ANTOINE BIRKENMAJER m. c **Mikołaj Kopernik.** Część pierwsza **Studya nad pracami Kopernika oraz materyały biograficzne.** W Krakowie MCM (4°, str. XIII i 709, wśród tekstu ryciny i fototypie). ***(Nicolas Copernic.*** Première partie. ***Etudes sur les travaux du célèbre astronome et matériaux pour servir à sa biographie).*** Cracovie MCM (in 4°, pp. XIII et 709, texte orné d'illustrations et de phototypies).

Malgré le grand nombre d'ouvrages que l'on possédait déjà sur Copernic, biographies plus ou moins volumineuses, études consacrées à certaines époques, même à certains détails de sa vie, on ne peut nier qu'un grand nombre de faits relatifs à ce sujet étaient encore enveloppés d'obscurité. Non seulement on ignorait plusieurs événements, purement extérieurs, de sa vie privée ou scientifique, mais surtout on n'avait pu résoudre encore une question autrement essentielle, celle de déterminer les influences qui ont donné la première impulsion à ses idées critiques sur les théories astronomiques de son temps et les voies par lesquelles il a été conduit à son immortelle découverte du système héliocentrique.

Les biographies, même les plus détaillées de Copernic, ne nous apprennent rien à ce sujet, ou presque rien; elles ne nous offrent guère que des conjectures plus ou moins probables, mais peu fondées. C'est pourtant là le point qui doit éveiller le plus vivement notre intérêt; car ce ne sont pas les incidents de sa vie quotidienne, mais bien l'acte immortel de sa pensée, qui a élevé Copernic au rang des plus puissants génies dont s'honore l'humanité.

Même dans les biographies les plus récentes, comme celles de MM. L. Prowe et A. Müller cette grave question a été à peine effleurée. Ecrire l'histoire de la pensée et de la création de Copernic est une entreprise si difficile, que l'on ne saurait certes reprocher aux précédents auteurs les lacunes de leurs travaux, ni diminuer l'es-

time due à leur mérite; mais on est pourtant forcé de le reconnaître, un véritable tableau historique, qui parlerait au lecteur par la seule puissance de la vérité et le ferait, pour ainsi dire, assister au développement des conceptions de ce magnifique génie, un tel tableau n'est encore qu'à l'état de pieux désir et sa réalisation présente encore bien des difficultés. La principale consiste en un manque presque absolu de sources immédiates, Copernic ne nous apprenant lui-même que bien peu de choses sur les voies qui l'ont conduit à sa grande découverte.

L'auteur de l'ouvrage faisant l'objet de cette notice, qui s'occupait depuis longtemps d'études critiques sur le „De revolutionibus coelestibus" et sur d'autres écrits de Copernic, fut frappé de plusieurs faits importants ou détails curieux, échappés jusqu'ici à l'attention des historiens et qui lui parurent bien propres à éclaircir la genèse et le développement du nouveau système astronomique. Encouragé par les premiers résultats obtenus à poursuivre ses recherches avec ardeur, il parvint à se procurer un nombre considérable de faits se rapportant soit à la vie du grand astronome, soit à son activité scientifique et à l'histoire de ses idées créatrices.

En 1896, alors qu'on préparait la célébration du jubilé du 500e anniversaire de l'Université Jaguellonnienne à Cracovie, la Classe des mathématiques de l'Académie des Sciences conçut le projet de publier une nouvelle édition des *Opera omnia* de Nicolas Copernic, le plus célèbre élève de notre plus ancienne institution scientifique — édition qui devait être suivie d'une biographie de l'astronome, conçue selon les principes énoncés plus haut, ainsi que d'une bibliographie complète des ouvrages le concernant. Le peu de temps dont on disposait pour exécuter une entreprise de si haute importance fit qu'on résolut de procéder progressivement, pour ne l'achever que dans un terme plus éloigné. L'auteur, membre de la Commission académique élue dans ce but, fut chargé de l'exécution de la majeure partie du projet. Comme on reconnut bientôt la nécessité de faire des recherches dans les bibliothèques et archives étrangers, il entreprit (août-septembre 1896), en commun avec le paléographe M. le Dr. A. Czuczyński, un voyage à Prague (Bohême) pour y comparer soigneusement toutes les éditions du *De revolutionibus coelestibus* avec l'autographe de Copernic appartenant au comte Erwin Nostitz. Ce pénible travail qu'ils firent en commun

conduisit à un résultat imprévu. Ils constatèrent que même l'édition de 1873, la plus correcte de toutes, contient encore une assez grande quantité de déviations de l'original, erreurs évidentes de lecture, parfois assez considérables, qui altèrent les pensées de l'astronome et ne peuvent en aucune façon être désignées comme variantes. Outre cela, en examinant le manuscrit autographe ils parvinrent à se convaincre qu'il existe un certain nombre d'intercalations, de corrections et de retranchements, exécutés anciennement, mais par une main autre que celle de Copernic.

Cette dernière circonstance, que les éditeurs de 1873 n'ont pas aperçue, justifie la nécessité d'une nouvelle édition de cette oeuvre d'autant plus que les passages en question sont presque toujours conformes à *l'editio princeps* (Nuremberg 1543), dont on connaît le triste sort. La lettre de l'évêque Gise, ami de Copernic adressée à George Joachim Rhaeticus [1]), pleine d'indignation contre la perfidie de l'imprimeur Petrejus et de l'astrologue Jean Schoner, ainsi que les révélations de Kepler sur la correspondance du prédicateur Osiandre, falsificateur de la préface de l'oeuvre, nous ont depuis deux siècles révélé les machinations envieuses de gens obscurs contre la sublime découverte. Un hasard heureux, s'ajoutant à ces indices, nous fait connaître encore un des malhonnêtes falsificateurs du manuscrit du grand philosophe. L'auteur trouva dans la bibliothèque royale à Berlin un manuscrit autographe contenant le *Commentaire d'Erasme Reinhold* (1511—1553), ami de Rhaeticus, *sur l'oeuvre de Copernic* — commentaire inédit que l'on croyait perdu depuis longtemps. Une comparaison détaillée de nombres, phrases et noms propres, communs à l'un et à l'autre texte, prouva avec toute évidence que Reinhold avait eu sous ses yeux l'autographe de Copernic encore avant qu'on ne l'eût remis à l'imprimerie de Nuremberg, c'est-à-dire avant les trois imposteurs que nous avons déjà nommés. C'est donc probablement à la main de Reinhold qu'on doit attribuer la plupart des corrections étrangères etc., qu'on rencontre dans le manuscrit de Prague.

A cause de toutes ces circonstances, dans le détail desquelles nous n'entrons pas ici, une nouvelle édition de l'oeuvre principale de Copernic devenait un travail assez compliqué; il fallait, pour réduire le texte de l'autographe à l'état dans lequel l'astronome

[1]) Editée pour la première fois en 1618 à Cracovie par Jean Broscius.

avait désiré le voir en le confiant à Rhaeticus, éliminer tout apport étranger. Une pareille révision du texte, chose toujours très laborieuse, offrait dans ce cas encore plus de difficultés, car ce n'est que pour une partie du manuscrit que les passages en question peuvent nous livrer des indices paléographiques, unique instrument sûr et décisif sur lequel la reconstruction du texte peut s'appuyer. Certes, en face des intercalations et des changements effectués avec une écriture différente de celle de Copernic, la décision est très facile; elle l'est même là où sur deux versions d'un même passage l'astronome lui-même en a rayé une. Plus difficiles à éclaircir sont les passages assez nombreux où aucune des deux ou trois versions n'a été effacée. Quelle est celle que Copernic considérait comme définitive?... Parfois on peut faire un choix grâce à des indices purement extérieurs, par exemple l'examen du contexte, les légères différences observées dans l'écriture de Copernic qui a varié à diverses époques de sa vie, la variété du papier et de l'encre, etc., mais il y a bien des cas où une telle étude morphologique, appliquée au diagnostic des infirmités du texte, se montre tout-à-fait inefficace.

Et ce qui cause encore plus d'embarras, ce sont les râtures que porte le manuscrit. Sans doute, Copernic lui même en a fait un certain nombre; mais il est tout à fait impossible de songer à les lui attribuer toutes et cela non seulement à cause de plusieurs faits matériels révélés par une observation minutieuse, mais surtout parce que le texte ainsi présenté manque de cohérence et qu'il faut absolument, pour en rétablir le sens, y ajouter les phrases biffées.

Ceci suffit pour donner une idée du long et pénible travail qu'exige la reconstitution du texte original et définitif de l'oeuvre principale de Copernic. L'appréhension de retomber dans les erreurs et les illusions des éditions précédentes, ainsi que l'expérience acquise déjà par la révision des deux premiers livres du texte, prémunirent les personnes chargées de préparer la future édition contre une hâte mal placée; aussi résolurent-elles de s'occuper d'abord des études préparatoires. C'est ainsi que l'auteur fut amené à poursuivre ses recherches sur le cours de la pensée astronomique de Copernic et qu'il se mit à amasser de nouveaux matériaux pouvant contribuer à mieux éclaircir l'histoire de sa vie et de son activité scientifique.

Dans ce but, l'auteur fit pendant le printemps et l'été de l'année

1897 deux voyages, l'un en Allemagne méridionale, le second en Allemagne septentrionale, le Danemarck et la Suède. Profitant de l'arrière-saison et de l'hiver de la même année, il s'occupa assidûment de recherches dans les archives et les bibliothèques du pays, surtout à Cracovie ; en même temps, par ses soins et grâce à l'aimable médiation de plusieurs Savants de l'étranger, on fit des recherches analogues, dans quelques bibliothèques d'Angleterre, de France, d'Italie et de Russie.

Ces efforts réitérés n'ont point été infructueux ; peu à peu l'auteur réunit un assez grand nombre de détails encore inconnus, parmi lesquels se trouvent des notes de valeur secondaire mais aussi des faits de haute importance. Le lecteur trouvera les principaux d'entre ces derniers, énumérés dans la deuxième partie de cette notice. Les nombreux petits détails recueillis, peu éloquents lorsqu'on les considère séparément, acquièrent par un rapprochement mutuel plus de valeur et ils ont rendu de vrais services pour l'éclaircissement d'une foule de brèves et parfois énigmatiques annotations de Copernic, connues antérieurement, ou recueillies par l'auteur en feuilletant à Upsal les livres qui ont appartenu jadis au grand astronome.

Le désir de former de tous ces détails hétérogènes un tout organique, c'est-à-dire une chaîne logique des causes et des effets, dominait sans cesse l'auteur durant le cours de ses recherches. Il est inutile d'ajouter que, à ce point de vue, les résultats obtenus par l'étude du texte de l'oeuvre principale de Copernic, ont été de la plus grande utilité. Avec ses corrections, râtures, intercalations, surcharges et transpositions de feuillets, variations de l'écriture de Copernic, avec les différences observées dans les encres et les filigranes du papier, l'autographe de Prague est une mine abondante de faits liés étroitement à l'histoire de la composition de cette oeuvre immortelle. Mais ici l'auteur a dû se tracer la voie à lui-même, car dans cette partie de ses études, il n'avait, pour ainsi dire, aucun prédécesseur et à l'exception de quelques remarques isolées dans la préface de l'édition de Thorn, aucun ouvrage concernant Copernic ne pouvait lui servir de guide.

L'interprétation de certaines particularités de l'autographe, n'a point été facile. On y rencontre fort souvent des contradictions entre les valeurs numériques adoptées pour différents éléments, des valeurs diverses pour une même quantité astronomique (p. ex. les

parallaxes, les distances, les excentricités, les révolutions, les dimensions des épicycles etc.) — enfin des nombres dont l'origine semblait d'abord énigmatique. Tout cela ne devint intelligible que lorsque l'auteur eût remarqué la différence qualitative qui existe entre le système héliocentrique du „*Commentariolus*“ et celui des „Révolutions“ et qu'il eût constaté que le génial astronome avait successivement élaboré deux mécanismes héliocentriques de l'univers. C'est en poursuivant le même objet que l'auteur se convainquit à l'aide de comparaisons et de calculs *a posteriori*, que les notes de Copernic, disséminées sur son exemplaire manuel des *Tabulae astronomicae regis Alphonsi* (ed. Venet. 1492) conservé à Upsal, renferment les plus anciennes supputations et considérations qui l'avaient amené à édifier son premier système héliocentrique, exposé dans le Commentariolus et fort différent de celui qu'il présenta plus tard dans les „Révolutions“.

Diverses circonstances prouvent surabondamment que le Commentariolus fut composé avant 1512 et que quelqu'un l'a copié encore avant 1515, c'est-à-dire avant l'époque où Copernic commença à transformer presque entièrement son mécanisme héliocentrique à deux épicycles en un mécanisme héliocentrique exentrico-monoépicyclique, entreprise consommée dans l'autographe de Prague. C'est donc à tort que M. le prof. Curtze et d'autres auteurs prétendent que Copernic avait composé le Commentariolus en 1533 ou même en 1539 (!), que ce traité devait, pour ainsi dire, annoncer[1]) la prochaine apparition des „Révolutions“, que l'exposition de la nouvelle doctrine que fit en 1533 Jean Albert Widmanstadt dans les jardins du Vatican en présence du pape Clement VII, ainsi que la lettre du cardinal Nicolas Schomberg (1536), ont été soi-disant occasionnées par la récente apparition du traité en question, et enfin, qu'une certaine mention dans la lettre de Gemma Frisius à l'évêque Dantiscus (d. d. Lovanii 13 Kal. Augusti 1541), devait s'y rapporter. En vérité, le Commentariolus naquit au moins trente

[1]) „Selbstanzeige eines Buches (= Revolut.)“, c'est ainsi que le prof. Curtze a qualifié ce traité, sans s'apercevoir qu'il contient des thèses contradictoires aux thèses énoncées dans les „Révolutions“. Ces dernières ont été en effet annoncées, mais c'est par la dissertation de Rhaeticus intitulée *Narratio prima*, qui parut pour la première fois en 1540, et que l'évêque Gise nommait „furgehende Anzeigung“, dans sa lettre au prince Albert de Prusse.

ans avant la dernière date, et au moins vingt-cinq ans avant l'épître du cardinal Schomberg à Copernic.

Nous nous sommes arrêtés aussi longuement sur l'un des résultats que nous avons obtenus, moins à cause de son importance propre ou des éclaircissements qu'il est susceptible d'apporter pour l'histoire de la genèse de la grande découverte astronomique, que parce que cet exemple nous a paru propre à bien montrer au lecteur quels ont été, dans nos „Etudes", le but poursuivi et les méthodes appliquées. C'est par des procédés analogues que nous avons réussi à constater et à prouver un nombre assez considérable de faits fondamentaux qui à leur tour devinrent de nouveaux points de départ pour les recherches ultérieures.

Jusqu'à présent, on s'était peu occupé de travaux de ce genre sur Copernic; il ne faut donc pas s'étonner qu'on n'eût réuni qu'un aussi petit nombre de faits relatifs à ce sujet et qu'on ne fût même pas arrivé à déterminer l'époque à laquelle se forma, chez Copernic, la conception du nouveau système astronomique, non plus que les circonstances dans lesquelles se produisit cette conception. Chose étrange, on n'avait jamais encore comparé d'une façon détaillée les „Révolutions" avec *l'Almageste* de Ptolémée, principal recueil des observations astronomiques anciennes et si souvent utilisé par Copernic, ou de sa Trigonométrie avec le traité homologue de Régiomontan. Personne, à ce qu'il semble, n'avait cherché à découvrir d'où il avait pu tirer le recueil d'observations des astronomes arabes (Albategni, Thâbit, Arzahel, Alpetragius), vu que la traduction latine de leurs ouvrages n'a été éditée qu'en 1537, et en partie seulement, alors qu'il n'en avait plus besoin, la composition des „Révolutions" étant à cette époque achevée depuis plusieurs années; vu que les traités d'Arzahel n'existent encore aujourd'hui qu'en manuscrits arabes; vu enfin que l'Almageste de Ptolémée provenant du II-me siècle de notre ère ne peut aucunement contenir les observations arabes, faites au moyen-âge. Citons encore, parmi les nombreuses questions intéressantes qui n'avaient pas encore été discutées, celles-ci: Toutes les observations anciennes renfermées dans l'Almageste ont-elles été introduites dans les Révolutions? S'il n'en est pas ainsi, quelles ont pu être les raisons qui ont déterminé le choix de Copernic? Comment se peut-il faire que dans les „Révolutions" les noms des mois égyptiens et attiques soient écrits correctement, alors qu'ils sont si,

monstrueusement déformés dans une ancienne traduction latine de l'Almageste [1]) et dans les „Tabulae Alphonsi".

C'est en cherchant à fournir à toutes ces questions des réponses appuyées de raisons solides et libres d'hypothèses, que nous sommes parvenus à rassembler les faits indispensables à l'éclaircissement de la genèse et du développement de la découverte de Copernic. L'auteur a consacré la majeure partie de son ouvrage à l'exposé de ces faits. Il n'est pas donné à un seul individu de mener à bien, dans toutes ses parties, une telle entreprise; aussi l'auteur s'estime-t-il largement payé de sa peine par les résultats obtenus qui, il l'espère, faciliteront la tâche des historiens futurs, d'autant plus qu'une partie considérable des faits établis concerne une époque de la vie de Copernic sur laquelle nous ne possédions que de ternes et insuffisantes données.

Les résultats de ces recherches forment l'objet des chapitres I—XIV de notre ouvrage et occupent un peu plus de la moitié du livre. Les chapitres suivants (XV—XXXIV) renferment des matières beaucoup plus variées; c'est un recueil de différents renseignements relatifs à la biographie de Copernic. Le second volume de la publication contiendra un récit chronologique de la vie et de l'activité scientifique du grand astronome, basé sur les faits connus antérieurement ainsi que sur les résultats des recherches récentes.

Pour permettre au lecteur de s'orienter plus aisément dans cet ouvrage d'une assez grande étendue, nous indiquerons ici rapidement les principaux résultats obtenus par l'auteur [2]).

1. L'auteur établit que la source la plus ancienne et la plus abondante de toute espèce d'informations (outre les observations arabes susdites, voyez la page 7 de ce bulletin) a été pour le jeune astronome le traité posthume de Peurbach et de Régiomontan intitulé

[1]) C'est-à-dire dans la traduction latine d'une version arabe de Gherard de Crémone (XII-me siècle de notre ère), traduction imprimée pour la première fois par Liechtenstein à Venise en 1515, et qui est l'unique texte de ce traité connu de Copernic à l'époque où il travaillait à son oeuvre principale. L'opinion de plusieurs biographes, même des plus récents, que Copernic avait connu vers sa trentième année l'original de la Μεγίστη Σύνταξις de Ptolémée, et que c'était précisément pour étudier cet ouvrage qu'il avait appris la langue grecque, est complètement erronée. Voyez la réfutation de cette opinion dans le Chapitre X de mon ouvrage, pag. 242, 264 et suiv., et 285.

[2]) Nous marquons les plus importants d'entre eux par un astérisque*; les chiffres romains désignent les chapitres et les chiffres arabes les pages du livre.

Epitome in Almagestum Claudii Ptolomei, édité pour la première fois en 1496 à Venise par J. B. Abiosus; il s'est servi de ce traité dès 1497. au moins dix-huit ans plus tôt que de la traduction latine de la Grande Syntaxe de Ptolémée, dont l'édition „princeps" ne parut qu'en 1515. (I entier; III. 86 et suiv.; comparez avec le Nr. 4 de cette liste).

2. But dans lequel Copernic a fait une observation parallactique de la Lune à Bologne le 9 mars 1497. (I, 18—22; VII 160—161, 188—191; XI, 317; XXIII, 515—516).

3. Circonstances qui ont donné le premier éveil aux idées novatrices de Copernic en Astronomie. (I,19—22; II, 58—60; VII, 187—190; XIX, 445 et passim).

4. Un témoignage évident du rôle important qu'a joué l'Epitome dans les études du jeune Copernic est l'erreur remarquable de huit ans entiers qu'il a commise dans sa théorie de la planète Vénus (I, 10; X, 271—272 et 289—292. Comparez aussi le Nr. 34 de cette liste).

*5. Les quatre ouvrages conservés à Upsal, reliés en deux volumes. à savoir: „l'Euclide" et l'Astrologie de Haly aben Ragel. puis les „Tabulae astronomicae regis Alphonsi". et les „Tabulae directionum" de Régiomontan — ont été acquis par Copernic dès l'époque de ses études à Cracovie. Parmi les nombreuses annotations, provenant de diverses époques de sa vie et couvrant les reliures et les marges de ces volumes, les plus anciennes datent de son séjour à Cracovie (II, 26 et suiv.; VII, 191—193).

6. Interprétation d'une inscription astronomique en chiffres grecs et conclusions qu'on en peut tirer (II, 32—35 et 65—66).

7. Comparaison des débris des travaux de Copernic en géographie et en géodésie avec les passages correspondants de son oeuvre principale etc. (II. 36—37; XII, 334 et suiv.; XIII, 345—346; XXVII, 562—565).

8. Dans sa construction héliocentrique primordiale (voyez le Nr. 14 de cette liste) Copernic a rapporté toutes ses observations au méridien d'Alexandrie, et non au méridien de Cracovie qu'il adopta plus tard (II, 40—41).

9. Travail auquel s'est livré Copernic pour établir son catalogue d'étoiles fixes, d'après ses notices (II, 42 et 66-69; X, 256—260).

10. Copernic fit de pénibles efforts pour déterminer convena-

blement les rayons de deux épicycles de la Lune. ces efforts sont trahis par plusieurs inscriptions de sa main découvertes récemment (II, 47—50 et 53—54).

11. Il avait d'abord adopté des parallaxes de la Lune pendant les syzygies et surtout pendant les quadratures, fort différentes de celles de Ptolémée. mais très différentes aussi de celles qu'il adopta finalement dans les „Révolutions" (II, 54—56; X, 246—248).

*12. Pendant le temps de ses études à Cracovie il avait copié une table détaillée des parallaxes de la Lune [1]), valable seulement pour le parallèle de cette ville, table très peu exacte et très différente de celle que l'on trouve dans les „Révolutions". Il l'avait sans doute copiée aux leçons sur les „Tabulae resolutae" ou plutôt à celles sur les „Tabulae eclipsium" à l'Université de Cracovie, car elle est identique, même pour la disposition, à celle qui se trouve dans tous les exemplaires manuscrits des „Tabulae resolutae", conservés à la bibliothèque Jaguellonnienne, qui ont appartenu à des écoliers de Cracovie à la fin du XV-me siècle. (II, 56-58). Cette remarque permet d'indiquer avec certitude le nom d'un des maîtres de Copernic en Astronomie et aussi, grâce à d'autres renseignements, de découvrir encore deux autres de ses professeurs à Cracovie; ce détail est réservé pour le second volume de l'ouvrage.

*13. Réfutation de l'opinion de plusieurs auteurs qui fixent pour la composition du „Commentariolus" une date postérieure d'au moins un quart de siècle à la date véritable. Les résultats et les théories contenus dans ce traité, ont été élaborés avant 1509, Copernic l'avait composé avant 1512 et l'opuscule sortit de son atelier avant 1515. (I, 16—17; II. 64; VII, 182 et surtout III, 70—80, 82 et XIV, 384—387).

*14. Copernic construisit successivement deux mécanismes héliocentriques différents. Les raisons pour lesquelles il rejeta le système primordial. (III, 71 et suiv.; XIV, 381—383).

*15. Copernic adopta successivement des valeurs différentes

[1]) *Tabula diversitatis aspectuum solis et lune ad minuta,* édité par M. Curtze dans les „Reliquiae Copernicanae" (Leipzig 1875, pag. 36). Le savant éditeur de ce recueil se méprend sur la vraie signification des mots *diversitas aspectus* (terme technique de l'Astronomie du moyen-âge, identique à parallaxe); il se trompe aussi en regardant cette table comme un badinage astrologique „eine astrologische Spielerei" (l. c. pag. 37, lin. 7).

pour la longueur de l'année sidérale. Ce sont, outre $365^{j}\ 6^{h}\ 9^{m}$, les suivantes: 54^{s} (dans ses inscriptions anciennes et dans le Commentariolus); 36^{s} (dans les parties barrées des „Révolutions") et 40^{s} (valeur définitive dans les „Révolutions"). Il ne s'est décidé pour la dernière de ces valeurs, qu'en automne de l'an 1539 au plus tôt. (III, 78—79; X, 248—250; XI, 312—316; XIV, 357, et Nr. 5 du Supplément du texte).

16. L'observation de Mars que Copernic fit le 1. Janvier 1512, avait pour but la vérification de son système héliocentrique primordial; il fit, la même année et dans le même but, des observations sur Saturne (III, 78; VII, 165-168).

17. Il avait de bonne heure, probablement durant ses études à Cracovie, appris à connaître le traité de Geber ibn Afflah contenant la trigonométrie sphérique (III, 87-88, et dans le Nr. 4 du Supplément du texte).

18. Preuve que Copernic avait, déjà en Italie, observé le Soleil et les étoiles fixes, afin de déterminer l'obliquité de l'écliptique, de fixer la longueur de l'année sidérale et d'étudier les phénomènes de la précession des équinoxes (II, 37-39; III, 78 et suiv.; XI, 299-303. Comparez aussi le Nr. 35 de cette liste).

19. De l'influence qu'ont exercée sur Copernic plusieurs passages de la Métaphysique d'Aristote touchant à l'Astronomie et surtout ceux du commentaire d'Averroës. Cette influence date vraisemblablement de son séjour à l'université de Cracovie (III, 85; IV, 89—98).

*20. Malgré l'opinion de plusieurs biographes de Copernic, l'helléniste de Bologne Antonio Urceo, nommé Codro, n'a pas été et n'aurait pu être son professeur de langue grecque. Copernic a appris cette langue peu après l'an 1500, fort probablement à Padoue (V, 99 et suiv.).

21. Interprétation de deux inscriptions grecques de Copernic, ne touchant pas à l'Astronomie (V, 105 et 120).

22. De quelle grammaire il s'est servi pour apprendre la langue grecque (V, 107—109 et suiv.).

23. Le sens littéral et la qualité des annotations de Copernic sur le lexique grec de Crastonius trahissent non seulement qu'il s'en servit pour sa version des „Lettres de Théophilacte", mais aussi qu'il s'appliqua à d'autres traductions du grec en latin, qu'il avait lu un traité grec en arithmétique, etc. (V, 111—119, 124—126).

24. Lorsque Copernic a traduit „l'Epître de Lyside“ en latin, il connaissait déjà la traduction de Bessarion, éditée en 1503; sa version de cette épître (de même que celle des lettres de Théophilacte) ne peut donc être antérieure à cette date (VI, 130-134).

25. Influence qu'exerça sur Copernic la lecture (en 1503 ou en 1504) du commentaire des oeuvres d'Aratus par Théon. Il marque ou souligne dans son exemplaire les endroits critiques pour le système géocentrique de ce commentaire, tels que les controverses des astronomes anciens au sujet de la révolution de la planète Vénus, du mouvement de la prétendue „huitième sphère“, c'est-à-dire de la précession des équinoxes etc. (VI, 135-139)

26. A quelles époques Copernic découvrit la variabilité des excentricités et des positions des absides planétaires. (VIII, 179—180, 191).

*27. Les trois observations de Mercure, faites à Nuremberg par Bernard Walther, n'ont été communiquées à Copernic que dans la seconde moitié de l'an 1532 au plus tôt, et probablement de la part d'Eobanus Hessus par l'intervention de l'évêque Dantiscus. Le copiste avait faussement attribué deux d'entre ces observations à Jean Schoner ce qui fut la cause d'une méprise de Copernic (VII, 180; XI, 303—306; XXXII, 646—647).

*28. Il existe une connexion étroite entre les calculs exécutés par Copernic sur les marges des „Tabulae Alphonsi“, ainsi que dans un cahier manuscrit attaché à cet exemplaire [1]) et son premier système héliocentrique, résumé dans le Commentariolus (VII, 182—187 et 202—210).

29. La rangée de nombres inscrits sur l'exemplaire du traité de Pierre Apianus qui a appartenu à Copernic, ne contient pas un „horoscope“, comme l'avait supposé M. le prof. Curtze, mais elle a une signification purement astronomique. L'époque des positions planétaires qu'elle renferme n'est pas l'an 1473 (prof. Curtze), mais le 14 mai 1517 et cela sans aucun doute (VII, 211 et suiv.)

30. Une certaine mention de Seth-Ward est probablement en relation avec un traité de Copernic, perdu depuis, sur la comète de l'an 1533. (VIII, 216—218; comparez avec le N-o 60 de cette liste).

[1]) Dans ses „Etudes“, l'auteur a désigné, pour plus de brièveté, ce cahier manuscrit par le nom de „Raptulare upsaliense“.

*31. Où Copernic a puisé les bases de sa Trigonométrie. Le traité homologue de Régiomontan a-t-il exercé une influence quelconque sur la composition de cet opuscule? Détails sur les connaissances de Copernic dans d'autres parties des Mathématiques (I, 7—9; II, 61—63; IX, 220 et suiv., ainsi que dans le Supplément N-o 4). Fixation de l'époque à laquelle on commença à se servir de la Trigonométrie sous une forme plus moderne (*sinus* au lieu de *chorda* etc.) à l'Université de Cracovie. C'est là que Copernic acquit les connaissances fondamentales en cette science. Opinion d'un savant contemporain de Copernic sur sa Trigonométrie (IX, 236—237).

32. Indication de la source de la notice connue de Copernic, concernant un traité de Nicomède sur les conchoïdes; circonstance qui nous permet de fixer l'époque de la composition du I-er et du III-me livre des „Révolutions" (IX, 238—240).

*33. L'auteur prouve au moyen d'un document sûr et décisif que Copernic connut au moins un des ouvrages de Mathématiques du cardinal Nicolas de Cues (IX, 241; X, 248, 250—252).

*34. L'édition latine de l'Almageste de Ptolémée (Venise 1515) a été pour Copernic la seconde de ses principales sources d'informations. L'analyse et l'interprétation d'une foule de brèves annotations contenues dans son exemplaire manuel (trouvé par l'auteur à Upsal) conduisit entre autres choses aux résultats suivants: a) Copernic a composé les „Révolutions" sans connaître l'original grec de la Grande Syntaxe. b) Les observations (surtout celles de la Lune) qu'il avait très vraisemblablement faites à Cracovie, sont postérieures à décembre 1493. c) Les ouvrages anciens qu'il étudia furent ceux de: Aratus, Kleomedes, Plinius, Proklos, Strabon, Théon, etc. d) Les fautes du texte de l'Epitome et de l'Almageste latin de 1515 ont été une des causes de l'erreur singulière que Copernic fit dans la théorie de la planète Vénus, mentionnée dans le N-o 4 de cette liste (X, 254—292; XII, 342; comparez aussi avec le chapitre V, 113, Nro 70).

35. Notes de Copernic, témoignant de son embarras à déterminer les vrais noms et la suite des mois paléo-égyptiens (II, 38—39; VI, 139—147; X, 279—282 et passim). La plus ancienne de ces notes (II, 38) prouve que, déjà en Italie, il s'était occupé

de la théorie de la précession. (Comparez avec le N-o 18 de cette liste). Avant d'accepter la manière paléo-égyptienne de supputer le temps, si commode en Astronomie, il s'était donné beaucoup de peine pour le compter à l'aide d'années juliennes bissextiles et non bissextiles (VII, 161).

*36. Rapport sur le *„Canon chronologique“*, long autographe de Copernic, trouvé par l'auteur dans la bibliothèque de l'Université d'Upsal en 1897 (X, 244—246).

*37. Relation sur une note de Copernic fort curieuse et prouvant qu'il connaissait la révolution sidérale de l'apogée de la Lune, même avec une précision remarquable (8 ans, 311 et $\frac{11}{60}$ jours) — détail supprimé dans son oeuvre principale et regardé universellement comme la conquête des astronomes du XVII-me siècle (X, 248 et 252—253).

38. C'est dans les „Révolutions“ que l'historien rencontre pour la première fois, la résolution du triangle sphérique général dont on connaît les trois côtés et dont on cherche les angles (XI, 307—308).

39. Copernic aurait fait en 1515, d'après les éditeurs de Thorn, une seule observation du soleil; en réalité, il en a fait trois en 1515, la 1re le 26 avril, la 2me le 29 juillet, la 3me le 29 octobre; une quatrième observation fut faite le 26 janvier 1516. Ce sont précisément ces quatre observations qui conduisirent l'illustre astronome à la découverte de la mobilité sidérale de l'apogée, ainsi qu'à la découverte des variations séculaires de l'excentricité de l'orbite terrestre (XI, 309 et suiv.).

40. La théorie du mouvement de l'apogée de l'orbite terrestre et des variations périodiques de son excentricité a été composée par Copernic dans la seconde moitié de l'an 1518 au plus tôt, mais certainement avant 1523 (XI, 312).

41. Liste d'observations astronomiques faites par Copernic, extraites soit de son oeuvre principale, soit de ses notes autographes. En 1900, cette liste comprenait 63 observations dont 22 étaient mentionnées pour la première fois (XI, 317—319).

*42. L'assertion émise par plusieurs historiens qu'un certain passage des „Révolutions“ (Revolut. III, 4. note dans l'édition de Thorn), dans lequel il est question de l'ellipse et d'autres sections coniques, se rapporte au mouvement des planètes sur ces courbes est erronée. Interprétation correcte de ce passage (XII, 323—325).

43. Copernic admet, dans son admirable théorie de la précession des équinoxes, que le pôle de la terre décrit dans son mouvement périodique une courbe du quatrième degré, ressemblant à un 8 aplati et ne différant point d'une des figures acoustiques obtenues par M. Lissajous. Relation d'un témoignage manuscrit, prouvant qu'il a été conduit à cette idée par l'observation du phénomène des oscillations d'un pendule double, peut-être d'une lampe suspendue à la voûte d'une église et terminée par un pendule quatre fois plus court (XII, 325—330 et XXXII, 645—646).

44. Copernic avait pressenti déjà pendant ses études préliminaires que l'influence de la Lune sur la Terre est la cause physique des phénomènes de la précession des équinoxes (XII, 330—333).

45. Quelques-unes des notices de Copernic trouvées récemment prouvent qu'il essaya d'expliquer comment Eratosthène et Ptolémée ont pu donner pour la longueur de la circonférence terrestre des nombres très différents, quoique dans les deux cas ces nombres soient exprimés en stades. Il jugeait que cette contradiction n'est qu'apparente et qu'elle provient de ce que l'unité de mesure, bien qu'elle porte le même nom, n'est pas la même dans les deux cas (XII, 339).

46. Outre le „triquetrum" (instrumentum parallatticum) Copernic possédait dans son observatoire plusieurs autres instruments astronomiques. Ce qu'était l'instrument appelé „chorobates" dont il fait deux fois mention. Comment il observait les éclipses du Soleil (XI. 294 et suiv., 299; XII, 336—337).

47. Plusieurs livres conservés dans la bibliothèque de l'Université d'Upsal ont été apportés à Frauenbourg en 1539 par Rhaeticus pour en faire hommage à Copernic. Mr. Prowe se trompe en supposant que le donateur les avait envoyés à Copernic deux ans plus tard, c'est-à-dire après que ce dernier eût quitté la Warmie (XIII, 344).

*48. Par une analyse comparée des différents travaux de Copernic et par l'examen minutieux de l'autographe des „Révolutions", l'auteur est parvenu à fixer les principales étapes de la composition de cet ouvrage. L'auteur prouve que Copernic avait d'abord écrit les „Révolutions" d'après les principes de son premier système héliocentrique, mais qu'il y introduisit ensuite deux fois des modifica-

tions radicales, la première fois entre 1515 et 1519, la seconde entre 1523 et 1532. Plusieurs transformations moins importantes ont été faites en 1540 et 1541 durant le séjour de Rhaeticus à Frauenbourg (XIV, 350—387 et Supplém. Nro 5).

*49. Dans son premier système héliocentrique, Copernic a emprunté aux Tables astronomiques d'Alphonse X. et sans y rien changer, toutes les données numériques de ses calculs, telles qu'excentricités, lieux d'apogées du soleil et des planètes, durée de l'année tropique, mouvements moyens de la lune et des planètes, mouvement du noeud de l'orbite lunaire, durée de la grande période de la précession etc. A cette époque il était encore persuadé que les excentricités sont absolument constantes et que les positions des absides planétaires sont entièrement immobiles par rapport aux étoiles fixes. L'auteur a été amené à cette intéressante conclusion par une analyse minutieuse des notes de Copernic, tant de celles qui étaient connues avant lui que de celles qu'il a récemment découvertes (II, 45, 50—52; VII, 156—161, 163, 168—177, 193—196, 198—202; XIV, 384—387).

*50. Collection de documents et de lettres concernant Copernic (XV, 389—400). Parmi ces pièces, publiées pour la première fois, les Nros 5—7, 10, 11, 13, 14 et 17, sont d'une plus grande importance.

*51. Quel effet eut la plainte portée devant le Sénat de Nuremberg par l'évêque Tideman Gise, au sujet des falsifications du texte des „Révolutions“ dans leur première édition? Nouveau document relatif au même objet (XVI, 401—405).

*52. „Thema nativitatis“ appelé aussi „horoscope“, construit pour Copernic par un des astrologues de Nuremberg ou de Wittemberg. Deux documents nouveaux provenant du milieu du XVI-me siècle, renfermant la date de la naissance de Copernic (XVII, 406—412).

53. Plusieurs nouveaux détails sur quelques membres de la parenté de Copernic (XVIII, 413—423).

54. Collection de renseignements nouveaux ou peu connus sur l'astronome de Bologne, Dominique Maria Novara, collègue et ami de Copernic. Réfutation de l'opinion erronée de plusieurs historiens modernes, selon lesquels il s'agirait, dans les spéculations de Dominique, de l'explication du phénomène de la précession par un mou-

vement conoïdal de l'axe terrestre. En réalité, c'est Copernic qui a le premier énoncé cette idée capitale et féconde (XIX, 424—446).

55. Liste d'observations astronomiques (éclipses du Soleil et de la Lune etc.) demeurées inconnues jusqu'ici, faites par les astronomes de Cracovie dans la première moitié du XVI-me siècle. Ce recueil est assez intéressant, car parmi ces observations se trouvent précisément celles qui — par suite de l'entente de Copernic et de quelques savants de Cracovie — furent exécutées simultanément à Frauenbourg et à Cracovie pour déterminer la différence de la longitude géographique entre ces deux villes (XX, 449—478). L'auteur y ajoute quelques détails nouveaux sur Bernard Wapowski, ami de Copernic.

56. D'après une notice contemporaine de Copernic, trouvée récemment par l'auteur sur un incunable astronomique de la bibliothèque Jagellonnienne à Cracovie, l'astronome aurait séjourné dans cette ville au printemps de l'an 1504, vraisemblablement à l'occasion de son retour de l'Italie à Warmie (XX. 460—464).

57. L'auteur prouve que des relations intimes existèrent entre Caelio Calcagnini et le médecin Joannes Benedicti Solpha, l'un des amis de Copernic. Il met ensuite en évidence que ce fut sans doute le dr. Solpha, plutôt que Dantiscus, qui communiqua à Calcagnini (à Cracovie, en 1518) la nouvelle de la découverte capitale de Copernic, et que l'humaniste de Ferrare répandait cette idée comme la sienne propre, en en cachant la vraie source et d'une manière tout-à fait confuse (XXI, 480—490).

*58. Par un hasard heureux l'auteur découvrit deux vieilles copies de *l'Épitre de Copernic à Wapowski* (c'est-à-dire du traité de Copernic contre Jean Werner), provenant toutes deux de la seconde moitié du XVI-me siècle. La première se trouve dans un convolut mixte de la bibliothèque Bodleiana à Oxford, l'autre appartient aujourd'hui à la bibliothèque de l'observatoire royal à Upsal. Outre ces deux copies, l'auteur en trouva une troisième, exécutée en 1839 d'après la plus ancienne copie (de 1531), qui était conservée jadis dans la bibliothèque de l'université de Strasbourg et qui fut détruite dans un incendie pendant le siège de cette ville par les troupes allemandes en 1870. Collation de ces trois textes avec la dernière édition de la lettre susdite; les variantes (XXII. 492—509).

59. Etude de plusieurs notes autographes de Copernic, trouvées dans deux livres d'Astronomie qui ont d'abord appartenu à Hildebrand Ferber († 1530) frère aîné de Maurice Ferber, évêque de Warmie, puis à Copernic lui-même. De l'examen de ces notes, ainsi que de celles dues à H. Ferber, (celles-ci sont très nombreuses, l'auteur n'en cite qu'une très petite partie) il résulte avec certitude que cet astrologue-alchimiste connaissait personnellement Copernic et qu'il entretenait avec lui des relations à Frauenbourg de 1526 à 1530 (XXIII, 510-524).

60. Plusieurs détails concourent à confirmer l'hypothèse émise par M. le prof. Curtze, à savoir que Copernic est l'auteur d'un opuscule, aujourd'hui perdu, sur la grande comète de l'an 1533 (XXIV, 525—532. Comparez avec le N. 30 de ce registre).

*61. L'auteur démontre l'existence d'une relation étroite et causale entre deux faits bien connus, mais que l'on considérait comme indépendants l'un de l'autre: l'exposition de la découverte de Copernic au pape Clément VII par J. Alb. Widmanstadt en 1533 et la lettre du cardinal Nicolas Schomberg à Copernic en 1536. Selon toute vraisemblance, Copernic fit la connaissance de Schomberg dès 1518, c'est-à-dire dès le temps où ce dernier, alors Frère-Prêcheur, remplissait les fonctions de nonce diplomatique du pape Léon X en Pologne et en Prusse (XXV, 533—545).

*62. Plus d'un demi siècle avant Laurent Susliga S. J., Jean Kepler et l'éminent chronologiste Denis Pétau S. J., Copernic avait découvert le fait, presque généralement admis aujourd'hui, que Jésus-Christ naquit dans la quatrième année de l'ère chrétienne vulgaire (XXV, 550).

63. Le 7 juin 1518 Copernic séjourna à Cracovie (XXVI, 551). Cette conclusion, extraite d'une notice autographe malheureusement très laconique, demande confirmation.

*64. En 1534, le 29 janvier, Copernic observe à Cracovie une éclipse de Lune. Ce fait, établi d'une façon certaine par une note autographe du grand astronome, était ignoré jusqu'ici (XXVI, 553).

65. L'observation de l'éclipse partielle du Soleil par Copernic, le 21 août 1541, fut la dernière de ses observations, du moins de celles que l'on connait aujourd'hui. Les nombres concernant cette observation sont conservés dans une notice autographe, à la bibliothèque de l'observatoire royal à Upsal (XXVI, 555).

*66. Rapport sur une série de notices autographes de Copernic, inconnues jusqu'ici, renfermant les résultats de dix observations d'éclipses du Soleil et de la Lune, faites par Copernic à diverses époques depuis 1518 jusqu'à 1541. (XX, 478—479; XXIII, 522; en détail XXVI, 546—556).

67. Les glosses marginales de Copernic sur plusieurs livres provenant de l'ancienne bibliothèque de Frauenbourg, dont la plus grande partie a été emportée à Upsal, permettent d'ajouter à la liste des auteurs anciens dont il avait lu les oeuvres, les noms suivants: Boëthius (de consolatione), Apuleius Platonicus Madaurensis, Hérodote, Aemilius Probus, Strabon (Géographie), Plinius (Epistolae), Ptolémée (Géographie) et Cléomède (Cyclica inspectio metheororum). (XII, 337—347; XXVII, 557—558).

68. Plusieurs notices de Copernic, encore inédites, sur la médecine. La liste des auteurs en médecine dont il avait étudié les traités, doit être augmentée des noms suivants: Hippocrate, Alexandre Benedicti, Galenus, Paulus Aegineta et Bartolomeo Montagnana. Idées originales de Copernic sur la théorie de la médecine (XXVIII, 569 et suiv., 579—581).

*69. Vers la fin du mois d'août de l'année 1526, Copernic séjourna à Dantzig. Ce nouveau détail biographique, quoique secondaire, présente néanmoins quelque intérêt par le fait qu'il trouva dans cette ville deux de ses amis, Bernard Wapowski et le docteur Solpha (XXVIII, 574—575).

70. Nouvelle recette médicale de Copernic et notice prouvant qu'il avait aussi guéri des femmes (XXVIII, 577).

71. Collection de nombreux et nouveaux détails sur George Joachim Rhaeticus, provenant soit de divers manuscrits, soit de livres rares. Son commerce épistolaire, lettres contenant des mentions de sa personne etc. (XXIX, 582—621).

72. Le voyage de Rhaeticus en Warmie avait été projeté et décidé en avril 1539 chez son ami, le docteur en médecine Achille Gassarus à Feldkirch (XXIX, 583—586).

73. Un biographe moderne de Copernic a prétendu que le vénérable professeur de l'Université de Cracovie, Jean Broscius, avait „enlevé“ de Warmie un recueil considérable de lettres concernant Copernic. Ce soupçon est complètement denué de fondement; il est au contraire certain que Broscius les avait copiés à Heils-

berg[1]). On a des raisons de croire que ce recueil de copies existait encore en 1785 (XXIX. 597; XXXII. 653—654; XXX. 664).

74. Le commentaire inédit d'Erasme Reinhold sur l'oeuvre principale de Copernic, regardé comme perdu, existe encore aujourd'hui en un manuscrit autographe dans la bibliothèque royale de Berlin, de même qu'un autre traité (imprimé) de Reinhold, intitulé Hypotyposes etc., que l'on croyait de même perdu. Plusieurs passages du commentaire susdit prouvent que Reinhold avait connu l'autographe des „Révolutions" avant que cette oeuvre ne fût imprimée (XXX, 622—633).

*75. L'auteur a trouvé dans la bibliothèque Paulino-Albertina de Leipzig le plus ancien témoignage de la falsification de la Préface des „Révolutions" commise par Osiandre, témoignage provenant d'une notice autographe de Jérôme Schreiber de Nuremberg et un poëme autographe inconnu: „In Opus Revolutionum Nicolai Copernici" composé par Kepler en 1598 (XXXII, 647—652).

76. La gravure en bois, exécutée vers la fin du XVI-me siècle par Sab. Kauffmann à Wittemberg, regardée comme authentique, n'est qu'une reproduction infidèle d'une gravure de Nicolas Reussner; celle-ci a été faite d'après une peinture à l'huile conservée sur la tour de la cathédrale de Strasbourg — peinture qui, d'après l'inscription ancienne qu'elle porte au dos, est reconnue être une copie directe, faite par Tobie Stimmer, du portrait original de Copernic, peint par lui-même (XXXIV, 669—673).

---

24. M. L. SZAJNOCHA m. c. **O pochodzeniu oleju skalnego w Wójczy, w Królestwie Polskiem.** *(Ueber den Ursprung des Erdöls in Wójcza im Königreich Polen).* *(Sur l'origine du pétrole à Wójcza, Royaume de Pologne).*

Der Verfasser bespricht das schon seit mehr als 20 Jahren bekannte Erdölvorkommen in Wójcza im Gouvernement Kielce, erörtert den Ursprung des dortigen, sowohl in miocänen Thonen

[1]) Les trois prétendues expéditions de pillage („drei Plünderungszüge") de Broscius ne sont qu'une invention du même écrivain, car il est certain que Broscius n'a été à Warmie qu'une seule fois, en 1618.

wie auch in dem obercretacischen Mergel unmittelbar am Nordrande der Weichsel-Tiefebene auftretenden, äusserst dickflüssigen, dunkelbraunen und etwas schwefelhaftigen Erdöles und kommt zum Schlusse, dasselbe wäre karpathischen Ursprunges und sein Auftreten stehe im directen Zusammenhange mit dem tectonischen Baue der grossen vorkarpathischen Grabensenkung, d. h. der nordwestgalizischen Tiefebene, an deren südlichem Rande an einigen Punkten die mit dem Erdöle genetisch verbundenen Menilitschiefer, an dem Nordrande dagegen die ausserkarpathischen, die Grundwässer und das Erdöl stauenden Kreidemergel zu Tage treten.

---

25. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

„Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności. Serya III, tom 1, ogól. zbioru tom 41. A. Nauki matematyczno-fizyczne". *(Travaux de la Classe, III. Série, Vol. 1 A. Sciences mathématiques et physiques, 3 planches et 4 gravures)*, 8-o, p. 552.

„Rozprawy Wydziału matematyczno-przyrodniczego Akademii Umiejętności. Serya III, tom 1 B, ogól. zbioru tom 41 B. Nauki biologiczne". *(Travaux de la Classe, III. Série, Vol. 1 B. Sciences biologiques, 22 planches et 12 gravures)*, 8-o p. 693.

L. Bruner. „O dysocyacyi wodzianu i alkoholanu chloralu w roztworach". *(Sur la dissociation de l'hydrate et de l'alcoolate de chloral en dissolution)*, 8-o, p. 13

Vl. Kulczyński. „Species Oribatinarum (Oudms) (Damaeinarum Michael) in Galicia collectae. Accedunt tabulae duae", 8-o, p. 50.

L. Marchlewski. „Ze studyów nad chlorofilem". *(Études sur les dérivés de la chlorophylle)*, 8-o, p. 6.

A. M. Przesmycki. „O paru rodzajach pierwotniaków pasorzytujących we wrotkach *(Rotatoria)*". *(Sur quelques Protozoaires parasites des Rotifères)*, 8-o, p. 47.

J. Rajewski. „O funkcyach hypergeometrycznych rzędu wyższego i ich przekształceniach". *(Sur les fonctions hypergéométriques d'ordre supérieur et sur les cas de dégénérescence de ces fonctions)*, 8-o, p. 50.

M. Rybiński. „Coleopterorum species novae minusve cognitae in Galicia inventae. Accedunt tabulae duae", 8-o, p. 8.

M. Strzelecka. „Przyczynek do znajomości homologów desoksybenzoiny". *(Contribution à l'étude de la désoxybenzoïne)*, 8-o, p. 6.

A. W. Witkowski. „Spostrzeżenia nad elektrycznością atmosferyczną w Zakopanem". *(Note sur l'électricité atmosphérique à Zakopane dans les Tatras)*, 8-o, p. 8.

S. Zaremba. „Przyczynek do teoryi pewnego równania fizyki matematycznej". *(Contribution à la théorie d'une équation de la Physique)*, 8-o, p. 17.

Nakładem Akademii Umiejętności
pod redakcyą Sekretarza Wydziału matem.-przyr. Dra Józefa Rostafińskiego.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego

22 Kwietnia 1902

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« (*Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires*), in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« (*Classe de philologie. Séances et travaux*), in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« (*Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux*), in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL (vol. I, II, XIV épuisés, 61 pl.) — 250 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« (*Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne*), in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« (*Comptes rendus de la Commission de linguistique*), in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« (*Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne*), in 8 vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« (*Bibliothèque des auteurs polonais au XVI et XVII siècle*), in 8-vo, 38 livr. 40 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski e J. Szujski; A. Lewicki 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV. Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed V Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« (*Anciens monuments du droit polonais*) in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« (*Mémoires*), in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« (*Séances et travaux*), in 8-vo, 33 vol. 241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« (*Comptes rendus de la Commission de physiographie*), in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« (*Atlas géologique de la Galicie*), in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« (*Comptes rendus de la Commission d'anthropologie*), in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« (*Les populations riveraines de la Raba en Galicie*), in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« (*Histoire de l'infanterie polonaise*), in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo. 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« (*Annuaire de l'Académie*), in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« (*Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888*), 8-vo, 1889. — 4 k.

12,229

N° 4. AVRIL 1902.

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemand ou en latin, des travaux présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction de M. Ladislas Natanson,
Membre délégué de la Classe des Sciences mathématiques et naturelles.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

JUN 23 1902

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 4. Avril 1902.

Sommaire: 26. M. L. MARCHLEWSKI. Comparaison de la phylloporphyrine et de la mésoporphyrine.
27. M. L. MARCHLEWSKI. Matières colorantes obtenues par l'action de l'isatine sur les extraits d'Isatis tinctoria.
28. M. L. BIER et M. L. MARCHLEWSKI. L'absorption des rayons ultraviolets par les matières colorantes de la bile, l'urobiline et le protéinochrome.
29. M. S. NIEMENTOWSKI. Sur les dérivés amidinés de l'anhydride anthranilique.
30. M. C. ZAKRZEWSKI. Sur les oscillations d'un disque plongé dans un liquide visqueux.
31. M. M. SEŃKOWSKI. Sur une méthode pour servir à l'étude de la fonction de sécrétion du foie.
32. M. A. KORCZYŃSKI et M. L. MARCHLEWSKI. Contribution à la Chimie de l'isatine.
33. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 14 Avril 1902.

Présidence de M. F. KREUTZ.

26. M. L. MARCHLEWSKI m. c. **Filoporfiryna i mezoporfiryna** (***Phylloporphyrin and mesoporphyrin, a comparison***). *(Comparaison de la phylloporphyrine et de la mésoporphyrine).*

It is well known that the absorption spectra of haematoporphyrin and phylloporphyrin resemble each other very closely, the chief difference observed being, that all the bands of haematoporphyrin are shifted slightly towards the red end of the spectrum.

Assuming that the chemical difference between these two substances is caused by two hydroxyl groups, the shifting of the haematoporphyrin bands towards the red is in accordance with a rule deducted from the study of absorption spectra of colouring matters of known constitution, that the hydroxyls, being so called bathochromic groups, have on absorption bands the influence stated. The study of mesoporphyrin, which is derived from haematoporphyrin by substituting a hydroxyl by hydrogen, was therefore of special interest.

It could be expected that the removal of a hydroxyl group from the haematoporphyrin molecule and substituting it by a hy-

drogen atom would cause the formation of a substance with absorption bands moved towards the violet end of the spectrum, i. e. the spectrum of mesoporphyrin will resemble even more that of phylloporphyrin than does its mothersubstance, haematoporphyrin. The comparison of the spectra of mesoporphyrin and phylloporphyrin has indeed shown that the difference between the two is infinitesimal, scarcely measurable by methods hitherto applied in such cases.

This result differs from the result of Nencki and Zaleski[1]), inasmuch as these authors did not notice any difference in the absorption spectra of haematoporphyrin and mesoporphyrin. The preparing of solutions of mesoporphyrin is somewhat tedious, as this substance when applied in the crystalline state dissolves in various solvents only with great difficulty. I found this difficulty can be overcome in the following manner. Mesoporphyrin is dissolved in alcoholic potash, the solution diluted with water, acidulated with acetic acid and quickly extracted with ether.

In this manner strongly coloured solutions are obtained which may be afterwards diluted as required.

The measurement of wavelengths obtained for the absorption bands of equally strongly coloured solutions of phylloporphyrin and mesoporphyrin are as follows:

	Phylloporphyrin	Mesoporphyrin
I	λ 625 — λ 620	λ 626 — λ 622
II	λ 616 — λ 610	λ 618 — λ 611
III	λ 600 — λ 595	λ 601 — λ 596
IV	λ 581 — λ 573	λ 582 — λ 573
V	λ 570 — λ 566	λ 572 — λ 567
VI	λ 536 — λ 520	λ 537 — λ 522
VII	λ 506 — λ 478	λ 508 — λ 479

The absorption of the violet and ultraviolet rays caused by these two substances are also identical. Phylloporphyrin has been studied in this respect before by my friend Mr. C. A. Schunck.

I have found in the spectrum of mesoporphyrin two bands, the position of one of them corresponds exactly to the position of the double band observed by Mr. Schunck in highly diluted phyllo-

[1]) Bull. international de l'Académie des Sciences de Cracovie. Classe des Sciences mathém. et natur., 1901, p. 217.

porphyrin solutions just past the kβ line, and a second just past the thallium line. I was therefore induced to repeat these experiments with phylloporphyrin and again found the two bands in exactly the same position.

Mr. Schunck had also the kindness to examine his old plates of the phylloporphyrin spectrum and found that the two bands are present, but they were not mentioned in his very interesting paper on the subject. Concerning the double band past the kβ line I have been unable to find a split even at considerable dilution, but it is quite possible that I have not been lucky enough to just hit the correct concentration. The second band in the more refrangible part of the spectrum (past the thallium line) may be also found in the haematoporphyrin spectrum, but both bands are moved somewhat towards the red end of the spectrum.

Acid solutions. As will be seen from the reproduction of a photo taken on a spectrum plate of Messrs. Cadett and Neal, the spectra caused by acid solutions of mesoporphyrin and phylloporphyrin are identical.

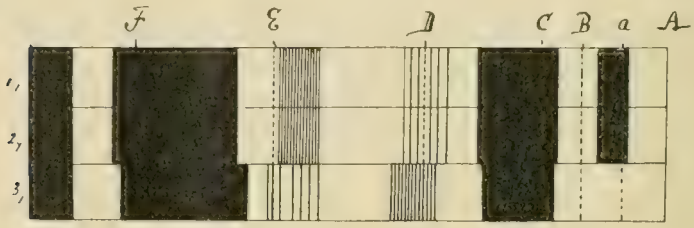
The acid haematoporphyrin solutions cause, as is well known, also three bands, which are shifted slightly towards the red end.

In more concentrated acid solutions all the three porphyrins cause, in addition to the bands shown by the photo, two very faint bands in front of F.

The absorption in the ultraviolet part is characterised in the case of haematoporphyrin and phylloporphyrin, as shown by C. A. Schunck, by a band past the kβ line. Mesoporphyrin shows exactly the same band as phylloporphyrin.

The action of bromine on mesoporphyrin and phylloporphyrin. The study of the behaviour of mesoporphyrin towards bromine had a special interest. As is well known, the chief difference which characterises haematoporphyrin as compared with phylloporphyrin is that the product obtained by the action of bromine on the former lacks an absorption band in the extreme visible red. It has been shown that mesoporphyrin resembles phylloporphyrin still more closely than haematoporphyrin, and it could therefore have been expected that „bromomesoporphyrin“ would show the additional band which we missed in the spectrum of „bromohaematoporphyrin“. These expectations have indeed been justified, as will be seen from the appended drawing showing

the absorption spectrum of solutions obtained by treating the three porphyrins with bromine in the manner described by Mr. Schunck and myself [1]).



1., phylloporphyrin + Br
2., mesoporphyrin + Br
3., haematoporphyrin + Br

The stated properties of mesoporphyrin may be taken as a proof of the contention, previously expressed, that by removing hydroxyls gradually from the molecule of haematoporphyrin and substituting hydrogen we shall in the end obtain phylloporphyrin.

The electrolytic dissociation of haematoporphyrin salts. By a method identical with the one used in the case of phylloporphyrin salts[2]), it is possible to show that haematoporphyrin salts dissociate ellectrolytically in aqueous solutions. Haematoporphyrin is a weaker base than phylloporphyrin and, in order to prevent hydrolytic dissociation, it is necessary to apply solutions containing a greater excess of free acids than in the former case. The reproduction of photographs on plate II show that the absorption spectra are identical, no matter what acid has been used to neutralise the colouring matter.

[1]) Journ. chem. Society, London 1900, p. 1091.

[2]) Bull. Intern. de l'Académie des Sciences de Cracovie, Classe des Sciences mathématiques et naturelles, 1902, p. 5.

27. L. MARCHLEWSKI m. c. **Barwiki, otrzymane przy działaniu izatyny na wyciągi Isatis tinctoria.** *(On colouring matters obtainable by the action of isatin on extracts of Isatis tinctoria). (Matières colorantes obtenues par l'action de l'isatine sur les extraits d'Isatis tinctoria).*

Isatis tinctoria contains, as shown by Dr. E. Schunck, a substance which under certain conditions splits up yielding indigotin and sugar. Some years ago, when engaged in the study of the constitution of glucosides in general, I expressed the opinion that indican is a glucoside of indoxyl. an opinion which has been proved to be correct by Hoogewerff and ter Meulen in their brilliant experimental research on Polygonum tinctorium[1]). The authors have isolated from this plant a crystalline body which is hydrolised under the influence of acids yielding glucose and indoxyl, which latter in its turn is oxidised under the influence of air giving indigotin. About the same time Beijerinck[2]) had also paid attention to the chemistry of indigo producing plants, and arrived at the conclusion that not all these plants contain the glucoside of indoxyl, but that on the contrary Isatis tinctoria does not contain this glucoside at all, but free indoxyl. These results were very unexpected, especially considering that Dr. Schunck, who for the first time put forward the glucoside nature of indican, based his views upon results obtained from the study of this plant.

Beijerinck supports his contention by the following observations. If extracts of Indigofera leptostachya or Polygonum tinctorium are treated with isatin at elevated temperature, a formation of indirubin, the condensation product of indoxyl and isatin, will take place only after treating the said extracts with acids, the rôle of these acids being to split up the preexisting glucoside into indoxyl and glucose. Now, using an extract of Isatis tinctoria the formation of indirubin takes place without previous treatment with acids, and it may be inferred from this fact, that Isatis tinctoria contains free indoxyl and not a compound of it.

The action of isatin on extracts of woad has been studied

[1]) Koninklijke Akademie van Wettenschappen te Amsterdam. Proceedings etc. 1900, p. 520.

[2]) l. c. 1899, p. 120.

some years ago by Dr. Schunck[1]); his results did not agree with those obtained by Beijerinck, and I have been enabled to clear up the cause of the differences of these two observers. Beijerinck's experiment is carried out as follows. Fresh leaves of Isatis tinctoria are thrown into boiling water and the mixture kept at the boil for some minutes, filtered off and the filtrate treated at once with an aqueous solution of isatin. Very soon there is formed a red precipitate, which is collected on a filter, washed well with water and dried. The colouring matter obtained is next crystallised twice from boiling acetic acid. It does not differ in any respect from indirubin obtained by Baeyer's synthesis and possesses the same composition as will be seen from the following analysis.

O. 1024 gr. gave 0.0378 gr. H_2O and 0.2757 gr. CO_2
found 4.10% H_2O a 73.43% C
calcul. for $C_{16}H_{10}N_2O_2$ 3.85% „ 73.28%

Quite a different result is obtained when operating with dried leaves, that is, when the conditions are observed which led Dr. Schunck to the discovery of indican. I operated as follows. Leaves of Isatis tinctoria which were left to dry first at ordinary temperature and then in a water stove were pulverised and extracted with boiling alcohol. The filtrate was evaporated under reduced pressure, the residue extracted with boiling water, filtered and the filtrate boiled with a solution of isatin. There was formed after some time a dark precipitate which was filtred off, washed with boiling water, then with a dilute solution of caustic soda and again with water. The dry colouring matter was next dissolved in boiling phenol, filtered and the solution precipitated with ether, quickly filtered off and dried. The colouring matter which may for the present be called isatocyanin possesses the following properties. It represents a blackish brown powder easily soluble in acetic acid with a blue colour, with greater difficulty in alcohol and ether, and insoluble in alkalis. In conc. sulphuric acid it dissolves at first with a yellowish colour but after standing the solution turns blue. The following table contains some of the characteristic reactions of indirubin and isatocyanin; it will be seen that the two colouring matters differ very materially in many respects.

[1]) Comp. Chem. News. 1900, p. 176.

	Indirubin	Isatocyanin.
Solubility in glacial acetic acid	dissolves easily with a magenta colour	easily with a blue colour, which disappears on standing.
absorption spectrum	a band in the green part of the spectrum	a band in the yellow part of the spectrum.
solubility in alcohol.	with difficulty giving magenta coloured solution	with great difficulty The blue colour fades away quickly
solubility in conc sulphuric acid.	at first reddish brown, on heating magenta colour	at first yellowish, the solution becomes on standing blue.

I had not enough of isatocyanin to make a complete analysis, but the appended nitrogen determinations of two independently prepared samples seem to show that the method of purifying mentioned above leads to a definite chemical individuum.

1) 0.1174 gr. gave 9.7 cm^3 ($t = 14^0$ $p = 748$ mm) corresponding to 9.56 % N

2) 0.1100 gr. gave 8.8 cm^3 ($t = 12^0$ $p = 747$ mm) corresponding to 9.32 % N.

As regards the chemical nature of isatocyanin I have no suggestions to offer. I may however mention that it resembles somewhat the colouring matter obtained by the action of pyrroline on isatin, and of acetic anhydride on the condensation product of piperidine with isatin. The two latter substances are bye the by not identical, as was supposed by Schotten, as may be seen by comparing the absorptions caused by them in the spectrum. The colouring matter obtained from piperidine and isatin causes a band with a maximum intensity at λ 618—661. The colouring matter from pyrroline and isatin causes general absorption of the red but no bands. Isatocyanin causes a band with a maximum intensity on the sodium line.

The facts described above tend to show that the chemical compositions of dried and fresh leaves of Isatis tinctoria vary very considerably.

That the extracts of dried leaves contain a substance which under certain conditions produces indigotin, follows from the clas-

sical researches of Dr. Schunck, and further researches are necessary to clear up the nature of the substance which yields in the presence of isatin isatocyanin, as well as to establish definitely Beijerinck's contention, that Isatis tinctoria does contain free indoxyl. Schunck [1]) pointed out, that in case Beijerinck's views were correct an extract of the leave of the plant ought to yield indigotin on passing air through it, as a matter of fact he could notice no formation of the colour. Against Beijerinck's contention may be put still another objection: that it is not impossible, that isatin dissolved in boiling water partly forms isatic acid, the hydrogen ions of which may cause hydrolytic action. One thing however to my mind has been proved by the experiment of Beijerinck, namely that the indigoproducing substances present in Isatis on the one hand and in Indigofera and Polygonum tinct. on the other are not identical, although indoxyl is the intermediate product in all cases.

---

28. M. L. BIER et M. L. MARCHLEWSKI m. c. **Absorbcya ultrafioletowych promieni przez barwiki żółci, urobilinę i proteinochrom.** ***(Absorption of ultra-violet rays by bilirubin, biliverdin, urobilin and proteinchrom).*** *(L'absorption des rayons ultraviolets par les matières colorantes de la bile, l'urobiline et le protéinochrome).*

It is well known that the colouring matter of the blood and its derivatives, as well as chlorophyll and its derivatives, cause in the ultraviolet part of the spectrum very characteristic absorption bands. According to Hartley [2]) and his co-workers the absorption of ultraviolet rays is a preeminently constitutional property of substances, and it might therefore have been expected that in the face of the proved [3]) convertibility of haematogenic urobilin, which is undoubtedly closely related to the hepatic urobilin, — the colouring mat-

[1]) l. c.

[2]) Proc. Royal Society **28**, 233, **29**, 290. Phil. Trans, **170**, 257. Proc. Royal Society **31**, 1. Journal chem. Society, **47**, 685. Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch. **18**, 592, Journ. chem. Society, **50**, 58, Journ. chem. Society, **53**, 641. Ber. der deutsch. chem. Gesellsch. **21**, 689. etc.

[3]) Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie. Classe des Sciences mathématiques et naturelles 1901, p. 277.

ters extracted from the gall, and their derivatives, which, with the exception of urobilin, do not cause any characteristic absorption in the visible part of the spectrum, will cause in the more refrangible part bands, similiar to chlorophyll and haemoglobin or their derivatives. Our investigations do not confirm this supposition.

Neither bilirubin, or urobilin and biliverdin studied in various solvents cause any characteristic absorption bands in the ultraviolet. Proteinchrom which might be, according to Nencki's hypothesis, the mothersubstance of the blood colouring matter behaved similarly. This result alters, to a certain extent, the conclusions drawn from the very important researches of Hartley. It seems that the absorption of ultraviolet rays does not in the first instance depend upon the constitution of the nucleus forming the base of complicated substances, but is caused rather by certain atomic groups, which may not be present in all the derivatives of the same mothersubstance. This explains the totally different behaviour of urobilin and phylloporphyrin or haematoporphyrin. The next conclusion to be drawn is that urobilin, which is formed so easily by oxidation of haemopyrrolline, obtained from haematoporphyrin or phyllocyanin, and also the other gall colouring matters, must differ constitutionally far more from the chromogen of the blood colouring matter, than does the latter from chlorophyll.

The photographs, reproductions of which accompany this paper, were obtained with an apparatus constructed by A. Hilger of London. A train of two quartz lenses and an Iceland spar prism were used. The solutions were placed in a cell with quartz facings. The source of light was an Auer-Welsbach burner, the photographic plates were the lightening plates of Messrs. Cadett and Neal of Surrey, England.

The material. Bilirubin and biliverdin were procured from E. Merck, urobilin we made ourselves by Hoppe-Seylers method, or by oxidation of haemopyrroline obtained from phyllocyanin, proteinchrom, by selfdigestion of pancreatic glands according to Kurajeff's prescription.

The results. Bilirubin which, as is well known, is very imperfectly soluble in alcohol has been studied in chloroformic solutions and also in alcoholic alkaline. Various photographs disclosed no characteristic absorption bands in the ultraviolet but only

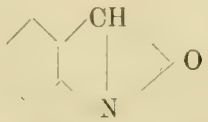
a total endabsorption. Biliverdin has been studied in alcoholic solutions, no characteristic band being observed.

Urobilin and proteinchrom were dissolved in alcohol and photographs of various concentrations taken, the result being, so far as characteristic bands were concerned, negative. The reproduction of photographs shown on plates A, I, II, III, and B I illustrate the totally different behaviour of the above colouring matters towards the ultraviolet rays as compared with blood colouring matter or chlorophyll derivatives.

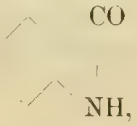
---

29. M. S. NIEMENTOWSKI m. c. **Amidynowe pochodne bezwodnika antranilowego.** ***(Amidinartige Derivate des inneren Anhydrides der Anthranilsäure).*** *(Sur les dérivés amidinés de l'anhydride anthranilique)*

Seitdem durch die neuesten Untersuchungen von Bamberger und Demuth [1]) die Formel



als Ausdruck der Constitution des Anthranils viel wahrscheinlicher geworden ist als die früher gebrauchte



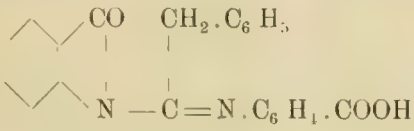
verdienen die Derivate des wahren Anhydrides der Anthranilsäure erhöhtes Interesse. Solche am Stickstoffatom des Anhydrides substituierten, der Klasse der Amidine angehörenden Derivate, sind vor längerer Zeit von Kowalski und Niementowski [2]) und neuerdings von letzterem in grösserer Anzahl aufgefunden worden.

Durch mehrtägiges Erhitzen der Anthranilsäure mit Phenyles-

[1]) Eug. Bamberger u. Ed. Demuth: Ber. d. chem. Ges. **34**. 4015 [1901].

[2]) Mieczysław Kowalski i Stefan Niementowski: Rozpr. XXXIII. 120 i Ber. d. chem. Ges. **30**. 1186. [1897].

sigsäure oder phenylessigsaurem Aethylester entsteht das bei 283° schmelzende Phenylaethenyldianthranilsäureanhydrid



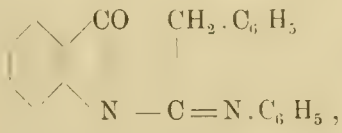
in einer kaum 2·5% der Menge der Ausgangsmaterialien erreichenden Ausbeute, neben viel Phenylacetanilid und wenig eines olivengrün fluorescierenden, näher nicht untersuchten Körpers. Grünlich gelbe längliche Blättchen, in Benzol und Alkohol sehr schwer, in Aceton und Eisessig etwas leichter löslich. Das Platinsalz $(C_{22}H_{16}N_2O_3)_2 . H_2PtCl_6$ schmilzt mit Zersetzung bei 256 bis 258°.

Durch längeres Kochenlassen der alkalischen Lösung addiert der Körper 1 Mol. Wasser und liefert die Phenylaethenyldianthranilsäure

$$C_6H_5CH_2 . C\begin{cases} N . C_6H_4 . COOH \\ NH . C_6H_4 . COOH . \end{cases}$$

Farblose Stäbchen, die mit Aufschäumen bei 190° schmelzen und in organischen Solventien leicht löslich sind. Silbersalz, $C_{22}H_{16}Ag_2N_2O_4$, weisser, lichtempfindlicher Niederschlag.

Durch Erhitzen mit concentrierter Salzsäure im zugeschmolzenen Rohre auf 210° verliert der bei 283° schmelzende Körper ein Molekel Kohlensäure und ergiebt ein Phenylaethenylanilantranilsäureanhydrid

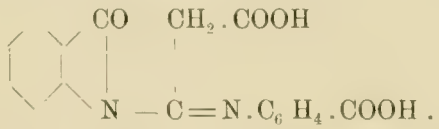


welches in seideglänzenden weissen Nadeln krystallisiert, bei 229° schmilzt und in organischen Solventien löslich ist.

Die Condensation der Anthranilsäure mit Malonsäureäthylester erfolgt verschieden, je nachdem die Componenten in aequimolekularem Verhältnis oder 2 Mol. Anthranilsäure auf 1 Mol. Ester zur Reaktion gelangen.

In ersterem Falle entsteht in einer Ausbeute bis zu 20% der Masse der ursprünglichen Componenten nach der Gleichung

$2\,C_7H_7NO_2 + C^7H_{12}O_4 = C_{17}H_{12}N_2O_5 + 2\,C_2H_6O + H_2O$ das Anhydrid der Methenyldianthranilessigsäure

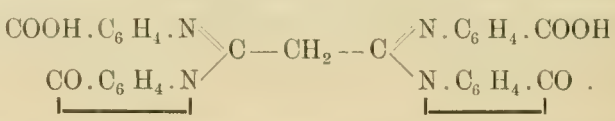


ein in sämmtlichen Solventien entweder unlöslicher, oder äusserst schwer löslicher, in mikroskopischen Platten (bei 302° Schm. mit Zersetzung) krystallisierender Körper, welcher durch mehrstündiges Erhitzen in alkalischer Lösung zur entsprechenden Methenyldianthranilessigsäure

$$COOH.CH_2.C\begin{cases} N.C_6H_4.COOH \\ NH.C_6H_4.COOH \end{cases}$$

aufgespalten wird. Diese letztere bildet in organischen Solventien und in heissem Wasser leicht lösliche, bei 190° mit Aufschäumen schmelzende feine Stäbchen.

Aus der Condensation von 2 Mol. Anthranilsäure mit 1 Mol. Malonsäureester geht nach der Gleichung $4\,C_7H_7NO_2 + C_7H_{12}O_4 = C_{31}H_{20}N_4O_6 + 2\,C_2H_6O + 4\,H_2O$ das Di-Anhydrid der Malontetranthranilsäure hervor



Ausbeute bis 30%. Gelbliche Nadeln, Schmelzpunkt mit Aufschäumen bei ca. 275°, schwer löslich in Eisessig, löslich in Phenylhydrazin. Durch mehrstündiges Kochenlassen in alkalischer Lösung ergiebt es die zugehörige Malontetranthranilsäure

$$CH_2 = \left[-C\begin{cases} N.C_6H_4.COOH \\ NH.C_6H_4.COOH \end{cases} \right]_2 ;$$

weisse, unter Aufschäumen bei 263—265° schmelzende Nadeln. In organischen Solventien sehr schwer löslich; in Laugen löslich, in verdünnten Säuren unlöslich.

30. M. C. ZAKRZEWSKI. **O oscylacyi krążka w płynie lepkim.** *(Sur les oscillations d'un disque plongé dans un liquide visqueux).* Mémoire présenté par M. L. Natanson m. t.

Dans la présente note nous admettrons la théorie de la viscosité indiquée par Maxwell et qui, depuis, a été développée et approfondie par le prof. L. Natanson [1]). Nous nous proposons de l'appliquer au cas particulier d'un disque plan qui, suspendu par un fil élastique, oscille au sein d'un liquide.

On sait que le problème auquel nous venons de faire allusion a été traité par Maxwell [2]), par MM. O. E. Meyer [3]), Th. Schmidt [4]) et par d'autres savants, en partant de la théorie habituellement admise de la viscosité. Ces travaux nous ont servi de point de départ. Nous admettrons que le disque est assez mince et que son diamètre est assez grand pour qu'on puisse négliger l'influence exercée par le bord.

Dans ces conditions, le mouvement du liquide et du disque est déterminé par la vitesse angulaire ψ qui, pour une molécule du liquide, ne dépend que de sa distance au plan du disque. Prenons pour origine des coordonnées O le centre du disque, dirigeons l'axe des z de haut en bas suivant la verticale et choisissons pour plan des (x, y) le plan du disque. La vitesse d'un point du liquide dont la distance à l'axe Oz est égale à r a pour composantes parallèles aux axes des x et des y

$$u = -\psi y$$

$$v = \psi x.$$

Nous admettrons

1) que le liquide n'est soumis à l'action d'aucune force autre que celle de la viscosité;

2) que le liquide est incompressible et que par conséquent la pression hydrostatique au sein du liquide est constante;

3) que le mouvement est extrêmement lent en sorte que l'on peut négliger les produits de la vitesse par ses dérivées.

[1]) L. Natanson: Bull. Intern. de l'Académie des Sc. de Cracovie, Février 1901 et Janvier 1902.

[2]) Maxwell: Phil. Trans., Vol. 156, pag. 249.

[3]) Oscar E. Meyer: Crelle's Journal, vol. 59, p. 229.

[4]) Th. S. Schmidt: Wied. Ann., Vol. 16, p. 633.

Dans ces hypothèses u et v vérifient les équations suivantes

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{1}{T}\frac{\partial u}{\partial t} - A^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{1}{T}\frac{\partial v}{\partial t} - A^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0.$$

T désignant la durée du temps de relaxation pour le liquide en question et A^2 le rapport de la rigidité à la densité [1]). Ces équations donnent, pour la vitesse angulaire ψ, l'équation suivante:

$$1) \qquad \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{1}{T}\frac{\partial \psi}{\partial t} - A^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0.$$

Elle a la même forme que les précédentes: c'est l'équation connue sous le nom de „l'équation des télégraphistes".

Pour écrire l'équation du mouvement du disque il faut calculer les déformations initiales du liquide, les vitesses de ces déformations, enfin les tensions intérieures.

Désignons par χ_0 l'angle de torsion d'une particule du liquide au moment $t = 0$. Cette variable ne dépend que de la variable z. La torsion χ_0 entraîne dans le sens des axes Ox et Oy les déplacements suivants:

$$\xi_0 = -\chi_0 y \quad \text{et} \quad \eta_0 = \chi_0 x$$

qui donnent, pour les valeurs des éléments de la déformation initiale, les expressions suivantes

$$\alpha_0 = \frac{\partial \eta_0}{\partial z} = x\frac{\partial \chi_0}{\partial z} \quad \text{et} \quad \beta_0 = \frac{\partial \xi_0}{\partial z} = -y\frac{\partial \chi_0}{\partial z}.$$

Les vitesses de la déformation s'expriment au moyen de ψ comme α_0 et β_0 au moyen de χ_0. Il vient:

$$a = x\frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{et} \quad b = -y\frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

Les expressions des tensions au sein du liquide sont, d'après la théorie de M. Natanson [2]),

[1]) L. Natanson, loc. cit. Janvier 1902, p. 32.

[2]) L. Natanson, loc. cit. Janvier 1902, p. 19.

$$\left.\begin{aligned} p_{yz} &= (p_{yz})_0\, \varepsilon^{-\frac{t}{T}} - \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \int_0^t dt\, \varepsilon^{\frac{t}{T}}\, n a \\ p_{zx} &= (p_{zx})_0\, \varepsilon^{-\frac{t}{T}} - \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \int_0^t dt\, \varepsilon^{\frac{t}{T}}\, n b \end{aligned}\right| \qquad 2)$$

où l'on doit poser dans notre cas:

$$(p_{yz})_0 = -nx \frac{\partial \chi_0}{\partial z}$$

$$(p_{zx})_0 = ny \frac{\partial \chi_0}{\partial z},$$

le symbole n désignant le module de rigidité instantanée du liquide.

Pour calculer les forces que le liquide exerce sur le disque, il faut substituer dans les équations 2) les valeurs des déformations et de leurs vitesses en y posant $z = 0$. Désignant par $\overline{X}$ et $\overline{Y}$ les pressions exercées à la surface du disque, nous aurons:

$$-\overline{X} = ny \left(\frac{\partial \chi_0}{\partial z}\right)_{z=0} \varepsilon^{-\frac{t}{T}} + \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \int_0^t dt\, \varepsilon^{\frac{t}{T}}\, ny \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_{z=0}$$

$$-\overline{Y} = -nx \left(\frac{\partial \chi_0}{\partial z}\right)_{z=0} \varepsilon^{-\frac{t}{T}} - \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \int_0^t dt\, \varepsilon^{\frac{t}{T}}\, nx \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_{z=0}.$$

Le moment de ces pressions par rapport à l'axe Oz a pour expression

$$M_z = (x^2 + y^2)\, n \left(\frac{\partial \chi_0}{\partial z}\right)_{z=0} + (x^2 + y^2)\, \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \int_0^t dt\, \varepsilon^{\frac{t}{T}}\, n \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_{z=0}.$$

Bornons-nous à la considération du cas où le liquide ne mouille qu'une seule surface du disque; c'est le cas des expériences effectuées par M. Schmidt; le moment intégral agissant sur la surface du disque sera

$$\frac{\pi R^4 n}{2} \left(\frac{\partial \chi_0}{\partial z}\right)_{z=0} \varepsilon^{-\frac{t}{T}} + \frac{\pi R^4}{2} \varepsilon^{-\frac{t}{T}} \int_0^t dt\, n \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_{z=0} \varepsilon^{\frac{t}{T}}$$

en désignant par R le rayon du disque. Pour obtenir l'équation du mouvement du disque nous désignerons:

par φ l'angle de déviation du disque de sa position d'équilibre,

par $\tau\varphi$ le moment des forces élastiques engendrées par le fil de suspension,

par M le moment d'inertie du disque. L'équation du mouvement du disque sera:

$$3)\quad M\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\tau\varphi + \frac{\pi R^4}{2}\,n\left(\frac{\partial\psi_0}{\partial z}\right)_{z=0}\varepsilon^{\frac{t}{T}} + \frac{\pi R^4}{2}\,\varepsilon^{-\frac{t}{T}}\int_0^t dt\,n\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)_{z=0}\varepsilon^{\frac{t}{T}}$$

Suivant M. Meyer[1]) il faut considérer cette équation comme une des conditions „aux limites" définissant l'intégrale ψ de l'équation 1). Les autres conditions aux limites dépendent des circonstances de l'expérience. Nous admettrons qu'à une certaine distance du disque mobile se trouve un second disque immobile parallèle au premier.

Une solution particulière de l'équation 1) est la suivante:

$$\psi = \varepsilon^{-m^2 t}\,[C\sin(\nu z) + D\cos(\nu z)],$$

où m et ν vérifient l'équation

$$4)\qquad m^4 - \frac{m^2}{T} = -\nu^2 A^2\ .$$

Les conditions relatives aux surfaces sont

1) $\psi = 0$ pour $z = c$

ou $C = -D\,cotg\,(\nu c)$;

2) $\psi = \frac{d\varphi}{dt}$ pour $z = 0$

ou

[1]) loc. cit., p. 249.

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\varphi}{dt} &= D\varepsilon^{-m^2 t} \\
\frac{d^2\varphi}{dt^2} &= -m^2 D\,\varepsilon^{-m^2 t} \\
\frac{d^3\varphi}{dt^3} &= m^4 D\,\varepsilon^{-m^2 t} \\
\varphi &= -\frac{1}{m^2} D\,\varepsilon^{-m^2 t}
\end{aligned}\right| \qquad 5)$$

On peut omettre la constante arbitraire dans l'expression de φ si l'on choisit convenablement l'angle initial φ_0.

En dérivant par rapport à la variable z l'expression de ψ nous trouvons:

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)_{z=0} = -\varepsilon^{-m^2 t} D\,\nu\, cotg\,(\nu c). \qquad 6)$$

En intégrant cette équation par rapport au temps il vient:

$$\int_0^t dt\,\varepsilon^{\frac{t}{T}}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)_{z=0} = -\frac{D\,\nu\, cotg\,(\nu c)}{1-m^2 T}\left(\varepsilon^{\frac{t}{T}-tm^2}-1\right). \qquad 7)$$

On pourrait déterminer la quantité $\left(\frac{\partial\chi_0}{\partial z}\right)_{z=0}$ au moyen de la condition $\chi_0 = \left(\int\psi dt\right)_{t=0}$; mais il est préférable d'éliminer χ_0, car on obtient ainsi une équation qui se prête plus facilement à l'analyse. En dérivant l'équation 2) par rapport au temps on obtient:

$$M\frac{\partial^3\varphi}{\partial t^3} = -\tau\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\pi R^4 n}{2T}\left(\frac{\partial\chi_0}{\partial z}\right)_{z=0}\varepsilon^{-\frac{t}{T}} +$$

$$+\frac{\pi R^4}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\varepsilon^{-\frac{t}{T}}\int_0^t dt\; n\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)_{z=0}\varepsilon^{\frac{t}{T}}\right\}.$$

En déterminant par cette équation $\frac{\pi R^4}{2}\,n\left(\frac{\partial\chi_0}{\partial z}\right)_{z=0}\varepsilon^{-\frac{t}{T}}$ et en portant la valeur trouvée dans l'équation du mouvement du disque (3) nous obtenons

$$M\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\tau\varphi - TM\frac{\partial^3\varphi}{\partial t^3} - T\tau\frac{\partial\varphi}{\partial t} +$$

$$+\frac{\pi R^4}{2}\left[\varepsilon^{-\frac{t}{T}}\int_0^t dt\, u\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)_{z=0}\varepsilon^{\frac{t}{T}} + T\frac{\partial}{\partial t}\left\{\varepsilon^{-\frac{t}{T}}\int_0^t dt\, u\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)_{z=0}\varepsilon^{\frac{t}{T}}\right\}\right].$$

Les valeurs 5) 6) 7) portées dans cette équation donnent

8) $$cotg\ (\nu c) = \frac{M m^4 - T m^6 + \tau - \tau T m^2}{\frac{\pi R^4}{2}\nu m^2 u T}$$

Il existe entre les quantités m et ν la relation 4). Nous écrirons cette relation sous la forme

$$T m^4 - m^2 + A^2 T \nu^2 = 0.$$

Les équations de l'Hydrodynamique classique se déduiraient de nos équations en posant

$$T = 0 \text{ et } A^2 T = \frac{\eta}{\rho}$$

où l'on désigne par η le coefficient de viscosité du liquide et par ρ sa densité.

Si l'on adopte cette hypothèse, l'équation 8) prendra la forme:

$$cotg\left(\frac{m c}{\sqrt{\frac{\eta}{\rho}}}\right) = \frac{M m^4 + \tau}{\frac{\pi R^4}{2} m^3 \sqrt{\rho\eta}}$$

c'est-à-dire

9) $$cotg\ (m c_1) = \frac{m^4 + \alpha^4}{2\beta m^3}$$

où l'on a posé

$$c_1 = \frac{c}{\sqrt{\frac{\eta}{\rho}}}, \quad \frac{\pi R^4}{2M}\sqrt{\rho\eta} = 2\beta, \quad \frac{\tau}{M} = \alpha^4.$$

L'expression 9) constitue l'équation fondamentale qui a servi à MM. Meyer et Schmidt dans leurs travaux cités plus haut.

Nous n'entreprendrons pas l'analyse de l'équation 8) dans toute sa généralité; nous supposerons qu'il suffit, pour obtenir une

première approximation, de poser *cotg* (νc) égal à $\frac{1}{\nu c}$. Dans cette hypothèse l'équation 8) prendra la forme

$$m^6 - \frac{m^4}{T} + \left(\frac{\tau}{M} + \frac{\pi R^4}{2McT}\right) m^2 - \frac{\tau}{TM} = 0. \qquad 9)$$

Dans le cas du mouvement périodique cette équation a deux racines réelles et quatre racines complexes de la forme $\pm(a \pm b\, i)$. Par conséquent

$$a^2 \quad b^2 = l$$

représente le décrément logarithmique de l'amplitude de l'oscillation et

$$\frac{\pi}{2\,a\,b} = t_1$$

la période d'une oscillation du disque dans le liquide. En substituant ces valeurs dans l'équation 9) et en égalant à zéro séparément les parties réelle et imaginaire, il vient:

$$\left.\begin{aligned} & l^3 - 3\,l\,\frac{\pi^2}{t_1^2} - \frac{l^2 - \frac{\pi^2}{t_1^2}}{T} + \left[\frac{\tau}{M} + \frac{\pi R^4 \eta}{2\,M\,c\,T}\right] l - \frac{\tau}{M\,T} = 0 \\ & \text{et} \\ & 3\,l^2 - \frac{\pi^2}{t_1^2} - \frac{2l}{T} + \left[\frac{\tau}{M} + \frac{\pi R^4 \eta}{2McT}\right] = 0. \end{aligned}\right\} \qquad 10)$$

Ecrivons la dernière équation sous la forme

$$T\left\{3l^2 + \frac{\pi^2}{t^2} - \frac{\pi^2}{t_1^2}\right\} = 2l - \frac{\pi R^4 \eta}{2\,Mc} \qquad 11)$$

où nous désignons par t la période d'une oscillation du disque dans l'air. L'équation 11) constitue une généralisation de la formule donnée par M. Schmidt

$$2\,l\,c = \frac{\pi R^4 \eta}{2\,M}\,.$$

formule qui résulte de l'équation 11) moyennant l'hypothèse particulière $T = 0$.

On sait que la valeur du coefficient de viscosité trouvée à l'aide de la méthode du disque oscillant, surpasse dans toutes les expériences celle qui résulte des observations fondées sur l'écoulement par un tube capillaire. Il résulte de l'équation 11) que tout au moins une partie de cette différence pourrait être attribuée à l'influence de ce fait que le temps de la relaxation est différent de zéro.

M. Schmidt a exécuté, pour l'eau, des expériences très soigneuses en se plaçant dans des circonstances à peu près conformes aux hypothèses adoptées dans notre calcul. Malheureusement, la méthode basée sur l'application de l'équation (11) ne se prête guère dans ce cas, à la détermination de la constante fondamentale T, puisque la valeur du temps T se présente dans ce cas sous la forme d'un rapport de quantités tellement petites que l'ordre de leur grandeur est comparable à celui des erreurs inévitables de l'expérience.

---

31. M. MICHEL SEŃKOWSKI. **O metodzie badania czynności wydzielniczej wątroby.** ***(Ueber eine Methode zur Untersuchung der Secretionsthätigkeit der Leber).*** *(Sur une méthode pour servir à l'étude de la fonction de sécrétion du foie).* Mémoire présenté par M. L. Marchlewski m. c.

Der Verf. hebt die Mangelhaftigkeiten hervor, die an die bisherigen Untersuchungen der menschlichen Galle und der Faeces gebunden sind. Die Untersuchungen der Galle stützten sich auf die vereinzelten Fälle, in denen die infolge eines chirurgischen Eingriffs entstandene Gallenfistel es möglich gemacht hat, einen Theil der secernierten Galle zu erhalten und zu untersuchen, wogegen ein unbekannter Rest in das Duodenum einfloss und sich der Untersuchung entzog. Andererseits ist die Untersuchung der Faeces in Hinsicht auf Gallenbestandtheile und besonders auf Gallensäuren auch sehr mangelhaft. Die in der Litteratur notierten Arbeiten beschränken sich auf die quantitative Bestimmung der in den Faeces sich findenden Fetten und Fettsäuren, ohne sie näher zu untersuchen; von den Gallensäuren wurde höchstens bemerkt: „Die Cholalsäure wurde regelmässig gefunden". Am weitesten gingen die Arbeiten Müller's, welcher die Aufmerksamkeit auf die Schmelz-

und Erstarrungstemperatur der aus den Faeces erhaltenen Fettsäuren lenkte.

Die Versuche des Verf's. erwiesen, dass die achttägige Menge des normalen menschlichen Kothes 200 gr. Trockensubstanz ergab. Diese wurde mit heissem Alkohol extrahiert, die Lösung mit Aetzkali verseift, mit Wasser verdünnt und mit Benzin zum Zwecke der Cholesterinentfernung mehrfach ausgeschüttelt. Die alkoholisch-wässerige Lösung wurde im Wasserbade von Alkohol befreit und die Fettsäuren mit Salzsäure ausgefällt. Die erhaltenen Fettsäuren schmolzen bei 38°—45°, erstarrten bei 43° bis unter 35°; ihre Säurezahl, durch Titrieren mit $^1/_{10}$ N. Kalilauge bestimmt, betrug 154·2, die daraus berechnete mittlere Moleculargrösse war 364. Da die gewöhnlichen Fettsäuren wie Palmitin, Öl und Stearinsäure ein weit niedrigeres Moleculargewicht besitzen (256—284), deutet die erhaltene Zahl auf ein Gemisch mit Säuren von einem weit grösseren Moleculargewichte. Cholsäure wurde zwar in der Säuremischung gefunden, ihre Menge aber war so klein, dass es unmöglich war anzunehmen, sie allein sollte eine so grosse Moleculargewichtserhöhung hervorrufen. Die Controluntersuchungen vermittelst der Siedemethode in Benzollösung ergaben keine geeigneten Resultate, weil die Fettsäuren in Benzollösung, in etwas grösserer Concentration (1—10%), Zahlen nahe dem doppelten Moleculargewichte zeigen.

Um die vorausgesetzten höher constituierten Säuren zu ermitteln, wurden 10 gr. der Faecesfettsäuren in absolutem Alkohol gelöst, mit trockenem Chlorwasserstoffe esterificiert, die Alkohollösung mit Wasser verdünnt und mit Benzin ausgeschüttelt. Die Benzinlösung wurde mit verdünntem Alkohol gewaschen und dann mit einer verdünnten wässerig-alkoholischen Aetzkalilösung ausgeschüttelt. Die alkalische Lösung zeigte nach Verjagen des Alkohols und Zusatz eines Ueberschusses an Alkali (über 10%) einen Niederschlag, der auf dem Asbestfilter gesammelt, in Wasser gelöst und mit Salzsäure zersetzt wurde. Der entstandene voluminöse Niederschlag, auf dem Filter gewaschen und mehrmals unter Wasser geschmolzen, erstarrte zu einer tiefbraun gefärbten harzähnlichen Masse. Die Elementaranalyse des erhaltenen Productes entsprach am nächsten der Desoxycholsäure von Mylius, die durch Reduction der Cholsäure während der Fäulnis entsteht. Auch die Reactionen und die mögliche Bildungsweise im faulenden Kothe entsprachen

dieser Säure bis auf die Thatsache, dass die Säure von Mylius krystallinisch, die des Verfassers amorph und stark verunreinigt war, ihre Menge aber zu klein war, um sie besser zu reinigen, ohne sich der Gefahr auszusetzen, die erhaltene Substanz zu verlieren. Die Fettsäuren aus acholischem Stuhle ergaben eine mittlere Moleculargrösse von 292, keine Cholsäure und keine Desoxycholsäure.

Auf Grund dieser Untersuchungen giebt der Verf. eine Methode an, die Gallensäuren in den Faeces quantitativ zu bestimmen, und zwar:

Die Faeces von 1—2 Tagen werden womöglich mit Kohlenpulver abgegrenzt, getrocknet, die Trockensubstanz gewogen, mit heissem Alkohol extrahiert, die Lösung mit Kali- oder mit Natriumalkoholat verseift, mit Wasser verdünnt und mit Benzin ausgeschüttelt. Die Benzinlösung giebt nach dem Abdampfen die Menge des rohen Cholesterins bezw. Koprosterins an. Die verbleibende Seifenlösung, von Alkohol befreit und mit Salzsäure versetzt, giebt die freien Fettsäuren, die mit Wasser ausgekocht, getrocknet, gewogen und mit $^1/_{10}$ N. Kalilösung titriert werden. Aus der mittleren Moleculargrösse bestimmt man den Gehalt der Gallensäuren, indem man als Moleculargewicht der Fettsäuren (wegen der möglichen Verunreinigung mit Nichtsäuren) 290 und als Moleculargewicht der Gallensäuren 400 im Mittel zwischen Chol- und Desoxycholsäure annimmt.

Die erhaltenen Zahlen aus der achttägigen Menge des normalen menschlichen Kothes sind:

Trockensubstanz 200 gr., pro die 25 gr.
Rohe Fettsäuren 18 gr., pro die 2·25 gr.
Säurezahl der Fettsäuren 154·2.
Mittleres Moleculargewicht der Fettsäuren 364.
Reine Fettsäuren (Mittl. Mol. Gew. 290) 26%, pro die 0·485 gr.
Gallensäuren (Mittl. Mol. Gew. 400) 74%, pro die 1·765 gr.

Im acholischen Stuhle sinkt das mittlere Moleculargewicht auf 292, die Menge der Gallensäuren fällt also beinahe auf Null. Cholesterin wurde auch im acholischen Stuhle gefunden.

32. M. A. KORCZYŃSKI et M. L. MARCHLEWSKI m. c. **Studya nad izatyną.** ***(Contributions to the chemistry of isatin).*** *(Contribution à la Chimie de l'isatine).*

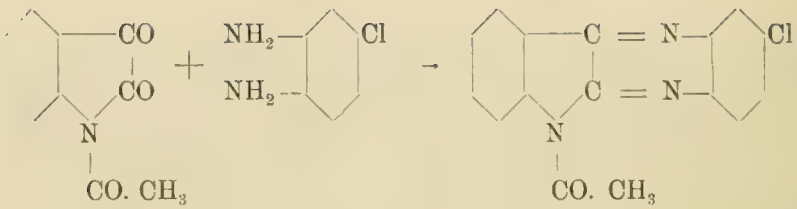
It has been already shown by one of us in a series of papers[1]) published jointly with Messrs. Radcliffe. Buraczewski and Sosnowski, that acetylisatin reacts with o-diamines producing indophenazines and derivatives of phenylhydroxychinoxaline. This has been proved for the following o-diamines: o-phenylenediamine, p-ethoxy- o-phenylenediamine and p-methyl-o-phenylenediamine. The o-amino-phenylhydroxychinoxalines react with nitrous acid in a very peculiar manner producing representatives of a new group of polycyclic bodies, which have been called cumarophenazines and which have been also obtained by heating the baryum salts of sulphonic acids, produced by sulphonating o-hydroxy-phenyl-hydroxychinoxalines. The latter are formed by condensing o-diamines with o-hydroxybenzoylformic acid.

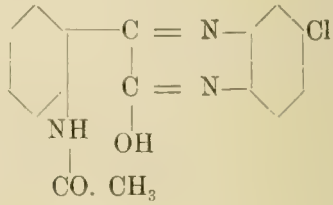
With o-diamines containing a secondary amine group isatin reacts quite differently. it yields derivatives of ps-indophenazine.

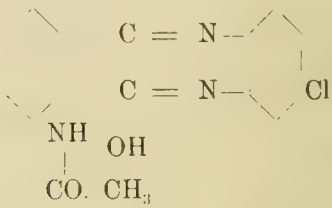
This peculiar behaviour of isatin induced us to study the reactions mentioned using still other diamines and the results obtained fully endorse the former trials.

Acetylisatin reacts with p-chloro- o-phenylenediamine yielding acetyl-chloro-indophenazine, and a mixture of two isomeric o-acetamino-phenyl-hydroxy-chlorochinoxalines. The latter gives after saponification two isomeric o-amino-phenyl-hydroxy-chloro-chinoxalines, which can be separated utilising their unequal solubility in alcohol. These reactions may be expressed by the following formulae:

[1]) Bull. international de l'Académie des Sciences de Cracovie. Classe des Sciences mathém. et natur., **1900**, **1901**, 160, 303. Ber. d. deutsch. chem. Gesellsch. **1901**, 1113.





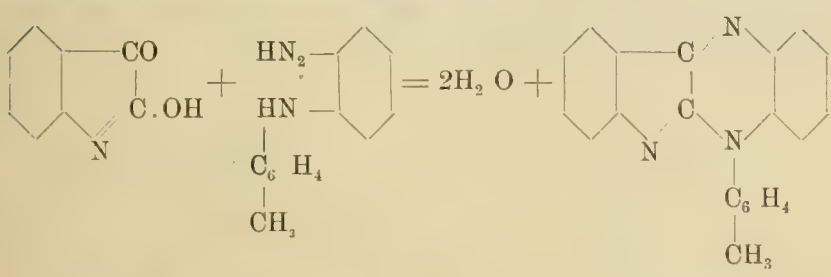


The formation of the second chloroindophenazine in this reaction, foreseen by theory, we did not establish with certainty. We succeeded however in obtaining this second isomere in the following manner. Similarly as all o-amino-phenyl-hydroxychinoxalines hitherto examined may be converted into the corresponding indophenazines by the action of boiling acetic acid, so may also the two mentioned chlorinated compounds. The isomere melting at a higher temperature gives under the said conditions a chloroindophenazine, which has been found to be identical with the compound formed by condensation of chlorophenylenediamine with isatin. The isomere, on the other hand, which melts at a lower temperature gives a chloroindophenazine identical with the one obtained, when acetylisatin is brought to act upon chloro-o-phenylenediamine.

Acetyl-bromoisatin behaves in quite the same manner as acetylisatin, it yields when treated with o-diamines a mixture of indophenazine derivatives and o-amino-phenylhydroxychinaxaline derivatives.

From amongst representatives of the cumarophenazine group we have studied this time the product of distillation of the baryum salt of the sulphonic acid of o-hydroxy-phenyl-hydroxy-chloro-chinoxaline. The latter has been obtained by condensing chloro-o-phenylenediamine with hydroxybenzoyl formic acid.

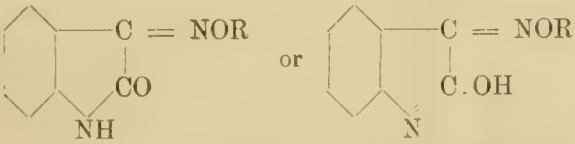
The reaction of p-methyl-o-amino-diphenyl-amine with isatin takes place quite in accordance with former experiences, viz. isatin behaves in this case like an o-hydroxyketon yielding an alkylated azine and not an ammonium base:



We dont consider the above result by any means as a proof for the hydroxyl-formula for isatin, on the contrary we think it highly probable, that the above reaction takes place in two stages producing first an imesatin, containing a hydroxyl group, which is split off afterwards with the hydrogen atom of the secondary amine group to close the azine ring.

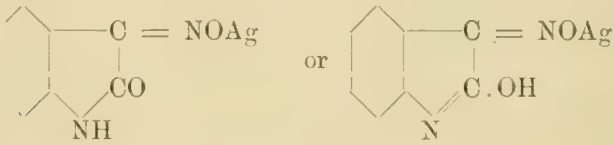
The behaviour of isatin towards hydroxylamine has been studied on several occasions before, it remains however still undecided by which formula to express the constitution of the ethers of isatinoxime.

These ethers may be obtained according to Baeyer's method by the action of alkylhaloids on the silver salt of the oxime and, lead by analogy, one of the following formulae may appear acceptable:



In other words it is supposed, that the silver salt of isatin-oxime contains the silver atom attached to oxygen, and being sub-

stituted by an alkyl or aryl will yield oxygen ethers. Wishing however to prove this contention definitely, we endeavoured to prepare these ethers by a method, which would leave no doubt as to the position of the alkyl or aryl introduced, and compare them with the substances obtainable by the old method. To this end we condensed isatin with α-benzylhydroxylamine and compared the thus formed isatinoxime benzyl ether with the product of interaction of benzylchloride and isatinoxime silver. This comparison has shown, that the two substances are identical, and it follows therefrom, that the ethers obtained by Baeyer's method are oxygenethers, and that the constitution of the silver salt may be expressed by one of the following formulae:

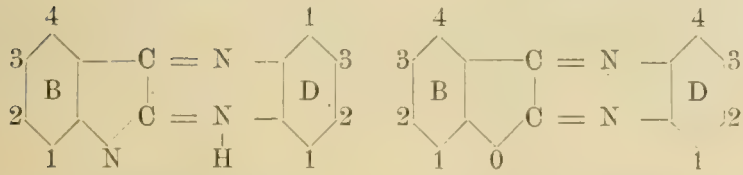


It remains yet to be shown whether they contain a hydroxylgroup or not.

In the last part of the paper results are described which were obtained studying the absorption of ultraviolet rays by isatin and its various derivatives in alcoholic solutions. Isatin, chloroisatin and methyl-isatin cause, in accordance with Hartley's results, a well defined band in the region of the kβ line and a strong end-absorption. On the other hand nitroisatin and acetylisatin show no characteristic band, a fact, which may be explained by supposing, that the solutions of these substances contain in reality nitro or acetylisatic acid, for the sodium salt of isatic acid behaves quite similarly, and nitroisatin and acetylisatin yield with ease chinoxaline-derivatives. The oxime of isatin and its benzylether, as well as the oxime of methylisatin cause no characteristic absorption bands. From amongst other derivatives we examined indophenazine, chloroindophenazine, N-tolyl-ps-indophenazine and N-methyl-ps-indophenazine. The two first named cause no characteristic absorption bands but the two latter give two very distinct bands past the thallium line.

In describing the various derivatives of chinoxaline, indophenazine, ps-indophenazine and cumarophenazine we will make use of the following formulae:

chinoxaline Indophenazine



ps-Indohpenazine Cumarophenazine.

α—$D_{2(3)}$ — Chloroindophenazine.

Prepared by condensing p-chloro-o-phenylenediamine with isatin in aequimolecular proportions in acetic acid solution at the boiling temperature of the mixture. Light yellow needles or scales from alcohol. M. p. above 300°. Easily soluble in aceton and chloroform. The alcoholic solution yields with ammoniac. silver nitrate solution a red precipitate.

Analysis:

0.1561 gr. gave 22·8 cm^3 N (p=742*mm* t=18°)
found 16·46% N
calcul. for $C_{14}H_8N_3Cl$ — 16·67% N

α—$D_{2(3)}$ — Chloro-Pr-acetylindophenazine

may be obtained by boiling the former with anhydrous acetic acid. It crystallises from alcohol in white needles, in which it is not very easily soluble. Aceton. benzene. ether and chloroform dissolve it easily. M. p. 208°.

Analysis:

0.1157 gr. gave 15·0 cm^3 N (t=14·5° p=734*mm*)
found 14·49% N.
calcul. for $C_{16}H_{10}N_3OCl$ 14·24 „

β—$D_{2\,3)}$ — Chloroindophenazine

has been obtained by the following method. 20 gr. of acetylisatin were dissolved in hot acetic acid and a corresponding quantity of chloro-o-phenylenediamine chlorhydrate and acetate of sodium added. After some time a precipitate has been formed; without filtering off the latter, water has been added. the mixture rendered alkaline. boiled for 15 minutes and filtered. The insoluble part represents β-chloroindophenazine, which is purified by crystallisation from acetic acid. Obtained yellowish needles melting at 310°, soluble with difficulty in acetic acid. very little soluble in alcohol. benzene aceton and ether.

Analysis:

0.1032 gr. gave 15·7 cm^3 N (t=18° p=730 *mm.*)
found 16·86% N
calcul. for C_{14} H_8 N_3 Cl — 16·67 „

β-o-amino-2-Phenyl-3-Hydroxy-6(7)-chlorochinoxaline

In order to obtain this substance the filtrate from β-chloroindophenazine is acidulated and the precipitate containing two isomeric o-acetamino-phenyl-hydroxychlorochinoxalines dissolved in conc. hydrochloric acid and the solution heated on a water bath for six hours. After that the solution was diluted with water, filtered, neutralised by adding an alkali. In order to separate the two isomeric o-amino-phenyl-hydroxy-chlorochinoxalines the precipitate mentioned is crystallised from alcohol. The more soluble part melting at 229°—230° and crystallising in orange needles we will call the β-modification, because it yields β-chloro-indophenazine on being boiled with glacial acetic acid. It is easily soluble in aceton, with difficulty in benzene, chloroform and ether. Its solution in conc. hydrochloric acid gives a red coloration with ether. The hydrochloride is white.

Analysis:

0.1061 gr. gave 14·2 cm^3 N (t=10·5° p=740 *mm*)
found 15·56% N
calcul. for C_{14} H_{10} N_3 Cl O 15·51 „ „

α-o-amino-2phenyl-3-hydroxy-6(7)-chlorochinoxaline is not so readily soluble in alcohol as the foregoing. In order to purify it, it is first crystallised several times from alcohol and finally separated from the adhering β-isomer extracting with boiling benzene in which it is less soluble. Yellowish brown scales melting at 265°.

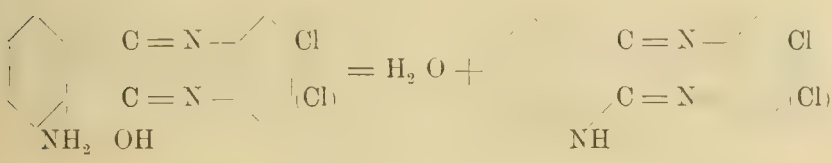
Analysis:

0.1051 gr. gave 14·2 cm^3 N (t=9·5° p=740 *mm*)
found 15·78% N
calcul. for C_{14} H_{10} N_3 Cl O 15·51 „ „

This modification is generally less easily soluble in organic solvents than the foregoing one. The solution in conc. hydrochloric acid yields a red coloration with ether and on standing deposits white needles, which are no doubt the corresponding hydrochloride.

Conversion of α & β-amino-phenyl-hydroxy-chlorochinoxalines into the corresponding chlorophenazines

This reaction is attained easily by boiling the chinoxalinederivatives with glacial acetic acid and may be expressed by the following formulae:



The α isomere, melting at 265°, yields α-D-chloro-indophenazine, which crystallises from alcohol in glistening scales, whereas the β isomere yields β-D-chloroindophenazine, crystallising from alcohol in yellowish needles.

Br_3 Bromoindophenazine

has been obtained in the following manner. Acetylbromoisatin was dissolved in boiling acetic acid and aequimolecular quantities of o-phenylenediamine hydrochloride and sodium acetate added. After heating the mixture on a water bath for an hour, water has been

added, then the liquid rendered alkaline and heated for a short time to the boil. The substance left undissolved has been filtered off, washed well with water and crystallised several times from glacial acetic acid. Obtained yellow needles melting at 279—280°, which dissolve with difficulty in alcohol, ether, aceton, benzene and chloroform. The alcoholic solution yields with an ammoniacal solution of silver nitrate a red precipitate.

Analysis:

0.1102 gr. gave 13·8 *cm*³ N (t=17° p=743)
found 14·21% N
calcul. for $C_{14}H_8N_3Br$ 14·12 „ „

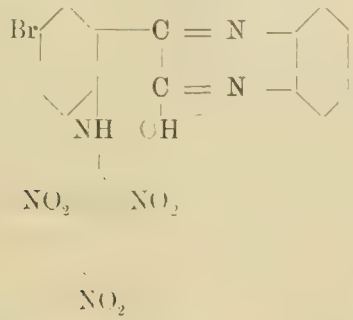
m-Bromo-o-amino-2-phenyl-3-hydroxychinoxaline.

The alkaline filtrate from the above yielded, on being neutralised, a white precipitate, which was dissolved in a concentrated solution of sodium hydrate and the solution kept boiling for several hours in order to split off the acetyl group. The alkaline solution was then diluted with water and the free amino compound precipitated by adding hydrochloric acid. After washing it thoroughly with water it has been crystallised several times from alcohol. It represents orange needles, soluble with difficulty in alcohol, benzene, chloroform, easier soluble in ether and aceton. The solution in conc. hydrochloric acid yields with ether a red coloration. Caustic, diluted alkalis take it up readily, whereas concentrated yield a white body which is no doubt the corresponding sodium compound. M. p. 249—250°.

Analysis:

0.1560 gr. gave 18·4 *cm*³ N (t=17° p=734 *mm*)
found 13·12% N
calcul. for $C_{14}H_{10}N_3O$ Br. 13·35 „ „

Picrylo-meta-bromo-o-amino-2-phenyl-3-hydroxychinoxaline.



This compound can be obtained easily by boiling the alcoholic solution of the above chinoxalinederivative with picrylchloride. It crystallises from acetic acid in red needles melting at 287—8°, soluble with difficulty in alcohol, ether, benzene, chloroform, but easily soluble in aceton. Alkalis take it up readily.

Analysis:

0.1063 gr. gave 14·8 cm^3 N (t=17° p=740)
found 15·72% N
calc. for $C_{20}H_{11}N_6O_7$ Br 16·00 „ „

The molecular weight determined by the ebullioscopic method and using aceton as solvent corroborates the above formula.

Meta-bromo-o-amino-2-phenyl-3-hydroxy-6-(7)-methylchinoxaline

can be obtained exactly in the same manner as the not methylated compound using o-toluylenediamine instead of o-phenylenediamine. Yellow orange needles, melting at 243°, crystallised from chloroform.

Analysis:

0.1330 gr. gave 15·0 cm^3 N (t=17° p=733)
found 12·61% N
calcul. for $C_{15}H_{12}N_3O$ Br 12·75 „ „

o-Hydroxy-2-phenyl-3-hydroxy-7(6)-chloro-chinoxaline.

In order to obtain this compound we proceeded as follows: 15 gr. of isatin were converted into isatic acid under conditions previously related [1]. and diazotised in the well known manner. The diazobody was next converted into o-hydroxy-benzoyl-formic acid by boiling it with a diluted solution of sulphuric acid and finally the o-hydroxy-benzyl-formic acid isolated by extraction with ether. The condensation with o-chlorophenylenediamine takes place easily at the temperature of the boil of the aqueous solutions of the reacting bodies. The chinoxaline compound obtained was finally purified by crystallising from alcohol. We obtained yellow needles, melting at 286—7° which dissolve easily in caustic alkalis. conc. acids and in boiling alcohol, but with difficulty in benzene, ether and chloroform.

Analysis:

0.1702 gr. gave 15.4 cm^3 N (t = 17.5° p. 757° *mm*)

found 10 43 % N

calcul. for $C_{14}H_9O_2N_2$ Cl 10.26 % N

Sulphonic acid of o-hydroxy-2-phenyl-3-hydroxy--7(-6)- chlorochinoxaline

is formed by heating the sulphuric acid solution of the chinoxaline compound on the water bath. The formerly dark reddish brown solution changes gradually its colour to a yellow one. The product of sulphonation can be isolated by pouring the warm sulphuric acid solution into water and adding sodium chloride. The sodium salt formed can be purified by crystallising from boiling water. It contains three molecules of water of crystallisation:

1.4029 gr. lost on being heated to 125° 0.1754 gr.

found 12.52% H_2O

calcul. for $C_{14}H_8N_2O_2$ Cl. $SO_3Na + 3H_2O$ 12.35% H_2O

[1]) Bull. Int. de l'Acad. des Sciences de Cracovie. Classe des Sciences mathém. et natur., 1901, 303.

Analysis of the sodium salt dryed at 125°.

0.1025 gr. gave 6.5 cm^3 N (t = 7° p = 736 *mm*).

found 7.44% N

calcul. for $C_{14}H_8N_2O_5SClNa$ 7.47% N

The baryum salt is obtained by the action of baryum chloride on the aqueous solution of the sodium salt in the form of a yellowish white precipitate which may be crystallised from a large amount of boiling water and obtained in form of minute yellowish white needles.

Analysis:

0.6843 gr. gave 0.1914 gr. $BaSO_4$

found 16.45% Ba

calcul. for Ba $(C_{14}H_8N_2ClSO_5)_2$ 16.27% Ba

D_2(3) Chlorocumarophenazine.

This substance is formed readily by dry distillation of the baryum salt described above. It has been purified by crystallising from alcohol. The small admixture of a colouring matter can be removed by charcoal. Chlorocumarophenazine represents white needles, which are readily soluble in alcohol. ether, benzene and chloroform. The solutions fluoresce faintly green. M. p. 149—150°.

Analysis:

0.1043 gr. gave 9.5 cm^3 N (t = 9° p = 745 *mm*)

found 10.73% N

calcul. for C_{14} H_7ON_2 Cl 11.02% N

II.

Derivatives of ps-Indophenazine.
N-tolyl-ps-indophenazine.

The p-methyl-o-nitrodiphenylamine necessary for this synthesis we obtained by Schöpf's method, which consists in condensing p-toluidine with o-chlornitrotoluene. This nitrocompound we dissolved in acetic acid, reduced it with zinc dust and combined the aminocompound formed with isatin, which had been also dissolved in acetic

acid. The solution was heated on a boiling water bath for $^1/_2$ hour, diluted with water and neutralised by adding a solution of sodium-hydrate. The precipitate obtained we dissolved in conc. hydrochloric acid, diluted the solution by adding water, filtered off some undissolved substances and precipitated the ps-indophenazine derivative by adding an alkali. This procedure has been repeated three times and finally the N-tolyl-ps-indophenazine crystallised repeatedly from alcohol. We obtained glistening brownish red needles melting at 255--255·5°, which were easily soluble in boiling alcohol, with greater difficulty in benzene and chloroform. The solutions in concentrated acids possess a yellow or reddish brown colour, according to the concentration of them.

Analysis:
0.1089 gr. gave 13.1 cm^3 N (t = 10.5°, p = 738 *mm*)
0.1798 gr. gave 0.5359 gr CO_2 and 0.0826 gr. H_2O

	found	calcul. for C_{21} H_{15} N_3
N:	13.49%	13.61%
C:	81.28%	81.50%
H:	5·10%	4.89%

The chlorhydride of the base may be obtained by passing a current of hydrochloric acid through its solution in benzene. It represents a yellow crystalline powder which dissociates very easily giving off hydrochloric acid.

Br_3-N-tolyl-ps-indophenazine

has been obtained from bromoisatin by a method analogous to the foregoing one. It crystallises from alcohol in brownish red needles melting at 290—291°, which dissolve easily in boiling alcohol, not so readily in benzene, chloroform and aceton and with difficulty in ether.

Analysis:
0.1091 gr. gave 10.6 cm^3 N (t = 14.5°, p = 742 *mm*)
found 11.12% N
calcul. for C_{21} H_{14} N_3 Br 10.89 % N

In acids it dissolves like all the hitherto examined derivatives of ps-indophenazines with a yellow colour.

III.

On isatin-oxime ethers and derivatives.

These substances may be obtained, as already pointed out, by two different methods. The first consists in heating the silver salt of the oxime with an alkylhaloide and the second in condensing isatin with α alkyl-hydroxylamine.

Benzylether of isatin-oxime.

First method. The silver salt of isatin-oxime, which has been obtained according to Baeyer's prescription, we heated with benzylchloride in presence of alcohol on a water bath for several hours. The silver chloride formed was filtered off and the filtrate heated with some charcoal, filtered again and left to cool. The ether crystallised out in form of yellow needles; these were purified by several recrystallisations from alcohol.

The isatinoxime benzylether dissolves easily in alcohol, aceton, benzene, ether. Caustic alkalis take it up with difficulty. The alcoholic solution yields with ammoniac. silver nitrate a red precipitate, which is dissolved easily by an excess of ammonia. M. p. 168.5—169°.

Analysis:

0.1866 gr. gave 18.2 cm^3 N (t = 20° p = 760 *mm*)

	found	calcul. for $C_{15}H_{12}N_2O_2$
N	11.19%	11.13%

Second method.

1.4 gr. isatin and the aequimolecular quantity of the hydrochloride of α benzyl hydroxylamine and sodium carbonate were heated in alcoholic solution in a sealed tube for three hours at 100°. The contents of the tube were then treated with caustic soda in order to remove the unaltered isatin and the part undissolved therein crystallised twice from alcohol. The yield is almost quantitative. The product obtained did not show any differences when compared with the one obtained by the first method.

Analysis:

0.1022 gr. gave 10.0 *cm* N (t = 13°, p = 738 *mm*)

found 11.22% N

calcul for $C_{15}H_{12}N_2O_2$ 11.13 „ „

The benzylether of bromoisatin-oxime

The reaction between isatin and α benzyl hydroxylamine takes place already in the cold. In order to complete it, however, we heated the ingredients just as stated in the foregoing example in a sealed tube for 2 hours. The purification of the benzylether has been carried out exactly as stated in the case of isatinoxime benzylether. M. p. 200°. Yellow needles easily soluble in boiling alcohol, aceton, benzene and chloroform.

Analysis:

0.1075 gr. gave 7.8 cm^3 N (t = 14.5°, p = 736 *mm*)

found 8.24% N

calcul. for $C_{15}H_{11}N_2O_2Br$ 8.48% N

The benzylether of chloroisatin-oxime

has been obtained by heating chloroisatin with α benzyl hydroxylamine hydrochloride and sodium carbonate in alcoholic solution under pressure at 100°. Yellow needles. which dissolve with difficulty in alcohol and ether, easier in benzene and chloroform. M. p. 224.5°.

Analysis:

0.1104 gr. gave 9.4 cm^3 N (t = 16°, p = 742 *mm*)

found 9.69% N

calcul. for $C_{15}H_{11}N_2O_2Cl$ 9.83% N

The Benzylether of nitroisatin-oxime

Golden yellow scales, which dissolve with difficulty in alcohol, easier in aceton and benzene. M. p. 234—235°

Analysis:

0.1133 gr. gave 14.6 cm^3 N (t = 18.5° p = 733 mm^3)

found 14.21% N

calcul. for $C_{15}H_{11}O_4N_3$ 14.17% N

IV.

Absorption of ultraviolet rays by isatin and some of its derivatives.

All substances with one exception were studied in alcoholic solutions.

1) Isatin (Table F. III).

1.47 gr. were dissolved in 100 cm³ alcohol. This solution has been diluted further in the following manner:

a., 1 cm³ sol. + 20 cm³ alcohol. corresponding to 0.00061 gr. in 1 cm³
b., 1 „ „ + 30 „ „ „ „ 0.00047 „ „ „
c., 1 „ „ + 40 „ „ „ „ 0.00036 „ „ „
d., 1 „ „ + 50 „ „ „ „ 0.00029 „ „ „
e., 1 „ „ + 60 „ „ „ „ 0.00024 „ „ „

The thickness of the solution layer was in all cases 19 mm.

2., Chloroisatin (Table F. II.)

0.4536 gr. dissolved in 50 cm. alcohol, and this solution diluted further as follows:

a., 1 cm³ sol. + 10 cm³ alcohol, corresponding to 0.00082 gr. in 1 cm³
b., 1 „ „ + 15 „ „ „ „ 0.00056 „ „ „
c., 1 „ „ + 20 „ „ „ „ 0.00043 „ „ „
d., 1 „ „ + 25 „ „ „ „ 0.00035 „ „ „

3., Nitroisatin (Table F. I).

0. 4810 gr. nitroisatin were dissolved in 25 cm³ alcohol, 1 cm³ of this solution has been mixed with 60 cm³ of alcohol and 1 cm³ of this solution diluted further as follows:

a., 1 cm³ + 1 cm³ alcohol, corresponding to 0.000157 gr. in 1 cm³
b., 1 „ + 3 „ „ „ „ 0.0000787 „ „ „
c., 1 „ + 7 „ „ „ „ 0.0000393 „ „ „
d., 1 „ + 15 „ „ „ „ 0.0000197 „ „ „

4., Meltylisatin (Meltyl-ps-isatin) (Table E. III).

1.61 gr. were dissolved in 100 cm³ alcohol. Further dilutions as follows:

a., 1 cm³ + 20 cm³ alcohol, corresponding to 0.00077 gr. in 1 cm³
b., 1 „ + 30 „ „ „ „ 0.00052 „ „ „
c., 1 „ + 40 „ „ „ „ 0.00040 „ „ „
d., 1 „ + 50 „ „ „ „ 0.00031 „ „ „

5., Acetylisatin (Table E. II).

1,89 gr. acetylisatin were dissolved in 100 cm³ alcohol. 1 cm³ of this solution has been mixed with 60 cm³ of alcohol and 1 cm³ of this latter solution diluted further as follows:

a., 1 cm³	+	1 cm³	alcohol,	corresponding	to	0.000157	gr.	in	1 cm³
b., 1 „	+	3 „	„	„	„	0.0000787	„	„	„
c., 1 „	+	7 „	„	„	„	0.0000393	„	„	„
d., 1 „	+	15 „	„	„	„	0.0000197	„	„	„

6., Sodium salt of isatic acid (Table E. I)

1·47 gr. isatin were dissolved in boiling caustic potash solution and then filled up to 100 cm³. Taken 1 cm³ of this + 60 cm³ of water and diluted further as follows:

a., 1 cm³	+	1 cm³	H_2O,	correspond.	to	0.000120	gr.	in	1 cm³
b., 1 „	+	3 „	„	„	„	0.000060	„	„	„
c., 1 „	+	7 „	„	„	„	0.000030	„	„	„
d., 1 „	+	15 „	„	„	„	0.000015	„	„	„

7., N-tolyl-ps-indophenazine (Table G. II)

1,546 gr. were dissolved in 200 cm³ alcohol. 1 cm³ of this solution was mixed with 25 cm³ of alcohol and then diluted further as follows:

a., 1 cm³	+	31 cm³	alcohol,	corresp.	to	0.0000096	gr.	in	1 cm³
b., 1 „	+	63 „	„	„	„	0.0000048	„	„	„

8., N-methyl-ps-indophenazine (Table G. I)

0.1166 gr. were dissolved in 20 cm³ alcohol and then diluted as under 7.

All the N-alkyl-(aryl)-ps-indophenazines hitherto examined show, besides the two bands in the ultraviolet, an ill defined band in the green and blue part of the spectrum.

33. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

Wł. Natanson. „O rozchodzeniu się małych ruchów w płynach lepkich". *(Sur la propagation d'un petit mouvement dans un fluide visqueux)*, 8-o, p. 19.

K. Rogoziński. „O fizyologicznej rezorbcyi bakteryi z jelita. *(Sur l'absorption des microbes par l'intestin à l'état physiologique)*, 2 planches, 8-o, p. 105.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcyą
Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Władysława Natansona.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

17 Maja 1902.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXI (vol. I épuisé). — 238 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XL, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 256 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 38 livr. 46 k. 40 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski e J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 150 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helćel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 33 vol. 241 planches). — 273 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 29 volumes (III. VI — XXXIII, 59 planches, vol I. II. IV. V épuisés). — 234 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 7 livraisons (35 planches) (à suivre). — 58 k.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—III, (25 planches, 10 cartes et 60 gravures). — 20 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo. 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. **Balzer O.**, »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. **Dickstein S.**, »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. **Federowski M.**, »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo. 1897. — 7. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 30 k.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

N° 5. 12,229 MAI 1902.

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemand ou en latin, des travaux présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction de M. Ladislas Natanson,
Membre délégué de la Classe des Sciences mathématiques et naturelles.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 5. Mai 1902.

Sommaire: 34. M. T. LEVI-CIVITA. Sur les surfaces (S) de M. Zaremba.
35. M. C. KOSTANECKI. Sur la maturation et la fécondation de l'oeuf de Cerebratulus marginatus.
36. M. C. KOSTANECKI. Sur les anomalies des figures mitotiques lors de la formation des globules polaires dans l'oeuf de Cerebratulus marginatus.
37. M. PHILIPPE EISENBERG. Contribution à la connaissance des phénomènes de précipitation spécifique.
38. M. CAMILLE KRAFT. Études expérimentales sur l'échelle des couleurs d'interférence.
39. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 5 Mai 1902.

PRÉSIDENCE DE M. F. KREUTZ.

34. M. T. LEVI-CIVITA. **Sur les surfaces (S) de M. Zaremba** [1]).

. . . . . .

. . . . . .

Dans une Note récente [2]) vous avez démontré que les surfaces pour lesquelles les fonctions fondamentales de M. Poincaré peuvent être déduites de celles de M. Stekloff ou de celles de M. Le Roy, sont toutes les surfaces (S) et celles-là seulement, qui sont caractérisées par la propriété suivante:

„Désignons par A et B deux points quelconques pris sur une „de ces surfaces et par α et β les angles formés par les normales „en A et B avec les directions AB et BA: il doit exister une fonc„tion $\psi(M)$ (non identiquement nulle, cela va sans dire) de la po„sition d'un point M mobile sur la surface (S), telle que l'on ait

$$\psi(A)\cos\beta = \psi(B)\cos\alpha \tag{1}$$

„pour toutes les positions des points A et B sur la surface.

[1]) Extrait d'une lettre adressée par l'auteur à M. le professeur Zaremba présenté à l'Académie, avec l'assentiment de l'auteur, par M. C. Żorawski m. c.

[2]) Voir ce Bulletin, Séance du 7 Janvier 1902.

„Cette fonction ψ, lorsqu'elle existe, n'est autre chose (à un „facteur constant près) que la densité de l'électricité en équilibre sur „la surface".

J'ai tâché de me rendre compte de la nature de ces surfaces et j'ai pu reconnaître que leur classe est malheureusement très limitée.

Elles peuvent être seulement des quadriques, des cônes ou des cylindres.

Les quadriques sont bien des surfaces (S). C'est ce qu'on vérifie immédiatement, d'après votre remarque, en prenant pour ψ l'expression bien connue de la densité de l'électricité en équilibre sur une surface du second ordre.

Quant aux cônes et aux cylindres, ils ne sont pas des surfaces (S), en général, mais seulement sous une certaine condition (même très restrictive). Je n'ai pas poussé le calcul assez loin pour interpréter géométriquement cette condition.

Voici comment je justifie mes assertions.

Soient $x, y, z; x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z$ les coordonnées de A et de B; ψ, X, Y, Z; $\psi+\Delta\psi$, $X+\Delta X$, $Y+\Delta Y$, $Z+\Delta Z$ les valeurs de la fonction ψ et des cosinus directeurs de la normale en A et en B.

En désignant par Σ une somme de termes semblables en x, y, z, nous avons

$$\cos\alpha = \frac{1}{AB}\Sigma X\Delta x,$$

$$\cos\beta = -\frac{1}{AB}\Sigma(X+\Delta X)\Delta x,$$

et l'équation (1) peut s'écrire

$$(1') \qquad \psi\Sigma(2X+\Delta X)\Delta x + \Delta\psi\Sigma X\Delta x = 0.$$

Supposons que l'on ait tracé sur la surface une courbe quelconque joignant les points A et B. Soit s un paramètre quelconque qui fixe la position des points sur la courbe; s étant justement la valeur de ce paramètre au point B, 0 sa valeur en A.

En appliquant aux fonctions x, X et ψ le développement de Mac-Laurin, il vient

$$\left\{\begin{aligned}
\Delta x &= \frac{dx}{ds}s + \frac{1}{2}\frac{d^2x}{ds^2}s^2 + \frac{1}{3!}\frac{d^3x}{ds^3}s^3 + \ldots,\\
\Delta X &= \frac{dX}{ds}s + \frac{1}{2}\frac{d^2X}{ds^2}s^2 + \ldots,\\
\Delta \psi &= \frac{d\psi}{ds}s + \frac{1}{2}\frac{d^2\psi}{ds^2}s^2 + \ldots.
\end{aligned}\right.$$

Si nous introduisons ces développements dans (1′), les coefficients de s et de s^2 s'annulent, car on a bien

$$\Sigma X\frac{dx}{ds} = 0,$$

et par suite

$$\Sigma\frac{dX}{ds}\frac{dx}{ds} = -\Sigma X\frac{d^2x}{ds^2}. \tag{2}$$

En exprimant que le coefficient de s^3 doit aussi s'annuler on trouve

$$\psi\left\{\tfrac{1}{3}\Sigma X\frac{d^3x}{ds^3} + \tfrac{1}{2}\Sigma\frac{dX}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} + \tfrac{1}{2}\Sigma\frac{d^2X}{ds^2}\frac{dx}{ds}\right\} + \tfrac{1}{2}d\psi\Sigma X\frac{d^2x}{ds^2} = 0,$$

d'où, en remplaçant $\Sigma X\frac{d^3x}{ds^3}$ par sa valeur, tirée de (2), à savoir

$$-2\Sigma\frac{dX}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} - \Sigma\frac{d^2X}{ds^2}\frac{dx}{ds},$$

nous avons

$$\Sigma\left(\frac{dX}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} - \frac{d^2X}{ds^2}\frac{dx}{ds}\right) = 3\frac{d\log\psi}{ds}\Sigma X\frac{d^2x}{ds^2}. \tag{3}$$

Cette relation doit être satisfaite en tout point et pour toute courbe d'une surface (S).

Supposons en particulier que la courbe soit une asymptotique. On aura, d'après la définition de ces courbes,

$$\Sigma\frac{dX}{ds}\frac{dx}{ds} = 0, \tag{4}$$

ou bien, à cause de (2),

$$\Sigma X\frac{d^2x}{ds^2} = 0. \tag{4'}$$

Le second membre de (3) s'annule donc pour toute asymptotique. D'ailleurs on a encore pour ces courbes

$$\Sigma \frac{d^2X}{ds^2}\frac{dx}{ds} + \Sigma \frac{dX}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} = 0\,;$$

l'égalité (3) se réduit par suite à

$$\Sigma \frac{dX}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} = 0\,. \tag{5}$$

Supposons d'abord que la surface (réelle) envisagée ne soit ni développable, ni sphérique.

Il n'est pas possible dans ce cas que les deux formes quadratiques binaires, relatives à notre surface, Σdx^2, $\Sigma dX\,dx$, aient des facteurs communs [1]). Les asymptotiques ne sont donc pas (même lorsqu'elles sont imaginaires) des lignes de longueur nulle.

D'après cela, il est loisible, pour une asymptotique quelconque (qu'elle soit réelle ou imaginaire), de supposer le paramètre s choisi de sorte que l'on ait

$$\Sigma \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 = 1\,,$$

et par suite

$$\Sigma \frac{dx}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} = 0\,.$$

On a alors à la fois, d'après (4′) et (5),

$$\left\{\begin{aligned} &\Sigma \frac{dx}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} = 0\,,\\ &\Sigma X \frac{d^2x}{ds^2} = 0\,,\\ &\Sigma \frac{dX}{ds}\frac{d^2x}{ds^2} = 0\,. \end{aligned}\right. \tag{6}$$

En tenant compte de ce que

[1]) En effet, les deux formes étant réelles et la première ayant ses deux facteurs imaginaires conjugués, la seconde devrait les admettre tous deux. Elle serait alors proportionnelle à la première, ce qui arrive seulement pour le plan et pour la sphère. Voyez par exemple Bianchi: „Lezioni di Geometria differenziale", Chap. IV, pag. 32.

$$\Sigma X^2 = 1 . \ \Sigma \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 = 1 ;$$

$$\Sigma X \frac{dX}{ds} = 0 , \Sigma \frac{dX}{ds}\frac{dx}{ds} = 0 , \Sigma \frac{dx}{ds} X = 0 .$$

on trouve immédiatement que le carré du déterminant des coefficients du système (6) a pour valeur

$$\frac{\Sigma dX^2}{ds^2}$$

expression qui ne s'annule ni en général, ni pour les asymptotiques. En effet, comme il ne s'agit pas d'une surface développable, ΣdX^2 est une forme définie et elle ne peut pas avoir de facteurs communs avec $\Sigma dX dx$ [1]), à moins que la surface ne fût une sphère, ce que nous avons également exclu.

Les équations (6) exigent par conséquent que l'on ait, pour toute asymptotique de la surface,

$$\frac{d^2x}{ds^2} = 0 , \ \frac{d^2y}{ds^2} = 0 , \ \frac{d^2z}{ds^2} = 0 .$$

Les asymptotiques sont donc des droites. Mais, la surface n'étant pas développable, elle contient un double système d'asymptotiques. Donc elle est doublement réglée, c'est-à-dire une quadrique.

La sphère étant elle-même une quadrique, il n'y a pas, en dehors des quadriques, de surfaces (S) non développables.

Venons maintenant au cas où l'on aurait affaire à une surface (S) développable.

Permettez que je commence par établir quelques formules, auxquelles il me faudra avoir recours dans un moment.

Je rappelle d'abord que, pour toute surface réglée, les coordonnées x, y, z peuvent être définies en fonction de deux paramètres u, v par les trois équations

[1]) C'est ce qui résulte de l'identité

$$\Sigma dX^2 = K \Sigma dx^2 + H \Sigma dX dx ,$$

où K et H désignent respectivement la courbure totale et la courbure moyenne de la surface (Bianchi, loco citato, pag. 116). En effet tout facteur commun aux deux formes ΣdX^2, $\Sigma dX dx$ appartiendrait aussi (dès que $K \gtrless 0$) à la forme Σdx^2, tandis que, comme on vient de remarquer, Σdx^2, $\Sigma dX dx$ n'ont pas de facteurs communs.

$$(7)\qquad \begin{cases} x = \alpha_1 u + a_1, \\ y = \beta_1 u + b_1, \\ z = \gamma_1 u + c_1, \end{cases}$$

où $\alpha_1, a_1, \ldots, c_1$ désignent des fonctions de la seule variable v.

La surface étant réelle, il est encore loisible (par un choix convenable des paramètres u et v) de supposer

$$(8)\qquad \Sigma \alpha_1^2 = 1, \Sigma a'^2_1 = 1, \Sigma \alpha_1 a'_1 = 0.$$

Le signe Σ représente toujours une somme de termes semblables: en α, β, γ; a, b, c; ou, comme tout à l'heure, en x, y, z; X, Y, Z. Les accents dénotent des dérivations par rapport à v.

Il est bien clair que les génératrices rectilignes de la surface (7) correspondent aux lignes $v = \text{const}$.

Les cosinus directeurs X, Y, Z de la normale sont définis par les équations

$$\Sigma X^2 = 1, \Sigma X \alpha_1 = 0, \Sigma X(\alpha'_1 u + a'_1) = 0.$$

Dire qu'une surface est développable, c'est dire que le plan tangent reste le même tout le long d'une même génératrice, ou, si l'on veut, que X, Y, Z ne dépendent pas de u. Il faut pour cela (et il suffit) que, en entendant désormais par X, Y, Z des fonctions de v seulement, on ait à la fois

$$(9)\qquad \Sigma X^2 = 1, \ \Sigma X \alpha_1 = 0, \ \Sigma X a'_1 = 0;$$

$$(10)\qquad \Sigma X \alpha'_1 = 0.$$

Posons pour plus de symétrie

$$(11)\qquad \begin{cases} a'_1 = \alpha_2, \ b'_1 = \beta_2, \ c'_1 = \gamma_2, \\ X = \alpha_3, \ \ Y = \beta_3, \ \ Z = \gamma_3. \end{cases}$$

Les équations (8) et (9) expriment simplement que

$$\begin{matrix} \alpha_1, & \alpha_2, & \alpha_3; \\ \beta_1, & \beta_2, & \beta_3; \\ \gamma_1, & \gamma_2, & \gamma_3 \end{matrix}$$

sont les cosinus directeurs d'un trièdre trirectangle. Leurs dérivées par rapport à v pourront donc s'exprimer toutes au moyen de trois fonctions auxiliaires p, q, r, par les formules classiques de Poisson.

L'équation (10) n'est autre chose que $q = 0$. On a de la sorte

$$(12)\qquad \alpha'_1 = \alpha_2 r, \ \alpha'_2 = \alpha_3 p - \alpha_1 r, \ \alpha'_3 = -\alpha_2 p$$

avec les autres semblables en β et γ.

Ceci posé, la différentiation des (7) nous donne

$$dx = \alpha_1 du + \alpha_2 (ru + 1) dv, \text{ etc.};$$
$$d^2x = \left[2\alpha_2 r du + \{(\alpha_3 p - \alpha_1 r)(ru + 1) + \alpha_2 r' u\} dv \right] dv, \text{ etc.}$$

On trouve de même, d'après les conventions (11),

$$dX = -\alpha_2 p dv, \text{ etc.};$$
$$d^2X = -\{(\alpha_3 p - \alpha_1 r) p + \alpha_2 p'\} dv^2, \text{ etc.}$$

d'où, à cause des relations d'orthogonalité,

$$\Sigma X d^2x = p(ru + 1) dv^2,$$
$$\Sigma dX d^2x = -\{2 p r du + p r' u dv\} dv^2,$$
$$\Sigma d^2X dx = \{p r du + p'(ru + 1) dv\} dv^2.$$

Après ces remarques préliminaires, nous allons reprendre l'équation (3). Comme elle doit être vérifiée pour toute ligne de la surface, elle équivaut à

$$\Sigma (dX d^2x - d^2X dx) = 3 d \log \psi \Sigma X d^2x.$$

Les formules qu'on vient d'écrire montrent que, pour les surfaces développables, cette condition se réduit à

$$d \log \psi = -\frac{r}{ru + 1} du - \tfrac{1}{3} \left\{ \frac{r' u}{ru + 1} + \frac{p'}{p} \right\} dv \tag{13}$$
$$= -\tfrac{1}{3} d \log p (ru + 1) - \tfrac{2}{3} \frac{r}{ru + 1} du.$$

Elle exige que le second membre soit une différentielle exacte et par suite que r soit une constante.

Il est aisé d'en apercevoir la signification géométrique.

En effet, ou bien $r = 0$.

La première des (12) avec ses analogues exprime alors que

$$\alpha'_1 = \beta'_1 = \gamma'_1 = 0,$$

c'est-à-dire, d'après (7), que les génératrices rectilignes de notre surface sont toutes parallèles.

La surface est alors un cylindre.

Ou bien $r \gtrless 0$.

La comparaison des relations

$$\alpha'_1 = \alpha_2 r, \quad \beta'_1 = \beta_2 r, \quad \gamma'_1 = \gamma_2 r$$

avec

$$a'_1 = \alpha_2 \ , \ b'_1 = \beta_2 \ , \ c'_1 = \gamma_2$$

donne

$$a'_1 = \frac{\alpha'_1}{r} \ , \ b'_1 = \frac{\beta'_1}{r} \ , \ c'_1 = \frac{\gamma'_1}{r} \ .$$

d'où (x_0, y_0, z_0 étant des constantes)

$$a_1 = \frac{\alpha_1}{r} + x_0 \ , \ b_1 = \frac{\beta_1}{r} + y_0 \ , \ c_1 = \frac{\gamma_1}{r} + z_0 \, .$$

Les (7) définissent dans ce cas un cône ayant son sommet au point x_0, y_0, z_0.

Il résulte de là que les surfaces (S) développables ne peuvent être que des cônes ou des cylindres. Ici toutefois la réciproque n'est plus vraie en général, mais seulement dans le cas, évidemment très particulier, où la fonction ψ, définie par l'équation (13), coïnciderait avec la densité de l'électricité en équilibre.

Je pense avec vous qu'ici encore on ne trouverait que des surfaces du second degré.

. . . . . .

. . . . . .

Padoue le 29 Avril 1902.

---

35. M. C. KOSTANECKI m. c. **Dojrzewanie i zapłodnienie jajka u Cerebratulus marginatus.** ***(Ueber die Reifung und Befruchtung des Eies von Cerebratulus marginatus).*** *(Sur la maturation et la fécondation de l'oeuf de Cerebratulus marginatus).* Mémoire présenté par l'auteur dans la Séance du 4. Novembre 1901.

Die Grundlage zu dieser Untersuchung bilden mehrere Serien in regelmässigen Zeitabständen fixierter Eier, bei denen ich selbst im Frühjahr 1897, sodann auf meine Bitte Herr Dr. Siedlecki im Jahre 1899 in Neapel die künstliche Befruchtung vorgenommen hat. Als Fixierungsflüssigkeit diente vor allem das Perennyi'sche Gemisch, sodann Sublimat mit Zusatz von Eisessig. Die nach den von mir bei Gelegenheit anderer Arbeiten beschriebenen Methoden behandelten Eier wurden in Serien à 5 μ zerlegt und sodann nach

der Heidenhain'schen Eisen-Haematoxylinmethode mit Vorfärbung vermittelst Bordeaux R gefärbt.

Die frühesten Stadien, in denen ich die Entstehung der Richtungsspindel verfolgen konnte, entstammen Eiern, welche etwa 5 Minuten nach der Befruchtung fixiert wurden. Man gewahrt in denselben neben dem grossen, fast kugeligen Kern zwei Strahlungen mit je einem Centralkörper in der Mitte.

Die Centralkörper der beiden Strahlungen sind durch eine sehr deutliche, starke Centralspindel verbunden, welche in den Fig. 1, 2, 3, 7 der Tafeln aufs klarste zu sehen ist. An der Stelle, wo die Strahlensonnen die Kernmembran berühren, weist dieselbe deutliche Einbuchtungen, wellenförmige Einkerbungen auf; und da hierdurch die Kernmembran ihren Halt verliert, erscheint sie gewöhnlich auf dem ganzen Umfange wellenartig gefaltet (Fig. 1, 2, 3, 4, 5). In etwas späteren Stadien erscheint der Kern wie angenagt durch die ihn berührenden Strahlen; sodann senkt sich unter weiterem Wachsthum gewissermassen die ganze achromatische Figur in den Kern hinein. Die Strahlen verbinden sich mit dem Liningerüst desselben und man gewinnt den Eindruck, dass sie auf dessen Kosten wachsen und sich durch seine Vermittelung mit den kleinen Chromosomen in Verbindung setzen, welche sie nach der Mitte der Spindel befördern. Unterdessen schwindet allmählich die Kernmembran; die ganze karyokinetische Spindelfigur ist von den Resten des Kerngerüstes umgeben, welches in der Form eines deutlichen, anfänglich intensiv gefärbten, dann allmählich blasseren körnigen Reticulums erscheint (Fig. 7, 8, u. ff.). Während dieser Umwandlung verschwindet allmählich das Kernkörperchen. Anfänglich erscheint dasselbe auf stärker gefärbten Präparaten ganz einheitlich und sehr intensiv gefärbt (Fig. 1.), auf mehr differencierten Präparaten sieht man in demselben ein dunkleres Gerüst mit hellerer Zwischenmasse (Fig. 5), in späteren Stadien erscheint im Inneren des Kernkörperchens eine an Grösse immer zunehmende helle Vacuole, die äusseren Theile, die wie eine Membran um dieselbe bilden, verlieren immer mehr ihr Tinctionsvermögen, so dass im Augenblick der definitiven Ausbildung der Richtungsspindel das Kernkörperchen überhaupt verschwunden ist.

Die anfängliche Lage der Richtungsspindel ist eine verschiedene, einmal mehr der Eimitte, ein andermal mehr der Eiperipherie zugewendet, was von der wechselnden ursprünglichen Lage der sich

entwickelnden achromatischen Figur abhängig ist. Im Verhältnis zum Eidurchmesser liegt die Spindel anfangs schief (Fig. 7, 8) und stellt sich erst dann, der Eiperipherie schon genähert, in einen Eiradius (Fig. 9). Da die aus dem Kerngerüst übrig bleibende körnige Masse mit der Richtungsspindel nach der Eiperipherie hinaufrückt und die grobkörnigen Deutoplasmamassen verdrängt, so bildet sich ein ausgesprochener Gegensatz zwischen dem animalen und vegetativen Pol aus (Fig. 9 u. ff.). In der definitiv ausgebildeten Richtungsspindel sieht man im Aequator die Chromosomen (16 an der Zahl) in der Form von typischen Vierergruppen (Fig. 7, 8). An den Spindelpolen sieht man kleine, schwarz tingierte, punktförmige Centrosomen, an welche die Strahlen herantreten. Im Aequator der Spindel sieht man eine deutliche Durchkreuzung der Polstrahlungen.

Die Polstrahlung des peripheren Pols nimmt, je mehr sich die Spindel der Eiperipherie nähert, ab. Sobald dessen Centrosoma die Eiperipherie berührt, erscheint an dieser Stelle zunächst eine kleine Einsenkung (Fig. 9), sodann bildet sich erst eine Hervorwölbung, in welche die Hälfte der Spindel sowie der Chromosomen gelangt. An der Abschnürungsstelle des I. Richtungskörpers bildet sich aus den schon vorhin im Aequator an den Centralspindelfasern auftretenden Verdickungen ein deutlicher Zwischenkörper.

Bisweilen sind die Centrosomen am inneren Pol der I Richtungsspindel schon in den Anaphasen doppelt; bevor noch die Ausstossung des I Richtungskörpers vollzogen ist, bereitet sich das Ei zur Ausstossung des II Richtungskörpers vor. Aber auch der periphere Pol der I Richtungsspindel weist sehr häufig doppelte Centrosomen auf, was auf eine Theilung des I Richtungskörpers in zwei Tochterzellen hinweist, wie sie in der That bei Cerebratulus sehr häufig zu sehen ist (vergl. Fig. 15 sowie Fig. 17., in welcher der I Richtungskörper eine karyokinetische Spindel im Dispiremstadium aufweist).

Aus den in der Eizelle verbliebenen Chromosomen und den Centrosomen bildet sich, umgeben von dem Hof der feinkörnigen Plasmamasse in typischer Weise die II Richtungsspindel aus, deren einzelne Phasen aus den Figuren 10, 11, 12 zu ersehen sind. An der Abschnürungsstelle bildet sich gleichfalls aus den Verdickungen der Centralspindelfasern ein deutlicher Zwischenkörper

aus (vrgl. Fig. 14), der lange Zeit hindurch erhalten bleibt, und von dem aus ein Strahlenbündel in die Eizelle ausgeht (Fig. 16, 18).

Der Samenfaden dringt ins Ei in toto, sammt seiner Geissel hinein, die jedoch bald verschwindet. Seine Eintrittsstelle liegt im Verhältnis zu der Stelle, wo die Richtungskörper ausgestossen werden, sehr verschieden, wie aus den Fig. 5, 8, sodann 10—15 zu ersehen ist. Da der zunächst längliche, dann runde compacte Spermakern von der körnigen Plasmamasse der Eizelle umgeben ist und anfänglich der Strahlung entbehrt, so lässt sich an ihm ein Centrosom nicht nachweisen, deswegen kann man auch die Drehung desselben um 180°, wie sie aus Beobachtungen bei anderen Thieren bekannt ist, nicht feststellen. Während die Ausstossung des I Richtungskörpers sich vollzieht und die II Richtungsspindel sich zu bilden beginnt, quillt der compacte Spermakopf zu einem bläschenförmigen Kern heran; dicht neben ihm gewahrt man eine zunächst schwache Strahlung mit einem deutlichen Centralkörper in der Mitte (Fig. 10, 11). Während diese Strahlung anfänglich seitlich vom Spermakern liegt, gewinnt sie sodann ihre Lage vor dem Spermakern und geht ihm in der Wanderung gegen den Eikern (resp. anfangs gegen die am animalen Pol gelegene Richtungsspindel) voraus (Fig. 13, 14, 15, 16). Sie gewinnt rasch an Mächtigkeit, ihre Strahlen werden zahlreicher, stärker und länger und drängen die Deutoplasmakörner immer mehr zur Seite. Dabei entfernt sich die Strahlung (vergl. Fig. 13, 14, 15) von dem Spermakern mehr oder weniger weit (bisweilen, wie in der Fig. 15, sogar auf eine sehr bedeutende Strecke) und dringt gegen den feinkörnigen Hof am animalen Pol vor, wohin ihm der Spermakern sodann nachrückt (Fig. 16). Die Centrosomen sind in diesem Stadium gewöhnlich schon verdoppelt (Fig. 13, 15), sehr oft sieht man sie schon bedeutender von einander entfernt und durch eine deutliche Centralspindel verbunden (Fig. 14 und Fig. 12, welche einem disperm befruchteten Ei entstammt; die eine Sperma-Strahlung ist einfach mit einem Centrosom in der Mitte, die zweite enthält zwei durch eine Centralspindel verbundene Centrosomen, um welche sich zwei Strahlensysteme gruppieren). In dem Stadium, wo die Spermastrahlung sammt dem ihr nahe anliegenden Spermakern schon in den feinkörnigen Hof am animalen Pol gelangt ist, erscheint sie stets verdoppelt und ihre Centrosomen liegen bereits ziemlich bedeutend von einander entfernt (Fig. 16).

Während der Zeit sind auch mit den im Ei verbliebenen Chromosomen des Eikerns und ihrer Strahlung bedeutende Veränderungen erfolgt: Die nach der Ausstossung des II Richtungskörpers in der Eizelle verbliebenen 16 Chromosomen (Fig. 14) bilden zunächst ebensoviele kleine bläschenförmige Kerne, welche sich zu mehreren Bläschen (Fig. 15, 16) vereinigen, diese fliessen sodann zu einem einzigen, zunächst lappigen, dann mehr oder weniger runden Kern zusammen. Beide Geschlechtskerne wachsen sodann gleichmässig und erscheinen bald als gleichmässig grosse, in jeder Beziehung gleich aussehende Blasen, welche man nur nach ihrer Lage als Ei- und Spermakern unterscheiden kann. Da sie sich bei ihrem Wachsthum berühren, so platten sie sich gegenseitig ab und verschmelzen schliesslich zu einem einzigen Kernbläschen.

Die Strahlung, welche am inneren Pol des II Richtungskörpers zur Zeit seiner Abschnürung zu sehen ist (Fig. 14), erhält sich noch einige Zeit, wenn die Umwandlung der Ei-Chromosomen in kleine Bläschen erfolgt (Fig. 15); das vorhin deutlich sichtbare Centrosom ist aber nicht mehr zu sehen; falls es noch vorhanden ist, dürfte es von dem Chromosomen-Bläschenhaufen verdeckt sein. In späteren Stadien wird die Strahlung immer schwächer und man sieht ihre Überreste gewöhnlich zur Seite des lappigen Eikerns gerückt, woraus zu schliessen ist, dass auch hier die von M. Heidenhain als „Telophase“ bezeichnete Verlagerung der achromatischen Theile im Verhältnis zum Kern stattgefunden hat (vergl. Fig. 16, in welcher an einer Seite des Eikerns nur noch ein schwaches Strahlenbündel zu sehen ist). Wenn der Spermakern mit seiner doppelten Strahlung sich noch mehr nähert, schwindet auch dieser letzte Überrest der Eikernstrahlung, und die dem Spermakern vorangehende, mächtig entwickelte Strahlung mit ihren Centrosomen und ihrer, wie ich speciell hervorheben möchte, die ganze Zeit hindurch sehr deutlichen Centralspindel, kommt symmetrisch zwischen die beiden Geschlechtskerne zu liegen (vrgl. Fig. 17, 18, 19. In Fig. 18 ist die Centralspindel sehr deutlich zu sehen, da der Schnitt etwas schief gefallen ist und der Eikern nur angeschnitten ist).

Für Cerebratulus marginatus kann es keinem Zweifel unterliegen, dass die Centrosomen der ersten Furchungsspindel von dem Spermatozoon stammen. Denn wenn auch bei Cerebratulus (ähnlich wie bei Physa fontinalis oder bei Limax (Mark), bei Pterotrachea

(Boveri), Prostheceraeus (Klinkowström), Pleurophyllidia californica (Mac Farland) u. a.) nach der völligen Annäherung der Geschlechtskerne ein Stadium eintritt, wo die Strahlung undeutlich wird und die Centrosomen infolge dessen nicht gefunden werden können, so halte ich doch die Centrosomen sammt der achromatischen Figur, welche bei Cerebratulus, ähnlich wie bei vielen anderen Thieren in dem Augenblick, wenn die Kerne mit ihrer Vorbereitung zur Theilung fertig geworden sind, wieder deutlich hervortreten, für dieselben Gebilde, welche wir im Augenblick der Annäherung der Geschlechtskerne so scharf ausgebildet sahen.

Gegen diese von fast allen Autoren, welche die Befruchtungsvorgänge bei verschiedenen Thieren genauer untersucht haben, anerkannte Deutung der Centrosomen der Furchungsspindel, der ich in meiner Arbeit über Physa fontinalis eine eingehendere Erörterung gewidmet habe, hat Carnoy Einspruch erhoben, indem er die von dem Spermatozoon eingeführten Centrosomen völlig zu Grunde gehen lässt, dagegen die Centrosomen der ersten Furchungsspindel als ausgewanderte Nucleolen der Geschlechtskerne deutet, welche zur Bildung einer neuen Strahlung Veranlassung geben sollen.

Für diese Deutung der Centrosomen als ausgewanderter Nucleolen der Geschlechtskerne hat Carnoy keine Anhänger gefunden, directe Beobachtungen sprechen dagegen (Lillie). Aber mehrere Autoren verwerten die oben angeführten Angaben von Mark, Boveri, Klinkowström, sodann Kostanecki und Wheeler (Myzostoma), Katharina Foot (Allolobophora foetida), Coë (Cerebratulus), van Name (Planocera), Child (Arenicola), Lillie (Unio), um daraus den Schluss zu ziehen, dass die vom Spermatozoon eingeführten Centrosomen völlig zu Grunde gehen, die Centrosomen der ersten Furchungspindel aber von neuem entstehen. „I believe that they are egg-products of new origin formed under the influence of the two germ-nuclei“. Lillie, der sich in dieser Weise für Unio äussert, stellt allerdings nicht in Abrede, dass bei anderen Thieren die Centrosomen der ersten Furchungsspindel eine andere Herkunft haben können: „I agree therefore that the centrosomes are of no special significance in fertilization. The cleavage centers may arise from the spermcenters, or from the egg-center, or in such a way that there is no discernible relation to either“. Ich glaube indes, dass in einer so fundamentalen Frage ein principieller Unterschied zwischen den verschiedenen Thierspecies nicht

bestehen kann, dass hier vielmehr eine Einheitlichkeit herrscht, und nur, sowie in einer Reihe von anderen Einzelheiten des Reifungs- und Befruchtungsprocesses, graduelle Unterschiede vorkommen können, indem derselbe Process bei einer Thierspecies mit grösserer, bei der anderen mit geringerer Deutlichkeit zu Tage tritt.

Von diesem Standpunkte aus sind von besonderer Wichtigkeit Beobachtungen an solchen Thieren, bei denen nach der Annäherung der Geschlechtskerne ein Schwund der dem Spermakern vorangehenden mächtigen Strahlenfigur nicht in dem Masse erfolgt, dass man sie nicht feststellen könnte. So kann ich für die Echinodermen aus eigener Erfahrung die Worte Boveris bestätigen, dass nach der Verschmelzung der Geschlechtskerne „jene 30—35 Minuten währende Periode folgt, in der die Strahlung zunächst an Intensität sehr stark abnimmt, bis sie schliesslich, wenn der Kern mit seiner Vorbereitung zur Theilung fertig geworden ist, von neuem wieder mächtig wird“.

Griffin stellt bei Thalassema fest: „In Thalassema the pause is of short duration, and while the asters are a trifle less distinct, they nevertheless show clearly throughout, and the persistence of their focal centrosome is easily demonstrated.

„From the above it is quite evident that the centrosomes persist entire throughout the whole of the critical stage where, in so many forms, they have been lost sight of“.

Dasselbe stellt Crampton für Molgula (eine Ascidie) fest, dessen Befunde ich nach Lillie citiere: „This egg offers especially clear evidence of the persistence of the sperm-centrosomes in the cleavage, because there are no asters associated with the maturation spindles, and the sperm-asters are perfectly distinct, and persistent from the time of entrance of the spermatozoon.“

Derartige Beobachtungen, die sich gewiss mehren dürften, sprechen gegen die Betheiligung der beiden Geschlechtskerne an der Genese der Centrosomen der ersten Furchungsspindel und entziehen vollends den Boden der Carnoy'schen Behauptung, wonach die ausgewanderten Nucleolen der beiden Geschlechtskerne zu Centrosomen der Furchungsspindel werden sollen.

Gegen diese Anschauung sprechen auch die Beobachtungen bei der Polyspermie, wo bekanntlich die Zahl der Pole der mehrpoligen Figuren der doppelten Anzahl der eingedrungenen Samenfäden entspricht, also 2 n, während sie im Sinne der Carnoy'-

schen Auffassung n + 1 betragen müsste, ferner die Experimente mit der Befruchtung kernloser Eistücke.

In meiner Arbeit über Physa fontinalis habe ich bei Besprechung des Schwundes der Spermastrahlung und des Auftretens der Furchungsspindel mich dahin geäussert:

„Während der ganzen Zeit, wo die Thätigkeit der protoplasmatischen Strahlen nicht in Anspruch genommen wird, wo sie keine Aufgabe zu erfüllen haben, geht mit ihnen dieselbe Veränderung vor, die nach jeder Mitose an jeder Zelle, wenn sie ins Ruhestadium übergeht, in dem protoplasmatischen Fadengerüst wahrzunehmen ist: die Strahlung wird undeutlich, geht in eine netzförmige Anordnung über, oder sie verliert sich in einer „entsprechenden molecularen Gruppierung", die dann im gegebenen Augenblick durch eine der physiologischen Erregung entsprechende histologische Differenzierung wieder in Strahlenform sichtbar wird. In Anbetracht des ganzen weiteren Verlaufs des Processes können und müssen wir annehmen, dass das ganze Strahlensystem (Centralspindel und das Centrosoma, Polstrahlung und die nach den Kernen gerichteten Strahlenkegel) auch hier, wenn auch in modificierter Form, vorhanden sind".

Coë, der bezüglich der Identität der Spermacentrosomen und der Centrosomen der Furchungsspindel meine Anschauung völlig theilt, ist jedoch der Ansicht, dass dies nicht auch für die Strahlenfigur gilt: „These new asters are entirely new formations and can have absolutely no relations with the old radiations of the sperm asters unless it be that they have the same centrosomes".

Ich glaube indes an meiner Behauptung in der obigen Fassung festhalten zu müssen. Wenn wir das Auftreten der achromatischen Figur der I Furchungspindel sammt ihrem ganzen Apparat (Zugfasern, Polstrahlung, Centralspindel) mit der sich nur langsam vollziehenden Entwicklung der achromatischen Figur bei jeder Karyokinese, sodann mit der so langsamen Entwicklung der Spermastrahlung vergleichen, so muss uns der auffallende Unterschied zu dem Schluss führen, dass diese achromatische Figur ihre Entstehung der vorhin schon durchgeführten und vorbereiteten dicentrischen Gruppierung und Anordnung des protoplasmatischen Gerüstes verdankt, wobei natürlich nicht Strahl für Strahl identisch mit den vorhin existierenden sein muss.

36. M. C. KOSTANECKI m. c. **Nieprawidłowe figury mitotyczne przy wydzielaniu ciałek kierunkowych w jajkach Cerebratulus marginatus.** *(Ueber abnorme Richtungskörpermitosen in befruchteten Eiern von Cerebratulus marginatus). (Sur les anomalies des figures mitotiques lors de la formation des globules polaires dans l'oeuf de Cerebratulus marginatus).* Mémoire présenté par l'auteur dans la Séance du 4. Novembre 1901.

Bei der Untersuchung der Reifung und Befruchtung des Eies von Cerebratulus marginatus habe ich in verschiedenen Serien neben den normalen Bildern abnorme karyokinetische Figuren angetroffen.

Am häufigsten waren dieselben durch Polyspermie hervorgerufen und boten die hierfür typischen, seit den Arbeiten der Gebrüder Hertwig und anderer Autoren so wohlbekannten Bilder dar, dass ich ihnen keine weiteren Bemerkungen widmen zu müssen glaube. Dagegen haben meine Aufmerksamkeit in hohem Grade Bilder in Anspruch genommen, die ich zunächst vereinzelt, dann bei der Durchsicht vieler Tausende von Präparaten in grösserer Zahl angetroffen habe. und welche gleichfalls vielpolige mitotische Figuren betreffen. die aber nicht der Polyspermie sondern einer Abweichung im Verlauf des Processes der Richtungskörperausstossung ihre Entstehung verdanken.

Das Auffinden derartiger Figuren, und, wenn man sie gewahr wird, das Auffinden sämmtlicher Serienschnitte eines bisweilen auf 20 Schnitte zerlegten Eies ist ungemein zeitraubend. aber ich habe diese Bilder um so eingehender verfolgt. als sie mit Hinblick auf neuere in der Cytologie aufgeworfene Fragen von grosser Bedeutung sein können.

Die Bilder, welche ich angetroffen habe, will ich in der, der normalen Richtungsmitose entsprechenden Aufeinanderfolge gruppieren, ohne hiermit den genetischen Zusammenhang der zu beschreibenden Bilder präjudicieren zu wollen.

Das Bild der normal sich entwickelnden I Richtungsspindel von Cerebratulus marginatus ist uns vom frühesten Stadium an bekannt: neben dem grossen kugeligen Kern erscheinen zwei durch eine deutliche Centralspindel verbundene und von typischen Strahlensonnen umgebene Centrosomen. Nun habe ich aber ab und zu Bilder gefunden. wo den Eikern eine ganze Reihe von Strahlungen umgab, vergl. Fig. 1—4. Wir sehen in denselben um den Eikern 6—8 Strahlungen gruppiert; die Figuren sind je nach einem 5 μ dicken Serienschnitt gezeichnet; wenn man sich die Bilder recon-

struiert, so kann man feststellen, dass der ganze Eikern von allen Seiten von einer ganzen Menge derartiger Strahlensonnen umgeben ist. Alle diese Strahlungen bieten dasselbe Aussehen dar, in ihrer Mehrzahl sehen wir deutliche dunkel tingierte Punkte, wie typische Centrosomen; in einigen sind dieselben doppelt (Fig. 1.), bisweilen sind einzelne Strahlungen durch eine deutliche Centralspindel verbunden (Fig. 1 u. 4.).

Diese Figuren haben meine Aufmerksamkeit in desto höherem Grade gefesselt, als Mead im Jahre 1898 bei Chaetopterus pergamentaceus ähnliche Strahlungen als normale Bildungen beschrieben und auf Grund derselben behauptet hat, dass die achromatische Figur der ersten Richtungsspindel in der Weise entsteht, dass im Protoplasma zunächst eine Reihe von Strahlungen (secondary asters) erscheint, und dass erst nachträglich zwei von denselben (primary asters) an Mächtigkeit gewinnen und die definitiven beiden Pole der Richtungsspindel bilden, während die übrigen verschwinden. Ähnliche Bilder von accessorischen Strahlungen im Protoplasma hat früher bereits Carnoy im befruchteten Ei von Ascaris megalocephala, sodann Watase bei Macrobdella, neulich Griffin bei Thalassema als normale Bildungen beschrieben. Eine Analogisierung dieser Beschreibungen mit den in der botanischen cytologischen Literatur verzeichneten Beobachtungen von Strasburger, Belajeff, Osterhout, Mottier und Juel (wo um den Kern herum im Protoplasma eine ganze Reihe von Strahlenkegeln erscheint, die dann erst zu einer zweipoligen Spindelfigur verschmelzen) erscheint uns nicht durchführbar.

Mead erblickt in den von ihm beobachteten Bildern eine Analogie mit den bekannten von Reinke bei Gewebszellen in den Vorstadien zur Mitose beschriebenen „secundären mechanischen Centren", deren Auftreten jedoch bisher von anderer Seite nicht bestätigt wurde.

Alle diese Beobachtungen lassen für manche Hypothesen weiten Spielraum, lassen sich aber (— auch vorausgesetzt, dass sie bei den betreffenden Objecten normale und regelmässige Bildungen sind —) zu einer einheitlichen Erklärung nicht verwerten. Für die befruchteten Eier von Cerebratulus muss ich aufs entschiedenste feststellen, dass sie abnorme, pathologische Bildungen sind.

In den Fig. 1—4 sahen wir die Strahlungen neben dem Kern mit noch erhaltener Kernmembran liegen; in der Fig. 5 sehen wir

die Kernmembran im Schwund begriffen, an einer Seite des Kerns sehen wir schon die Chromosomen in der Form von Vierergruppen im Aequator einer Spindel liegen, die von einer zweiten Spindel gekreuzt wird und mit einer dritten an einem Pol vereint ist, ausserdem sehen wir in dem einen Schnitt(!) noch 7 andere Strahlungen. In Fig. 6 sehen wir die Kernmembran schon völlig geschwunden und eine vierpolige Spindelfigur gebildet, in der die Eichromosomen auf 3 Spindeln vertheilt sind, ausserdem ist in der Figur der Spermakopf sammt seiner Strahlung zu sehen.

Gleichfalls Bilder nach völliger Auflösung der Kernmembran aber mit viel zahlreicheren, schon auf einem Schnitt sichtbaren Strahlungen stellen die Fig. 7 und 8 dar, die folgenden zugehörigen Schnitte weisen eine noch viel grössere Zahl der Strahlungen auf. (In Fig. 7 sind ausserdem 2 Spermastrahlungen zu sehen). In den Fig. 9*a* — 9*f* sind 6 aufeinanderfolgende Schnitte einer Serie abgebildet, aus denen man sich das völlige Bild der die in Fig. 9*b* und 9*c* abgebildeten Chromosomen umgebenden Strahlungen (24 an der Zahl), reconstruieren kann; ausser diesen Strahlungen sieht man auch hier im Protoplasma zahlreiche Spermaköpfe und Spermastrahlungen zerstreut. Die Chromosomen, welche entweder die typische Form von Vierergruppen aufweisen oder kreisförmig erscheinen würden in den Fig. 7, 8, 9, ihrer Lage nach, im Vergleich zu den normalen mitotischen Richtungsfiguren, dem Stadium auf dem Übergang zwischen lockerem Knäuel und dem Mutterstern entsprechen.

In der Fig. 10 sehen wir eine vielpolige Figur im Stadium des Muttersterns, wie die Gestalt der Chromosomen zeigt, sogar schon im Beginn der Metakinese. Die Chromosomen sind innerhalb einer grossen, die Mitte der Figur einnehmenden Spindel angeordnet, welche jedoch nach ihren beiden Enden wie gespalten erscheint, ausserdem sind ringsherum symmetrisch zahlreiche Strahlungen mit theils einfachen, theils doppelten Centrosomen gruppiert. Sowohl die vorhergehenden als auch die nachfolgenden Serienschnitte weisen wiederum noch zahlreiche Strahlensonnen auf, so dass in Wirklichkeit die grosse Spindel wie von einem Mantel von Strahlungen allseits umgeben ist[1]).

[1]) Ausser den oben beschriebenen Bildern habe ich im Stadium des Muttersterns noch andere Abnormitäten gefunden. So sehen wir in Fig. 11 eine Spaltung der Spindelenden und im Centrum dreier von den vier Spindelpolen ein helleres

Es drängt sich hier von selbst die Frage auf, ob derartig abnorme Figuren wirklich zur Ausstossung des I Richtungskörpers führen können. Deswegen habe ich denn auch mit besonderem Eifer meine Präparate studiert, ob ich nicht Figuren antreffen werde, die sich als weitere Stadien dieser Abnormität deuten liessen, wo also entweder eine vielpolige Richtungsspindel sich der Eiperipherie nähert oder über die Eiperipherie sich emporwölbt. Da ich indes derartige Figuren nicht gefunden habe, so sehe ich nur zwei Möglichkeiten: entweder führen diese abnormen Richtungsmitosen nicht zur Ausstossung des I Richtungskörpers, oder aber der Process spielt sich so rasch ab, dass es mir nicht möglich war, dessen Bild zu fassen. Wenn auch die letztere Möglichkeit für mich die wahrscheinlichere ist, so kann ich doch, in Anbetracht des Mangels von positiven Thatsachen, mich nicht mit absoluter Sicherheit für dieselbe äussern.

Aus demselben Grunde möchte ich hier nicht eingehender discutieren, in welcher Weise sich die Ausstossung des I Richtungskörpers abspielen kann, zumal da wir, sobald wir den Process der Ausstossung des II Richtungskörpers kennen lernen werden, eine Beantwortung derjenigen Fragen finden werden, welche wir hier nur hypothetisch erörtern könnten.

Abnorme Bilder bei der Ausstossung des II Richtungskörpers habe ich viel häufiger, als andere Abnormitäten der Richtungsfiguren angetroffen, und es lässt sich aus denselben unter Bezugnahme auf die normalen Figuren eine vollkommene Reihe aufstellen, wobei die einzelnen Glieder der Reihe wiederum ein sehr verschiedenes Bild darbieten können.

Ähnlich wie die normalen Richtungsmitosen, liegen auch diese Figuren auf dem animalen Pol mitten in der feinkörnigen Plasmamasse.

Feld mit, theilweise wenigstens wiederum dicentrisch angeordneter Strahlung. Es ist möglich, dass auch hieraus weiterhin eine mehrpolige Figur sich herausbilden kann.

Anderseits habe ich gar nicht selten auffallend kleine, compacte, aus dicht gedrängten Fasern gebildete und deswegen sehr intensiv sich färbende Spindeln angetroffen, an deren Enden bisweilen die Centrosomen fehlten und auch die Polstrahlung nicht immer zu sehen war. Auch unter diesen Spindeln kamen noch weitere Abnormitäten vor, so z. B. die, welche in der Fig. 12 abgebildet ist: Die auffallend kleine Spindel hat nach beiden Enden keine deutlichen typischen Pole, seitlich von ihr liegt dagegen eine deutliche Strahlung mit zwei Centrosomen.

In der Fig. 13 sehen wir den I Richtungskörper ausgestossen, an der Abschnürungsstelle ist sogar ein Zwischenkörper zu sehen. Die im Ei verbliebenen Chromosomen liegen ähnlich wie normal, nur etwas mehr zerstreut; von ihnen nach innen zu sehen wir aber anstatt einer zweipoligen Spindel, eine ganze Reihe von Strahlungen sammt Centrosomen um ein helleres ovales Feld angeordnet, um welches auf den vorhergehenden und nachfolgenden Schnitten weitere Strahlungen sich gruppieren; ausserdem sieht man in Fig. 13 einen Spermakern sammt dicentrischer Spermastrahlung, auf weiteren Schnitten waren noch andere Spermatozoën sammt Strahlungen zu finden, das Ei war polysperm befruchtet.

In Fig. 14 sehen wir ein ähnliches Bild, nur ist die Zahl der Strahlungen geringer, und eine von den Strahlungen sammt ihrem Centrosom rückt zwischen den Chromosomen mehr gegen die Eiperipherie vor (der I Richtungskörper lag auf dem vorhergehenden Schnitt).

Weitere Stadien stellen die Fig. 15 und 16 dar; ein Pol rückt allmählich gegen die Eiperipherie hinauf, während sich an dem inneren Spindelpol die anderen Strahlungen gruppieren. Beide Eier waren polysperm befruchtet, bei der Durchmusterung der completen Serien dieser Eier habe ich mich überzeugt, dass in dem in Fig. 15 reconstruierten Ei zusammen 5 Spermaköpfe sammt den zugehörigen Strahlungen, in dem nach einem Schnitt in Fig. 16 abgebildeten Ei 4 Spermaköpfe und ebensoviele Spermastrahlungen zu finden waren.

In dem Stadium, wo der äussere Pol bereits die Eiperipherie berührt, kann der innere Pol mit seinen zahlreichen Strahlungen ein sehr verschiedenes Aussehen darbieten, dieselben gruppieren sich entweder um ein einheitliches helleres Feld (Fig. 17, 18), oder bilden wie ein Netz von sich theilweise durchkreuzenden Spindeln (Fig. 19). Seltener ist eine Anordnung wie in Fig. 20. Die Fig. 21 stellt gewissermassen einen Übergang zwischen den normalen und den vielpoligen Spindeln dar.

In den Fig. 15—21 betrafen die Abnormitäten der II Richtungsspindel ausschliesslich den inneren Spindelpol, während sonst das Bild der achromatischen Spindel sammt Chromosomen fast ganz normal war; wir finden aber ab und zu auch noch weiter greifende Abnormitäten vor. So sehen wir in den Fig. 22 und 23 zwar nur einen Pol mit der Eiperipherie in Berührung, aber die Chromoso-

men sind auf zwei Spindeln vertheilt, welche theilweise mit einander verbunden sind. (In Fig. 23, welche durch Reconstruction gewonnen wurde, sehen wir ausserdem 6 Spermakerne mit den zugehörigen Strahlungen).

In der Fig. 24 ist die Spindel nach innen zu gespalten, an einem Pol liegt nur ein Centrosoma von der Strahlung umgeben, am anderen liegen vier Strahlungen sammt Centrosomen symmetrisch angeordnet.

Ein noch viel complicierteres Bild stellt die Fig. 25 dar, sie weist zwei völlig abgeschnürte Richtungskörper auf, unter ihnen sieht man über der Eiperipherie sich einen protoplasmatischen Hügel emporheben, der zur Abschnürung eines dritten Richtungskörpers führen wird. Wir sehen in ihm einige Ei-Chromosomen und sodann einen Chromatinkörper, welcher seinem ganzen Aussehen nach als der Kopf eines Spermatozoon sich charakterisiert, der wohl in der Nähe der Stelle der Richtungskörperausstossung eingedrungen sein muss und darauf in diesen überzähligen Richtungskörper hineingerathen ist[1]) Sodann sieht man in dem protoplasmatischen Hügel Fasern der Centralspindel, welche sich nach unten zu in zwei Spindeln spaltet, an denen die Chromosomen (nur je 6 an der Zahl) in der Form je eines Tochtersterns angebracht sind; nach innen davon sieht man am Ende der einen Spindel ein Centrosoma, welches wiederum durch eine Centralspindel mit einem zweiten Centrosoma verbunden ist, am Ende der zweiten ausser dem dieselbe abschliessenden Centrosoma noch 4 symmetrisch angeordnete Centrosomen nebst Strahlungen. Auch die in diesem Ei sichtbaren Spermastrahlungen bieten eine bemerkenswerte Eigenthümlichkeit: die eine Strahlung hat sich in zwei Strahlungen getheilt und in jeder sieht man wiederum je 2 Centrosomen, was normalerweise niemals vorkommt, die zweite Strahlung weist in ihrer Mitte 4 Centrosomen auf.

Eine genauere Analyse dieser Figur führt zu dem Schluss, dass die zwei ausgeschiedenen Richtungskörper in der That der I und II Richtungskörper sind, dass dagegen der Richtungskörper, dessen Ausstossung sich vor uns abspielt, ein dritter, überzähliger

[1]) Einen in den II Richtungskörper eingedrungenen Samenfaden habe ich bei Physa fontinalis beschrieben und abgebildet. (vrgl. Arch. f. mikrosk. Anat. Bd. 49. Taf. XXX. Fig. 29).

Richtungskörper ist; hierfür spricht auch die geringe Zahl der auf die drei Pole vertheilten Chromosomen. Es drängt sich hier die Vermuthung auf, dass die grosse Zahl der am inneren Pol der II Richtungsspindel angesammelten Strahlungen nach Ausstossung des II Richtungskörpers nicht geschwunden ist, sondern zur Bildung einer neuen karyokinetischen Figur Veranlassung gegeben hat.

Auch in der Fig. 26 haben wir, glaube ich, eine dritte Richtungsspindel vor uns. Zwei Richtungskörper sind ausgestossen, im zweiten bereitet sich, der Lage der Chromosomen nach zu urtheilen, eine Zweitheilung vor. Die an der Eiperipherie gelegene Spindel bietet, abgesehen von der geringen Zahl der Chromosomen, ein normales Aussehen dar. Nach innen von ihr liegen vier um ein helleres Feld gruppierte Strahlungen mit je zwei Centrosomen in der Mitte, von denen eine mit dem inneren Spindelpol durch Strahlen, wie durch eine Art von Spindel, verbunden ist. Diese Strahlungen können nur die am inneren Spindelpol vorhin angesammelten Strahlungen sein, welche nicht mit der Spindel mit hinaufgerückt sind. Eine andere Deutung lassen sie nicht zu, denn für jeden der Spermaköpfe, welche in der durch Reconstruction gewonnenen Fig. 26 zu sehen sind, liess sich, mit Ausnahme eines der beiden compacten, offenbar später eingedrungenen Samenfadenköpfe, die entsprechende Strahlung auffinden.

Ob die abnormen Verhältnisse an der II Richtungsspindel öfters zu derartigen Bildungen, wie in Fig. 25 und 26 Veranlassung geben, oder welches ihre weiteren Schicksale sind, ist sehr schwer zu entscheiden. Und hierbei waren es vor allem drei Momente, welche die Untersuchung der folgenden Stadien erschwerten, ja unmöglich machten. Vor allem verläuft die abnorme Richtungsmitose so langsam, dass ich abnorme Bilder der II Richtungsspindel in den Serien antraf, wo die normalen Eier schon viel weiter entwickelt waren, wo ihre Geschlechtskerne bereits zu grossen sich berührenden Blasen herangewachsen waren, oder wo selbst schon die erste Furchungsspindel sich ausgebildet hat. Und da ich über dieses Stadium hinaus keine fixierten Eier mehr zur Verfügung hatte, so glaube ich kaum, dass in meinen Serien spätere Stadien überhaupt vorhanden waren. Sodann ist es bekannt, dass nach Ausstossung des II Richtungskörpers in normalen Eiern die Strahlung allmählich schwächer wird und dann schwindet, möglich ist es, dass bei einem Theil der abnormen Eier wenigstens die Strahlung gleichfalls schwächer

wurde und deswegen die Figuren wenig auffallend wurden. Sodann muss man berücksichtigen, dass fast alle Eier, welche diese abnormen Bildungen aufwiesen, polysperm befruchtet waren; und da die Spermastrahlungen in späteren Stadien sehr mächtig heranwachsen und immer mehr die Eizelle beherrschen, so verdecken sie andere Strahlungen und machen ihr Auffinden unmöglich.

Die ganze Untersuchung und Deutung dieser Figuren würde erst dann sicheren Boden erhalten, wenn es gelänge, derartige Abnormitäten auf experimentellem Wege systematisch zu erzeugen und die Reihenfolge der Veränderungen auf unzweifelhafte Weise festzustellen. Denn wenn auch die Zusammenstellung der Bilder der vielfachen Strahlungen um den Eikern (Fig. 1—4), sodann der sich allmählich herausbildenden vielpoligen Spindel (Fig. 5—9), dann der vielpoligen Muttersternfigur (Fig. 10) und dann der ganzen Reihe von Abnormitäten der II Richtungsspindel uns die Annahme eines genetischen Zusammenhangs zwischen denselben nahe legt, so ist doch, bis ein positiver experimenteller Beweis geliefert ist, nicht mit absoluter Sicherheit die Möglichkeit auszuschliessen, dass jede von den abnormen Figuren auf besondere Weise entstanden ist, dass z. B. die vielfache Strahlung am inneren Pol der zweiten Richtungsspindel nicht das Resultat einer vielpoligen Figur des I Richtungskörpers zu sein braucht, sondern dadurch entstanden sein kann, dass in einer normalen II Richtungsspindel das Centrosoma und die Strahlung am inneren Pol sich abnorm zu theilen begannen. In derselben Weise könnte man für jede Figur die verschiedenen Möglichkeiten discutieren.

In meiner Untersuchung musste ich mich auf die Bilder beschränken, welche ich mehr zufällig unter den Hundert Tausenden von normalen Bildern angetroffen habe.

Noch schwieriger zu entscheiden ist die Frage nach der Herkunft der vielfachen um den Eikern herum erscheinenden Strahlungen und ihrer Centrosomen.

Es gibt nur zwei Möglichkeiten: Entweder erscheinen neben den beiden normalen Strahlensonnen und unabhängig von ihnen neue Strahlungen mit Körnchen in der Mitte, welche sich weiterhin in jeder Beziehung ganz identisch wie Centrosomen verhalten, da wir ja sogar ihre Fähigkeit, sich zu theilen, feststellen konnten; dies würde ein ganz neues Licht auf die Rolle und Bedeutung der Centrosomen werfen. Oder aber die überzähligen Centrosomen und

Strahlungen entstehen durch eine sich vielfach wiederholende Theilung der ursprünglichen normalen Centrosomen des Eies. In meinen Präparaten habe ich nur ein einziges Ei gefunden, welches eine Abnormität der achromatischen Figur in einem früheren Stadium aufwies, als die in Fig. 1—4 abgebildeten Eier. In der Fig. 27a und 27b sehen wir zwei Serienschnitte dieses Eies abgebildet, zwischen welchen einige Schnitte lagen, auf denen aber neben dem Eikern keine Strahlungen zu sehen waren. Auf dem Schnitt 27a sehen wir neben dem Eikern zwei ziemlich weit von einander entfernte Strahlungen, und anstatt je eines Centrosomas in der Mitte, sehen wir in der einen wie einen Kranz, in der anderen wie einen Haufen von kleinen Körnchen. Auf dem zweiten Schnitt sehen wir wiederum zwei, aber näher bei einander gelegene Strahlungen; mitten in der einen sehen wir einen, vielleicht nur infolge ungenügender Entfärbung nicht punktförmigen, sondern kegelförmigen Centralkörper, mitten in der zweiten vier punktförmige Centralkörper, zu je zwei durch zwei minimale Spindeln verbunden.

Ob alle diese Strahlungen dadurch entstanden sind, dass die anfänglich normalen zwei Strahlungen sich nochmals theilten, um, wie dies die Bilder der Centrosomen anzudeuten scheinen, sich sodann weiterhin zu theilen, kann ich, in Anbetracht des Mangels von Übergangsstadien, nicht sicher feststellen, aber ich glaube, dass diese Bilder sich für diese Deutung verwerten lassen. In diesem Falle müssten sich fernere Untersuchungen vor allem der Frage zuwenden, welche Bedingungen und welche Reize eine derartige Proliferation der Centrosomen hervorrufen können. Der Umstand, dass ich diese Abnormitäten nur sehr selten, einmal unter Tausenden von normal sich entwickelnden Eiern, gefunden habe, beweist, dass minimale Reize genügen, um diese Abweichungen hervorzurufen und zwar nur in schwächeren, weniger widerstandsfähigen Eiern; denn, dass diese Eier in der That weniger widerstandsfähig waren, beweist die Thatsache, dass die meisten Eier mit abnormen Richtungsmitosen polysperm befruchtet waren.

Auf die aufgestellten zwei Möglichkeiten sollten, meiner Ansicht nach, die zukünftigen Untersuchungen gerichtet sein. Die eben erwähnte und oben mehrfach betonte Thatsache jedoch, dass diese Eier in der Mehrzahl der Fälle polysperm befruchtet waren, könnte leicht die Vorstellung hervorrufen, dass die überzähligen Strahlungen als Spermastrahlungen aufzufassen seien, welche sich von den

Spermaköpfen entfernt und Beziehungen zum Eikern oder den Richtungsspindeln gewonnen haben. Ich habe daher diesem Moment eingehende Berücksichtigung geschenkt und kann diese Ursprungsquelle der überzähligen Strahlungen mit völliger Sicherheit und Bestimmtheit ausschliessen. Wenn wir die meiner Ansicht nach früheren Stadien, wie sie in Fig. 1—6 abgebildet sind, durchmustern, so sehen wir, dass die Eier fast durchweg nur von einem Samenfaden befruchtet sind (in Fig. 6 ist ein Spermakopf sammt Strahlung abgebildet). die Polyspermie tritt erst später auf. Bisweilen, wie z. B. in dem in den Fig. 9a—9f abgebildeten Ei, ist die Zahl der eingedrungenen Spermatozoen eine recht beträchtliche, in diesen Fällen sieht man im Protoplasma auch eine ganze Reihe von Spermastrahlungen zerstreut. Die Zugehörigkeit einer jeden Strahlung zu je einem Spermakern festzustellen. ist absolut unmöglich in Anbetracht des Umstandes, dass auch in normalen Eiern die Spermastrahlung einmal mehr. ein andermal weniger von ihrem Kern wegrückt, im polysperm befruchteten Ei also jede Spermastrahlung nicht durchaus dem nächst gelegenen Kern zu entsprechen braucht. Dass die Zahl der Spermastrahlungen, namentlich in den Fällen, wo die Spermakerne noch compacte Chromatinkugeln darstellen, nicht immer der Zahl der Kerne entspricht, ist leicht erklärlich in Anbetracht des Umstandes, dass zunächst auch in normalen Eiern die Strahlung sich individuell rascher oder langsamer entwickelt und bald früher, bald später erscheint (wenn sie auch gewöhnlich erst dann deutlich hervortritt, wenn der Kern Bläschenform annimmt), zweitens in Anbetracht des Umstandes, dass die Samenfäden nicht alle gleichzeitig ins Ei eingedrungen zu sein brauchen, was auch ein früheres oder oder späteres Auftreten der Strahlung zur Folge hat.

Dass in der That nicht alle Spermatozoën gleichzeitig eingedrungen sein können, lehren uns Bilder, wie die Fig. 19, 24, 26, in denen die einen Kerne zu mehr oder weniger grossen Bläschen angewachsen sind, während die anderen noch als compacte Chromatinkörper erscheinen. Überall da, wo die Kerne bereits deutliche Bläschenform angenommen haben, war in der Serie des Eies die entsprechende Zahl von Strahlungen zu finden. In einigen Eiern (Fig. 15, 23), wo sämmtliche in der Eiserie befindliche Spermakerne die gleiche Bläschenform aufwiesen, war auch die ihnen genau entsprechende Zahl von Strahlungen zu finden.

In der Literatur finden wir bei verschiedenen Autoren, welche die Reifungserscheinungen bei verschiedenen Thieren untersucht haben, gelegentliche, wenn auch ganz vereinzelte Beobachtungen von gespaltenen oder mehrpoligen Richtungsspindeln oder von accessorischen Strahlungen neben denselben.

In diese Kategorie fallen die Beobachtungen von van Beneden, Carnoy, Nussbaum, Zacharias, Kultschitzky, Boveri sowie die von Sala experimentell hervorgerufenen Abnormitäten der Richtungsspindeln bei Ascaris megalocephala, welche indes zu einer allgemeineren Erklärung sich nicht verwerten lassen, da bei diesem Thiere die Richtungsspindeln keine deutlichen Centrosomen und Polstrahlungen aufweisen.

Beobachtungen, welche den unsrigen viel näher stehen, sind verzeichnet in den Arbeiten von Wheeler (Myzostoma glabrum), sodann eine grössere Zahl in zwei Arbeiten von O. van der Stricht (Amphioxus lanceolatus, Thysanozoon Brocchi), in der Arbeit von Bochenek (Aplysia depilans), schliesslich erwähnt Coë ganz kurz gerade bei Cerebratulus Bilder der II Richtungsspindel mit Vermehrung der Centrosomen an den Polen, welche sicherlich den oben beschriebenen Figuren entsprechen dürften. Accessorische, im Plasma neben den Richtungsspindeln gelegene Strahlungen erwähnen Conklin (Crepidula plana), Lillie (Unio), Smallwood (Bulla solitaria).

Fast alle Autoren sind geneigt, diese Bilder durch eine wiederholte Theilung der Centrosomen und der Strahlungen der Richtungsspindeln zu erklären, welche, wie sich Coë ausdrückt, unter gewissen Bedingungen „a most abnormal activity“ zeigen können.

Auf diese Weise würden sich dieselben bezüglich ihrer Entstehungsweise der mehrpoligen oder mehrfachen Karyokinese, welche in den Riesenzellen einiger Organe und bisweilen in den samenbildenden Zellen mancher Thiere vorkommt, anreihen (vergl. meine Arbeit über Karyokinese in Riesenzellen, sowie die Arbeit Godlewski's über mehrfache bipolare Mitose). Ebenso würde hierhin die interessante Beobachtung Samassa's zu zählen sein, der in der Keimscheibe der Forelle neben vielpoligen mitotischen Figuren (ähnlich den von Henneguy beschriebenen) plasmatische Territorien mit einer ganzen Reihe von Strahlungen mit Centrosomen beobachtet hat, die zu keinem Kern in Beziehung standen, und

welche Samassa als Abkömmlinge der ursprünglichen Centrosomen deutet.

In mancher Beziehung erinnern aber wiederum die uns beschäftigenden Bilder an die in den Eiern vieler Thiere experimentell hervorgerufenen künstlichen Astrosphären Morgan's und Wilson's, welche berechtigtes Aufsehen erregt und eine lebhafte Discussion hervorgerufen haben und gewiss noch eine grosse Rolle in der Beurtheilung der Bedeutung der Centrosomen spielen werden. Diese Beobachtungen stellen fest, dass unter gewissen chemischen Einflüssen, unabhängig von den Eicentrosomen im Eiprotoplasma Strahlungen und in ihrer Mitte sogar mit der Theilungsfähigkeit begabte typische Centrosomen entstehen können.

Bei eventuellen experimentellen Arbeiten über die Abnormitäten der Richtungsmitosen bei Cerebratulus würden diese Arbeiten in erster Linie zu berücksichtigen sein.

---

37. M. PHILIPPE EISENBERG. **Badania nad strącaniem się ciał białkowych pod wpływem swoistych precypityn.** Część pierwsza. *(Beiträge zur Kenntnis der specifischen Praecipitationsvorgänge. Erste Mittheilung). (Contribution à la connaissance des phénomènes de précipitation spécifique.* Première partie). Mémoire présenté par M. L. Marchlewski m. c.

In folgender Mittheilung bringe ich in gedrängter Form die bisherigen Ergebnisse meiner Untersuchungen über specifische Praecipitinreactionen, zumal vor kurzer Zeit zwei einschlägige Publicationen erschienen sind (Müller, Halban und Landsteiner), deren Inhalt sich vielfach mit meinen Ergebnissen berührt und zum Theil auch deckt, und die leider erst spät zu meiner Kenntnis gelangt sind.

Als Ausgangspunkt dieser Untersuchungen dienten Anschauungen und Erfahrungen, die sich in der gemeinsam mit Herrn Dr. R. Volk ausgeführten Arbeit über den Agglutinationsvorgang ausführlich auseinandergesetzt finden. Die vielfachen Analogien, die die beiden Vorgänge, Agglutination und Praecipitation, aufweisen, drängten dazu, bei der Untersuchung der letzteren die dort gewonnenen Erfahrungen zu verwerten, sowie Methoden anzuwenden, die sich dort bewährt hatten.

Zur Untersuchung gelangten specifische Sera, die durch in-

traperitoneale Behandlung von Kaninchen mit Hühnereiereiweiss resp. normalem Pferdeserum gewonnen wurden.

Nachdem in Analogie mit dem Agglutinationsvorgange angenommen werden konnte, dass es sich bei der Praecipitation um eine chemische Verbindung beider reagierenden Substanzen handelt, wurden behufs genauer quantitativer Analyse dieses Vorganges folgende Einheiten aufgestellt. Als Einheit der praecipitablen Substanz bezeichne ich diejenige geringste Menge, die in einer gegebenen Volumeinheit enthalten zum Auftreten der specifischen Reaction genügt; wenn also eine bestimmte Eiweisslösung noch in 1000-facher Verdünnung auf Serumzusatz mit Niederschlagsbildung reagiert, enthält 1 cm^3 davon 1000 Einheiten praecipitabler Substanz. Als Einheit des Praecipitins bezeichne ich diejenige geringste Menge, die bei einer gegebenen (willkürlich gewählten) Eiweissconcentration eben genügt, die Reaction hervorzurufen. Wenn also ein bestimmtes Serum mit einer Eiweisslösung $^1/_{100}$ bis zur Verdünnung $^1/_{100}$ Reaction gibt, enthält 1 cm^3 davon 100 Praecipitineinheiten. Wenn man nun der Ehrlich'schen Absorptionsmethode folgend ein specifisches Serum mit einer Eiweisslösung zusammenbringt und den Gehalt des Gemisches an beiden Substanzen vor und nach der Reaction bestimmt, so ergibt ein Vergleich dieser Werte die stattgehabte Absorption. Auf diese Weise kann zunächst gezeigt werden, dass thatsächlich beide reagierenden Substanzen an der Reaction quantitativ theilnehmen, d. h. theilweise dabei aufgebraucht werden, indem sie zur Verbindung zusammentreten. In voller Uebereinstimmung damit befindet sich der von Müller für die Milchpraecipitation, von Leblanc für die Haemoglobinpraecipitation erbrachte Nachweis, dass im Praecipitum beide reagierenden Substanzen enthalten sind. Angesichts dieser Thatsachen dürfte es kaum angehen, den chemischen Charakter der Praecipitinreaction in Abrede zu stellen, wie Halban und Landsteiner dies thun. Die von diesen Autoren als Beweis herangezogene Beobachtung, dass salzfreies Serumalbumin auf 100° C. erhitzt seine Fällbarkeit zum Theil einbüsst, obwohl es im chemischen Sinne ebensoviel Eiweiss enthält als zuvor, spricht durchaus nicht dagegen; bekanntlich wird dabei das Eiweiss denaturiert und fällt nach Salzzusatz sogleich aus, eine solche Lösung enthält also kein natives Eiweiss mehr, kann folglich keine Reaction mehr geben (s. Cohnheim S. 6). Gerade die ungeheuere Empfindlichkeit (im Serum von Ascoli fand eine Reac-

tion mit Hühnereiereiweiss in Verdünnung 1/500.000 statt) und der elective Charakter scheinen mir die Praecipitinreaction als chemische Reaction in bestem Sinne zu kennzeichnen.

Zur näheren Charakterisierung dieser Reaction mussten zunächst die quantitativen Gesetze dieser Verbindung eruiert werden; die vorläufigen Ergebnisse dieser Untersuchungsreihe sollen hier Platz finden, während ihre ausführliche Publication der folgenden Mittheilung vorbehalten bleibt. Um in die quantitativen Gesetze Einsicht zu erlangen, wurden Versuchsreihen aufgestellt, in denen auf eine constante Menge der einen Substanz wechselnde Mengen der anderen einwirkten, und es wurde bei jeder Probe die absolute sowie die relative Absorption des Praecipitins bestimmt. Als absolute Absorption (ähnlich wie beim Agglutinationsvorgange) wird die Differenz der pro Volumeinheit ursprünglich vorhandenen und der in der oberen Flüssigkeit zurückbleibenden Praecipitineinheiten bezeichnet; die relative Absorption, die durch den Absorptionscoëfficienten ausgedrückt wird, gibt das Verhältnis der absorbierten Menge zur ursprünglich gegebenen als Bruch wieder; durch sie wird die Ausbeute des Praecipitins durch die praecipitable Substanz quantitativ charakterisiert. Gibt man nun zu einer gleichbleibenden Menge praecipitabler Substanz wechselnde Mengen Praecipitins, so wird mit steigendem Praecipitinzusatz die absolute Absorption immer grösser, die relative immer kleiner. Gibt man gleiche Mengen Praecipitins zu wechselnden Mengen praecipitabler Substanz, so wächst die Absorption nicht proportional der steigenden Menge der praecipitablen Substanz; die Zunahme der Absorption entspricht nur der infolge der wachsenden Concentration der praecipitablen Substanz eingetretenen relativen Verdünnung des Praecipitins. Gleiche absolute Mengen der reagierenden Substanzen ergeben identische Absorptionseffecte unabhängig vom Volumen des Mediums, in dem die Reaction vor sich geht.

Das Resultat der Praecipitinreaction ist dadurch charakterisiert, dass ausser dem Reactionsproduct, dem Praecipitum, immer noch Überschüsse beider reagierenden Substanzen nachweisbar sind, die aber durch frischen Zusatz der einen oder der anderen Substanz zur oberen Flüssigkeit sich nachweisen lassen. Wir stehen also vor der Erscheinung, dass zwei Substanzen, die für einander ausgesprochene Affinität zeigen, nach stattgehabter partieller Reaction nebeneinander existieren, ohne weiter reagieren zu können. Wir

haben hier die Wirkung eines allgemeinen Gesetzes der chemischen Statik vor uns, wonach die Reaction still steht, wenn ein Gleichgewichtszustand zwischen den Componenten eines Systems eingetreten ist — den reagirenden Substanzen einerseits und dem Reactionsproduct andererseits. Wird dem System neue Energie zugeführt in Form von weiterem Zusatz einer der reagierenden Substanzen, so kommt die Reaction wieder in Gang. Durch entsprechend grosse Mengen einer Substanz kann man den Verlauf der Reaction in der Weise beeinflussen, dass die andere bis auf geringe Reste aufgebraucht wird; doch lassen sich selbst bei solcher scheinbar vollkommenen Absorption durch geeignete Methodik noch diese Reste nachweisen, die zu gering sind, um durch die gewöhnlichen Methoden nachgewiesen zu werden. Die Analogie dieser Verhältnisse mit den z. B. bei der Esterification der Alkohole durch Säuren beobachteten, dürfte wohl ohne weitere Demonstration ersichtlich sein.

Die ausgeführten quantitativen Bindungsgesetze stehen keineswegs isoliert da, es scheint vielmehr, dass sie bei der Bindung specifischer Körper allgemeine Gültigkeit haben dürften. Von mir und Volk wurde ihre Existenz beim Agglutinationsvorgange festgestellt, auch haben wir darauf hingewiesen, dass, nach dem spärlichen vorliegenden Untersuchungsmaterial zu urtheilen, auch bei der Bindung des haemolytischen Zwischenkörpers an die Erythrocyten ähnliche Verhältnisse obwalten. In einer vorläufigen Untersuchungsreihe habe ich sie auch bei der Vesuvin-Agglutination der Bakterien feststellen können, und in seiner jüngst erchienenen interessanten Mittheilung spricht Heidenhain die Annahme aus, dass auch bei der Fällung der Eiweisskörper durch Farbsäuren verschiedene Mengen der Farbsäure ans Eiweiss gebracht werden können, eine Annahme, die die Ausdehnung dieser Gesetze auf eine grosse Reihe organischer Verbindungen erwarten lässt. In derselben Mittheilung führt Heidenhain den sehr wichtigen Nachweis, dass die Färbungsvorgänge der Eiweisskörper, die in ihren Gesetzen grosse Analogien mit den von uns studierten Vorgängen aufweisen, als rein chemische Reactionen aufzufassen sind, während Bordet, der die Färbung als physikalischen Adsorptionsprocess auffasst, auf eben diese Analogien gestützt, auch die Bindung des Haemolysins an die Erythrocyten als Adsorptionsvorgang aufgefasst sehen wollte.

Die Analyse der Absorptionsverhältnisse genügt jedoch keines-

wegs alle beim Praecipitationsvorgange beobachteten quantitativen Erscheinungen genügend aufzuklären. Die Erscheinungen der Praecipitation sind ähnlich, wie die der Agglutination, Concentrationswirkungen; ein gegebenes Serum ist bei gleichbleibender Concentration der Eiweisslösung nur bis zu einer gewissen Verdünnung wirksam, darüber hinaus bleibt die Niederschlagsbildung aus. Am besten wird dieses Verhalten durch folgenden Versuch illustriert: in eine Reihe von Reagensgläsern werden die gleichen Mengen beider Substanzen gegeben, sodann im ersten z. B. auf 4 cm^3, im zweiten auf 8 cm^3, im dritten auf 12 cm^3, in vierten auf 16 cm^3 u. s. w. Gesammtvolumen aufgefüllt; während nun z. B. im ersten und zweiten Glase die Reaction auftritt, ist im dritten nur noch eine Spur zu bemerken, in den folgenden bleibt sie ganz aus. Trotzdem also in allen Proben gleichbleibende Mengen beider Substanzen auf einander eingewirkt hatten, fällt die Reaction je nach dem Volumen, in dem sie sich abgespielt hat, verschieden aus. Die scheinbar nächstliegende Deutung dieser Verhältnisse, wonach bei einer gewissen Verdünnung der reagierenden Substanzen die Energie ihrer Affinität zu gering wird, um die Reaction herbeizuführen, verträgt sich schlecht mit den beobachteten Thatsachen; nach der Schnelligkeit des Reactionsverlaufs zu schliessen (bisweilen erfolgt die Reaction momentan) ist die Affinität der Substanzen sehr gross, und könnte höchstens infolge der Verdünnung der Verlauf verlangsamt werden. Auch haben wir gesehen, dass bei gleichbleibenden Mengen der reagierenden Substanzen der Bindungseffect von der Verdünnung gar nicht beeinflusst wird. Es bleibt also noch eine zweite Möglichkeit, dass die Reaction wohl eintritt, jedoch die Niederschlagsbildung unterbleibt, und diese Möglichkeit wird durch den Versuch bestätigt. Es wurde unter Benützung einer Serumverdünnung, die nahe an der Wirkungsgrenze des betreffenden Serums lag, in einer Reihe von Röhrchen der specifische Niederschlag erzeugt, nach einiger Zeit die obere Flüssigkeit abgehoben, zum Niederschlag wechselnde Mengen physiol. NaCl-Lösung zugegeben und der Wiedereintritt des aufgewirbelten Niederschlags (Repraecipitation) beobachtet. Es zeigte sich, dass in dem Röhrchen, wo das ursprüngliche Volumen der Probe hergestellt war, sowie in den folgenden, wo das Volumen auf das 2—4-fache des ursprünglichen gebracht war, Repraecipitation eintrat, beim 8-fachen Volumen nur eine Spur von Niederschlag zu sehen war, während beim 16-fa-

chen und darüber jeder Niederschlag auch nach 48 Stunden ausblieb. Während also die früher mitgetheilten Versuche den Einfluss der Concentration auf das Eintreten der sichtbaren Reaction darthun, sehen wir hier, dass bereits vorhandener Niederschlag in einem grossen Flüssigkeitsvolumen suspendiert entweder in Lösung geht oder eine so feine Suspension gibt, dass sie unseren Augen als Lösung imponiert oder aber dass beide Möglichkeiten zutreffen, wenn man sich der Ansicht mancher Autoren anschliesst, wonach Colloide überhaupt keine Lösungen, sondern nur Pseudolösungen geben. Dass die beobachteten Thatsachen für Eiweissniederschläge überhaupt Geltung haben, zeigten mir zwei Versuchsreihen mit Niederschlägen, die Serumeiweiss mit dem Essbach'schen Reagens giebt, sowie mit Niederschlägen, die bei der Vesuvin-Agglutination der Bakterien entstehen, Versuchsreihen, die völlig identisch mit der oben beschriebenen verliefen. Nach diesen Ergebnissen müssen wir uns also vorstellen, dass, wenn bei steigenden Verdünnungen immer geringere Mengen der activen Substanzen auf einander einwirken, auch immer geringere Mengen der Verbindung resultieren; es wird dadurch das Verhältnis dieser Menge zum Flüssigkeitsvolumen immer kleiner, bis jenseits der Wirkungsgrenze einer der reagierenden Substanzen oder beider der Punkt eintritt, wo die geringe Menge der Verbindung im Überschuss der Flüssigkeit in Lösung oder Pseudolösung geht. Dasselbe Verhalten konnte ich in einer noch nicht publicierten Untersuchungsreihe über den Agglutinationsvorgang feststellen, und aus den Angaben London's zu schliessen, dürften sich für den Vergang der Haemolyse ähnliche Gesichtspunkte ergeben.

Damit sind jedoch noch nicht alle Eigenheiten der quantitativen Verhältnisse bei der Praecipitinreaction erschöpft. Wenn man ein praecipitierendes Serum unter Verwendung verschieden concentrierter Eiweisslösungen auswertet, so zeigt es sich, dass das Serum mit einer stärker verdünnten Eiweisslösung geprüft, in viel stärkeren Verdünnungen Reaction gibt als bei concentrierteren Lösungen. So z. B. gab ein Serum mit einer Eiweissverdünnung $^1/_2$ Reaction bis zur Verdünnung $^1/_8$, mit einer Lösung $^1/_{30}$ bis $^1/_{60}$, mit einer Lösung $^1/_{100}$ bis $^1/_{100}$. Es resultiert daraus, dass bei einer gegebenen Serumverdünnung, hier z. B. bei $^1/_{100}$, die Reaction gegenüber einer concentrierten Eiweisslösung ausbleibt, während sie bei einer verdünnten eintritt. Dieses Verhalten widerspricht dem, was

man theoretisch voraussetzen sollte; durch die concentriertere Eiweisslösung wird mehr Praecipitin gebunden, es entsteht folglich eine grössere Menge der Verbindung, und trotzdem bleibt die Reaction aus. Es hemmt also ein Ueberschuss praecipitabler Substanz das Auftreten der Reaction; ob diese Hemmung identisch ist mit der einen von Halban und Landst beschriebenen, lässt sich angesichts der etwas ungenauen Ausdrucksweise genannter Autoren schwer entscheiden; nach ihrer Beschreibung könnte man daran denken, dass in ihrer Versuchsanordnung nicht der Ueberschuss praecipitabler Substanz, sondern die Verdünnung des Praecipitins (gleichbleibender Zusatz von HS bei wechselnden Mengen von MS resp. KS) für das Ausbleiben der Reaction verantwortlich zu machen ist. Jedenfalls ist diese Hemmung keine specifische Serumwirkung, wie diese Autoren anzunehmen scheinen, da ich sie auch bei Verwendung von Hühnereiereiweiss sowie bei der Bakterienagglutination feststellen konnte. Welches ist nun der Mechanismus dieser Hemmung? Kommt die Verbindung überhaupt nicht zu Stande oder wird die enstandene Verbindung am Ausfallen verhindert? Diese Annahme wird durch folgenden Versuch wahrscheinlich gemacht: wenn man zu einem schon bestehenden specifischen Niederschlag (in nicht zu grosser Menge), von dem die obere Flüssigkeit abgehoben wurdein, einer Probe physiol. NaCl-Lösung, in einer anderen ebensoviel einer concentrierteren Eiweisslösung zusetzt und gut durchmischt, so erfolgt in der ersten Probe nach kurzer Zeit Repraecipitation, in der anderen bleibt sie dauernd aus. Wir werden uns also vorzustellen haben, dass der specifische Niederschlag bis zu einem gewissen Grade im Ueberschusse der Eiweisslösung löslich ist, etwa wie Alkalialbuminat mit Säuren Niederschlag gibt, der sich im Ueberschuss der Säure auflöst.

Auf dieselbe Erscheinung der Hemmung durch Ueberschuss praecipitabler Substanz ist vieleicht eine Thatsache zurückzuführen, der man bei der Auswertung der Praecipitinsera regelmässig begegnet; stellt man nämlich parallele Versuchsreihen auf, die sich untereinander durch die wechselnden Concentrationen praecipitabler Substanz unterscheiden und in denen die correspondierenden Proben die gleichen Serumconcentrationen enthalten, so wird man bemerken, dass die einzelnen Proben jeder Reihe je nach dem Serumzusatz proportional wachsende Mengen von Niederschlag aufweisen, während die correspondierenden Proben verschiedener

Reihen nur geringe Unterschiede aufweisen, so dass etwa Unterschiede, die geringen Änderungen der Serumconcentration entsprechen, erst durch bedeutende Variationen in den Eiweissconcentrationen erreicht werden können. Man kann sich vorstellen, dass mit steigender Menge praecipitabler Substanz wohl eine grössere Menge der Verbindung entsteht, aber infolge der Concentration der praecipitablen Substanz theilweise in Lösung bleibt, und dass auf diese Weise der Einfluss der steigenden Concentration z. Th. aufgehoben wird. Jedenfalls fordert dieses interessante Verhalten, dass dem Praecipitin bezüglich der Menge des entstehenden Niederschlags ein ausschlaggebendere Rolle zukommt als der praecipitablen Substanz, zu weiteren Untersuchungen in dieser Richtung heraus.

Es war ferner von Interesse die Constitution der reagierenden Substanzen näher kennen zu lernen, zumal unsere Untersuchungen über die an der Agglutination betheiligten Körper uns zur Annahme eines complexen Aufbaues dieser Körper geführt hatten. Auf 68°—70°C. durch eine halbe Stunde vorsichtig erhitztes Serum verliert bekanntlich seine praecipitierende Wirkung, ein Vorgang, der wie mir auch aus anderweitigen Untersuchungen wahrscheinlich geworden ist, in engstem Zusammenhange mit der Denaturierung der Eiweisskörper des Serums steht und keineswegs eine selbständige Eigenschaft des Immunkörpers darstellt. Buchner hat gezeigt, dass Fermente, Toxine und Alexine in trockenem Zustande Erhitzung auf 100° gut vertragen, indem dabei die Processe der Hydratation in Wegfall kommen; Camus hat dasselbe Verhalten für getrocknetes antitoxisches Serum festgestellt. Ich konnte nun nachweisen, dass die durch Ammonsulfat-Fällung dargestellten Globuline agglutinierender sowie praecipitierender Sera, die die betreffenden Immunstoffe quantitativ enthalten, in getrocknetem Zustande halbstündiges Erhitzen auf 100° C. vertragen, während sie bei 130°—135° C. zerstört werden. Diese Thatsache coïncidiert völlig mit der in der Eiweisschemie bekannten Erscheinung, dass Eiweisskörper in trockenem Zustande auf 100° erhitzt werden dürfen, ohne denaturiert zu werden, während bei 130°—135°C. die Denaturierung eintritt. Thatsächlich sind auch die auf 100° erhitzten Globuline noch fast vollkommen wasserlöslich, die auf 130° zum grössten Theile unlöslich geworden. Berücksichtigt man noch dabei die grosse Aehnlichkeit der Einwirkung verschiedener chemischer Agentien auf Eiweisskörper einerseits, auf Immunkörper andererseits, sowie die Thatsache, dass die in Seris

verschiedener Thierspecies enthaltenen identischen Immunkörper differente Zerstörungstemperaturen aufweisen je nach dem Coagulationspunkte des betreffenden Serums (so z. B. die Trypanosomen-Agglutinine des Rattenserums bei 63° nach Laveran und Mesnil), so wird man zu dem Schlusse gedrängt, dass die specifischen Zerstörungstemperaturen der Immunkörper vielleicht mit Ausnahme der Complemente sowie der specifischen Koaguline A und K (Pick) uns unbekannt sind und dass das, was wir als solche bisher bezeichnen, nur einen Ausdruck gibt für den bisher unaufgeklärten engen Zusammenhang zwischen den Eiweisskörpern eines gegebenen Serums und den darin enthaltenen Immunkörpern. Bezüglich der Complemente sowie der specifischen Koaguline, die schon bei 49°—56° C. inactiviert werden, folglich bei Temperaturen, die von der Coagulationstemperatur der betreffenden Sera noch ziemlich fern liegen, ist meiner Meinung nach die Möglichkeit nicht auszuschliessen, dass schon geringfügige Umsetzungen im Eiweissmolecül, die unseren Untersuchungsmethoden bisher unzugänglich sind, genügen, die daran hängenden sehr empfindlichen Immunkörper zu schädigen. Die eben erwähnte Thatsache, dass Alexine in trockenem Zustande auf 100° C. erhitzt werden dürfen, ohne ihre specifischen Eigenschaften einzubüssen, bekräftigt diese Auschauung.

Solches inactiviertes Praecipitinserum (ich verwende meistens Serum, das 5mal mit destilliertem Wasser verdünnt durch $^3/_4$—1 Stunde auf 72° C. erhitzt wurde) kann nun, soweit meine bisherige Erfahrung zeigt, weder durch homo- noch durch heterologes Normalserum activiert werden; auch gelingt dies nicht durch Zusatz geringer Mengen activen Serums, die an sich unwirksam sind. Solches Serum weist dagegen eine neue Eigenschaft auf: es hemmt die Praecipitation durch actives Serum, u. zw. sowohl, wenn es zuvor zur Eiweisslösung gegeben wird, dann aber erst das active Serum, als auch, wenn beide gleichzeitig mit der Eiweisslösung zusammengebracht werden. Wir haben also drei Körper vor uns, die bei dieser Hemmung in Betracht kommen: das hemmende Serum, das active und die Eiweisslösung; durch entsprechend variierte Combinationen sowie durch genaue quantitative Analyse der Erscheinung sind wir im Stande, den Mechanismus dieser Hemmung aufzuklären. Wenn man zunächst bei gleichbleibenden Mengen des inactivierten Serums sowie der Eiweisslösung die Menge des nachträglich zugesetzten activen Serums variiert, sieht man, dass die Hemmung

nur bis zu einem gewissen Zusatz andauert, bei grösseren Mengen activen Serums versagt sie. Auch kann man sich überzeugen, dass geringere Mengen des inactivierten Serums die Wirkung kleinerer Zusätze activen Serums aufzuheben im Stande sind als grössere Mengen. Aus Tab. I. II und III. die derartige Versuchsreihen mit

Tabelle I—IV.

Nr.	Inactives Ser. verd. $^1/_5$ Tropfen	Eiweiss-lösung Tropfen	Physiolog. NaCl-Lös. Tropfen	Actives Serum Tropfen	Resultat
I.					
1.	1	1	57	0·6	klar
2.	1	1	56	1·2	klar
3.	1	1	55	3	Nied.
4.	1	1	52	6	Nied.
5.	1	1	46	12	Nied.
6.	1	1	28	30	Nied.
II.					
7.	5	1	53	0·6	klar
8.	5	1	51	3	klar
9.	5	1	42	12	klar
10.	5	1	24	30	Spur Nied.
11.	5	1	1	53	Nied.
III.					
12.	15	1	43	0·6	klar
13.	15	1	42	1·2	klar
14.	15	1	41	2	klar
15.	15	1	38	6	klar
16.	15	1	32	12	klar
17.	15	1	14	30	klar
18.	15	1	0	44	klar
IV.					
19.	15	1	41	3	klar
20.	15	3	39	3	klar
21.	15	10	32	3	Nied.
22.	15	30	12	3	Nied.
Contr.	0	1	58	0·6	Nied.

einem Hühnereiereiweiss-Praecipitin wiedergeben, sind diese Verhältnisse am besten zu ersehen.

Während 1 Tropfen inactivierten Serums die Wirkung von

1—2 Tropfen des activen aufhebt, hemmen 5 Tropfen des inactiven die Wirkung von 30 des activen, für 15 Tropfen des inactiven konnte die obere Grenze der Hemmungswirkung bei der gegebenen Versuchsanordnung nicht erreicht werden. Nach diesen Ergebnissen könnte man sich versucht fühlen anzunehmen, dass die Hemmung durch Einwirkung des inactivierten Serums auf das active zu Stande kommt. Dieser Annahme widersprechen jedoch weitere sogleich mitzutheilende Befunde. Wäre die soeben ausgesprochene Annahme richtig, so müsste folgerichtig die Reihenfolge der Zusätze für das Resultat der Hemmung belanglos sein; ob man nun das inactive Serum zuerst zur Eiweisslösung gibt, dann aber das active zusetzt, ob beide gleichzeitig, der Effect müsste derselbe sein. Dem ist jedoch nicht so: vergleichen wir zwei Versuchsreihen (s. Tab. V), in denen die Mengen der Zusätze in entsprechenden Proben identisch sind und die sich nur durch die Reihenfolge der Zusätze in dem oben erwähnten Sinne unterscheiden, so sehen wir, dass in Probe 4, 5, 6 und 7 der A-Reihe Niederschlag eintritt, während er in den entsprechenden Proben der B-Reihe ausbleibt. Die Hemmungswirkung des inactivierten Serums ist also grösser wenn es zuvor mit der praecipitablen Substanz in Contact kommt, als wenn es gleichzeitig mit dem activen auf dieselbe einwirkt.

Tabelle V.

Nr.	Inact. Serum verd. $^1/_5$ Tropfen	Eiweiss-lösung Tropfen	Physiol. NaCl-Lös. Tropfen	Actives Serum Tropfen	A. (Inact. Ser. + Activ. Ser.) + Eiweisslösung	B. (Inact. Ser. + Eiweisslös.) + Actives Serum
1.	15	1	43	0·6	klar	klar
2.	15	1	42	1·2	klar	klar
3.	15	1	41	3	klar	klar
4.	15	1	38	6	schwach. Nied.	klar
5.	15	1	32	12	Nied.	klar
6	15	1	10	30	Nied.	klar
7.	15	1	0	44	Nied.	klar

Dieses Verhalten lässt an einen engeren Zusammenhang zwischen hemmender und praecipitabler Substanz denken, welche An-

nahme durch folgende Versuchsreihe vollends bestätigt wird, in der bei unveränderter Menge sowohl des activen als des inactiven Serums die Menge der praecipitablen Substanz variiert wurde (s. Tab. IV). Diese Versuchsreihe zeigt, dass dieselbe Menge inactiven Serums sich einer kleinen Menge der Eiweisslösung gegenüber wirksam erweist, während bei Verwendung einer grösseren Menge Niederschlagsbildung eintritt.

Wie sollen wir uns nun den Mechanismus der eben beschriebenen Hemmung vorstellen? Die hemmende Substanz könnte entweder auf das Praecipitin oder aber auf die praecipitable Substanz einwirken, um die Hemmung herbeizuführen. Dass ersteres nicht der Fall sein kann, beweist einerseits der schon hervorgehobene Umstand, dass die Reihenfolge der Zusätze des activen sowie des inactivierten Serums für den Erfolg der Hemmung nicht gleichgültig ist, anderseits der Einfluss, den die Menge der praecipitablen Substanz auf diesen Erfolg ausübt und der sich mit der Annahme einer Einwirkung der hemmenden Substanz auf das Praecipitin durchaus nicht verträgt. Es wirkt also die hemmende Substanz auf die praecipitable ein, indem sie sie der Wirkung des Praecipitins unzugänglich macht; diese Hemmung ist eine quantitativ streng begrenzte, giebt man zuviel der praecipitablen Substanz, so bleibt ein Theil davon von der Wirkung der hemmenden Substanz unberührt und reagiert mit dem disponiblen Praecipitin. Diese Einwirkung dürfte man kaum als Zerstörung der praecipitablen Substanz deuten, da bei Zusatz grösserer Mengen activen Serums und gleichbleibender Menge beider anderer Factoren die Niederschlagsbildung doch stattfindet; auch die Hilfsannahme, dass die praecipitable Substanz nur theilweise zerstört wird und der intacte Rest nur auf stärkere Serumconcentrationen reagiert, lässt sich mit den Thatsachen nicht in Einklang bringen, da wir wissen, dass je geringer die Menge praecipitabler Substanz, desto geringere Serumconcentrationen genügen, um die Reaction hervorzurufen, und da unsere Zusätze an activem Serum sich immer in den Grenzen der noch wirksamen Verdünnungen bewegen, wie die Controlprobe in Tab. I—IV beweist. Nach alledem wird man kaum fehlgehen anzunehmen, dass die hemmende Substanz eine Affinität zur praecipitablen Substanz aufweist ebenso wie das Praecipitin und, da der Angriffspunkt beider identisch ist, die hemmende Substanz dadurch im Stande ist, die praecipitable Substanz zu besetzen und

das Praecipitin an der Wirkung zu verhindern. Die Thatsache, dass die Hemmung auch bei gleichzeitigem Zusatz des inactivierten sowohl wie des activen Serums eintritt und zwar selbst dann, wenn die Mengen beider Sera gleich sind (wie in Probe 6, Tabelle V, Reihe A), deutet darauf hin, dass die Affinität der hemmenden Substanz zur praecipitablen grösser ist, als diejenige des Praecipitins. Bei gleichzeitigem Zusatz beider Sera erfolgt eine Concurrenz um die praecipitable Substanz; ist der Zusatz activen Serums gering oder mässig, so gelingt es der hemmenden Substanz alle disponible praecipitable Substanz an sich zu reissen; ist die Menge des activen Serums relativ gross, so kann es trotz der geringeren Affinität doch einen Theil der praecipitablen Substanz besetzen, und es erfolgt Niederschlagsbildung. Wird dagegen die praecipitable Substanz zuerst mit dem inactivierten Serum zusammengebracht und dann erst das active Serum zugegeben, so wird der Effect selbstverständlich grösser sein; die Thatsache, dass auch hier trotzdem bei grossen Mengen des activen Serums doch Praecipitation eintritt, dürfte dahin zu deuten sein, dass die grossen Mengen durch Massenwirkung einen Theil der schon besetzten praecipitablen Substanz der Verbindung entziehen und an sich reissen, wie etwa der Ueberschuss des Antitoxins das schon an die Zellen verankerte Diphterietoxin in den Versuchen von Dönitz.

Ueber die Herkunft und Entstehungsweise der hemmenden Substanz könnte man sich nun verschiedene Vorstellungen machen. Als grundlegende Thatsache muss man festhalten, dass bei der Inactivierung das active Praecipitin verschwindet und die hemmende Substanz auftritt. Es könnte nun die hemmende Substanz schon im activen unerhitzten Serum praeexistieren, ihre Wirkung aber durch das active Praecipitin verdeckt sein — eine an sich unwahrscheinliche Annahme, da alsdann ein Ueberschuss an praecipitabler Substanz bei Verwendung activen Serums keine hemmende Wirkung ausüben dürfte, wie wir sie thatsächlich beobachten, sondern umgekehrt eine niederschlagsfördernde. Diese Annahme wird vollends widerlegt durch die Thatsache, dass durch Zusatz praecipitabler Substanz das seines Praecipitingehaltes entledigte Serum keine hemmende Wirkung ausübt. Es bleibt also nur die Annahme, dass die hemmende Substanz erst beim Erwärmen aus einer schon praeexistierenden Substanz gebildet wird.

Ein einfacher Versuch zeigt, dass diese Muttersubstanz im

Praecipitin zu suchen ist. Wird nämlich das Praecipitin eines Serums durch Zusatz praecipitabler Substanz absorbiert, so tritt beim Erwärmen dieses Serums keine hemmende Substanz auf (über ganz identische Versuche mit demselben Ergebnis berichtet Müller bezüglich des Laktoserums). Durch alle diese Thatsachen werden wir dazu geführt, am Praecipitin zwei Gruppen zu unterscheiden, eine labile, die den sichtbaren Praecipitationsvorgang bedingt — die praecipitierende Gruppe und eine andere stabilere, die die Affinität des Praecipitins zur praecipitablen Substanz repraesentiert, — die haptophore Gruppe. Eine solche Constitution hat schon Ehrlich auf Grund theoretischer Erwägungen für Praecipitine postuliert, wir werden also gemäss seiner Nomenclatur die Praecipitine als Receptoren zweiter Ordnung zu bezeichnen haben. Es gereicht mir zu besonderer Genugthuung, dass die unlängst erschienenen interessanten Untersuchungen von Müller über das Laktoserum in den wichtigsten Punkten mit meinen Befunden übereinstimmen, sowie dass dieser Forscher ähnliche Schlussfolgerungen daraus gezogen hat wie ich. Die Beobachtung von Myers, dass inactiviertes Praecipitin für Witte's Pepton durch normales Kaninchenserum activierbar ist, folglich aus Immunkörper und Complement bestehet und den Receptoren dritter Ordnung zuzurechnen wäre, steht vorderhand ganz isoliert da, und beabsichtige ich wegen des besonderen Interesses, das diese Feststellung böte, dieselbe in meinen weiteren Untersuchungen nachzuprüfen. Bis auf weiteres müssen wir aber nach den vorliegenden Thatsachen sowie auf Grund der Analogie mit den Agglutininen an der Einheitlichkeit der Praecipitine festhalten.

Von Hemmungen, die einen ähnlichen Mechanismus, wie die beschriebene aufweisen, kennen wir bereits einige Beispiele. Neisser und Wechsberg haben festgestellt, dass bei manchen baktericiden Seris ein Ueberschuss des Immunkörpers den baktericiden Effect beeinträchtigen oder gänzlich hemmen kann. Diese Autoren nehmen an, dass der freie Immunkörper eine grössere Affinität zum Complement aufweist als der an die Bakterien verankerte und dass dadurch das Complement von den Bakterien abgelenkt wird[1]). Für

[1]) In seiner jüngst erschienenen Arbeit (Cbl. f. Bakt. I. Abth. Orig. XXXI. B. N. 10. S. 460) bestätigt Lipstein diese Ansicht und widerlegt durch geeignete Versuche die dagegen von Metchnikoff und Gruber erhobenen Einwände. (Anm. während der Correctur).

die Haemolyse stellen die Autoren diesen Vorgang in Abrede; thatsächlich sind bis jetzt unter der grossen Menge von Beobachtungen nur zwei Fälle mitgetheilt worden, in denen eine Hemmung der Haemolyse durch Ueberschuss des Zwischenkörpers eingetreten war; Nolf beobachtete sie bei der Haemolyse von Hühnerblut durch Kaninchen-Immunserum, Neisser und Döring bei der Haemolyse von Kaninchenblut durch Menschenserum (bei einem Fall von chronischer Nephritis). In der mehrfach citierten Arbeit über die Agglutination konnte ich gemeinsam mit Dr. Volk die von uns sowie von Pick beobachtete Hemmung der Agglutination bei Verwendung abgeschwächter oder durch verschiedene chemische Agentien modificierter Sera auf die Wirkung von Agglutinoiden zurückführen, die aus dem Agglutinin durch Verlust der praecipitierenden Gruppe entstehen. Bei der specifischen Koagulation durch die Serumkoaguline A und K beobachtete Pick eine der hier beschriebenen völlig analoge Hemmung durch inactiviertes Serum; freilich nimmt dieser Forscher dafür einen von dem unsrigen abweichenden Mechanismus in Anspruch, indem nach seiner Meinung die hemmende Substanz nicht dem Koagulin seine Entstehung verdankt und nicht auf die koagulierbare Substanz (Bakterienkoagulin), sondern auf das Serumkoagulin selber einwirkt. Angesicht der grossen Analogie, die der Koagulationsvorgang einerseits, derjenige der Praecipitation andererseits aufweisen, wäre es auffallend, beim Vorgange der Hemmung eine so tiefgreifende Differenz zu finden, weshalb ich es für angezeigt halte, auf die interessanten Erörterungen sowie die gewissenhaft erhobenen Befunde Pick's näher einzugehen.

Aus der Thatsache, dass mit Aether-Alkohol geschütteltes Serum seine Koagulationswirkung eingebüsst hat, ohne hemmende Eigenschaften zu erlangen, glaubt Pick schliessen zu dürfen, dass die hemmende Substanz unabhängig vom Koagulin entsteht; dementgegen muss betont werden, dass die Abwesenheit der Koagulinwirkung noch durchaus nicht die Zerstörung des Koagulins beweist, ebenso wie z. B. angesäuertes Agglutinin- oder Praecipitin-Serum wirkungslos ist, jedoch durch Neutralisation wieder activ wird. Es kann gerade diese Thatsache in Verbindung mit der Beobachtung, dass solches Serum durch Erhitzen hemmende Eigenschaften erlangt, als Beweis dafür herangezogen werden, dass die hemmende Substanz im activen Serum nicht praeexistiert, und nicht durch Ausschaltung der Koagulinwirkung, sondern nur durch den Vorgang

der Erhitzung zum Vorschein gebracht wird. Es scheint, dass erst unter dem Einfluss der erhöhten Temperatur das inactive Koagulin seine Affinität zur koagulierbaren Substanz erhöht, wodurch es zur Ausübung der hemmenden Wirkung befähigt wird; das Beispiel des Cholera-Immunserums zeigt, dass die Temperatur, bei der diese Affinitätserhöhung eintritt, durchaus nicht mit der Inactivierungstemperatur des betreffenden Koagulins zusammenzufallen braucht, indem dieses Serum bei 58° C inactiviert wird, aber erst bei 73° die hemmenden Eigenschaften erlangt. Auch der andere Beweis, wonach Serum, dessen Koagulingehalt durch Ueberschuss koagulabler Substanz absorbiert wurde, nach Erhitzung hemmend wirkte, dürfte Einwänden zugänglich sein; durch den Nachweis, dass koagulable Substanz im Gemisch in Ueberschuss vorhanden war, ist die Möglichkeit durchaus nicht ausgeschlossen, dass auch actives Koagulin gegenwärtig war, das dann durch Erhitzung die hemmende Substanz lieferte, zumal wir gesehen haben, dass trotz stattgehabter Reaction beide reagierenden Körper im Ueberschusse nebeneinander coëxistieren können. Die Versuchsreihen, duch die Pick den Angriffspunkt der hemmenden Substanz zu eruieren sucht, beweisen wohl, dass die Menge des activen Serums für den Effect der Hemmung von grosser Bedeutung ist, scheinen mir jedoch für die Praecisierung der Rolle der koagulablen Substanz bei der Hemmung unzureichend zu sein; es wurden höhere Zusätze koagulabler Substanz nicht versucht, und in Vers. N. 2. β Reihe (S. 439) scheint mir sogar eine Andeutung von Hemmung ersichtlich zu sein. Dass aus dem Gemische: inactives Serum + actives Serum + Bakterienkoagulin die koagulable Substanz durch verschiedene Agentien isoliert werden kann, beweist nichts gegen eine vorherige Bindung dieser Substanz, wenn man sich an die änlichen Versuche von Calmette, Phisalix und Bertrand sowie Wassermann mit Toxin-Antitoxingemischen erinnert. Kraus hat (in einer noch nicht publicierten Arbeit) gezeigt, dass der Hemmungseffect von der Menge der koagulablen Substanz abhängt, dass er bei Ueberschuss dieser Substanz ausbleibt, ein Befund, den auch ich in meinen Versuchen bestätigt fand. Andererseits konnte ich feststellen, dass auch für die Koagulationshemmung dasselbe Verhalten zutrifft, das sich bei der Praecipitationshemmung findet, dass nämlich die Reihenfolge der Zusätze des activen und des hemmenden Serums für den Hemmungseffect nicht gleichgültig ist: er ist grösser, wenn das hemmende

Serum zuerst mit der koagulablen Substanz zusammengebracht wird und dann erst das active Serum zugesetzt wird, als wenn beide Sera gleichzeitig zugegeben werden. Folgende Tab. VI veranschaulicht diese Verhältnisse.

Tabelle VI.

Nr.	inactiv. Ty-Serum Tr.	Bakterien-koag. K. Tr.	actives Ty-Serum Tr.	A. (inact. Ser. + act. Ser. + Bakterkoag. K) gleichzeitig.	B. (inact. Ser. + Bakterkoag. K) dann act. Serum.
1.	15	15	15	klar	klar
2.	15	15	30	Nied.	klar
3.	15	15	45	Nied.	klar
4.	15	15	60	Nied.	klar

Es folgt daraus, dass auch bei der Koagulationshemmung der Angriffspunkt der hemmenden Substanz an der koagulablen zu suchen ist, dass bei gleichzeitiger Einwirkung des activen sowie des inactivierten Serums, das active, falls in grösserer Menge vorhanden, einen Theil der koagulablen Substanz an sich reisst und mit ihr die Reaction gibt. Es wäre folglich auch das Koagulin seiner Constitution nach den Praecipitinen anzureihen und an ihm eine haptophore sowie eine praecipitierende Gruppe zu unterscheiden. Dafür, dass die hemmende Substanz umgewandeltes Koagulin ist — Koaguloid könnte man sie in Analogie mit dem Agglutinoid und Praecipitoid nennen — geben übrigens auch einige von Pick beobachtete Thatsachen einen Anhalt: sowohl das Koagulin als auch die hemmende Substanz sind in der Euglobulinfraction des Serums enthalten, langes Stehen sowie Fäulnis zerstören das Koagulin und berauben das Serum der Fähigkeit durch Erhitzung hemmende Substanz zu liefern.

Nachdem auf diese Weise die Constitution des Praecipitins festgestellt ist, wäre jetzt die praecipitable Substanz nach denselben Gesichtspunkten zu untersuchen. Nachdem durch die bahnbrechenden Untersuchungen Ehrlich's ein complexer Bau des Toxinmolecüls festgestellt war, konnte ich in Gemeinschaft mit Dr. Volk an der agglutinierbaren Substanz der Bakterien die Existenz einer haptophoren und einer praecipitablen Gruppe nachweisen, eine Beobachtung, die unlängst von Prof. A. Wassermann bestätigt und

durch neue experimentelle Beweise gestützt werden konnte. Auch die Bakteriensubstanz, die am Processe der Bakteriolyse theilnimmt, scheint einen ähnlichen Bau aufzuweisen; bekanntlich werden erhitzte Bakterien durch bakteriolytische Sera nicht mehr aufgelöst (Kraus u. Clairmont), obwohl sie noch Bakteriolysin zu absorbieren im Stande sind (Bail, Wilde).

Nach alledem war es naheliegend, auch bei der praecipitablen Substanz eine analoge Constitution vorauszusetzen. Tschistovitsch fand, dass auf 80° C. erhitztes Aalserum durch Immunpraecipitin nicht mehr gefällt werden kann, nach Schütze verliert die Milch durch halbstündiges Erhitzen im Dampfkochtopf die Fähigkeit auf Laktoserum zu reagieren (allerdings wird dies von Müller bestritten). Für Hühnereiereiweiss fand ich, dass 1—1½ stündiges Erhitzen einer verdünnten Lösung auf 78° C. ihre Praecipitierbarkeit vernichtet; die Lösungen werden dabei stark opalescent und reagieren stärker alkalisch als im nativen Zustande. Durch Absorptionsversuche kann jedoch gezeigt werden, dass solches Eiweiss eine ganz unverminderte Bindungsfähigkeit für Praecipitin aufweist, dass folglich an ihm die haptophore Gruppe erhalten ist, während die praecipitable der Zerstörung anheimfiel. Das erhitzte Eiweiss hat ausserdem die Fähigkeit erworben, die Praecipitation unerhitzter Eiweisslösungen durch Praecipitin zu hemmen. Durch entsprechend combinierte Versuchsreihen kann nachgewiesen werden, dass das Resultat dieser Hemmung von der Menge der erhitzten Lösung einerseits, des Serums andererseits bestimmt wird, dass dagegen die Menge der unerhitzten Eiweisslösung dabei belanglos ist. In Parallelreihen, in denen bei identischen Mengen der einzelnen Substanzen die Reihenfolge der Zusätze geändert wurde, indem in einer Reihe alle drei Substanzen gleichzeitig zusammengebracht wurden, in der anderen das erhitzte Eiweiss zunächst auf das Serum einwirkte und dann erst das nicht erhitzte Eiweiss zugesetzt wurde, konnte keine Differenz der Hemmungsresultate erhoben werden. Es folgt daraus, dass das erhitzte Eiweiss das Praecipitin besetzt, sodass dieses nicht mehr mit dem nativen Eiweiss reagiert, ferner dass die Affinität des erhitzten Eiweisses zum Praecipitin grösser sein muss als diejenige des nativen. Die oben erwähnte Thatsache, dass die Reaction der Eiweisslösungen beim Erhitzen immer nach der alkalischen Seite verschoben wird (s. Cohnheim S. 7.), und dass andererseits mit Alkali versetztes Eiweiss ebenfalls seine Praecipita-

bilität einbüsst, lässt daran denken, dass vielleicht beide Vorgänge in Zusammenhang zu bringen wären. Von sonstigen Einwirkungen auf die praecipitable Substanz, die ebenfalls eine Zerstörung oder Modification der praecipitablen Gruppe zur Folge haben, wäre die Wirkung von concentrierter Harnstofflösung sowie von Formalin zu nennen, zwei Körpern, die bekanntlich das Eiweiss uncoagulierbar machen und deren analoge Function gegenüber der agglutinierbaren Substanz von mir und Dr. Volk schon festgestellt wurde. Zusatz von 4 Theilen conc. Harnstofflösung zu 1 Theil Eiweisslösung macht sie unpraecipitabel, ohne ihre Affinität zum Praecipitin zu tangieren; vom Formalin genügen dazu schon ganz kleine Mengen.

Was die Bedingungen der Praecipitinreaction betrifft, möchte ich nur kurz einige vorläufige Versuche über die Wirkung der Salze mittheilen. In Analogie mit den Befunden von Joos für die Agglutination haben Hamburger sowie Müller auf die Unerlässlichkeit der Kalksalze für das Zustandekommen der Laktopraecipitation hingewiesen. Die Thatsache, dass manche Salze in concentrierten Lösungen die Agglutination (ich u. Dr. Volk), die Koagulation (Pick) sowie die Alexinwirkungen (Lingelsheim) hemmen, führte dazu, diese Wirkung auch bei der Praecipitation zu untersuchen. Es zeigte sich, dass das Kochsalz selbst in hohen Concentrationen (bis zur Fällungsgrenze der Eiweisskörper d. i. ca. 18%) keinen Einfluss auf die Praecipitation übt, dass dagegen Ammonsulfat schon in 0·25 N. Lösung die Reaction vollständig hemmt, Magnesiumchlorid in 0·5 N. Lösung die Reaction merklich ungünstig beeinflusst, in 2 N. Lösung sie volkommen aufhebt. Weitere Untersuchungen sollen den Mechanismus dieser Hemmung genauer aufklären.

Weiterhin wurden auch die Eigenschaften des Praecipitums einer Untersuchung unterworfen; in Uebereinstimmung mit Tschistowitsch wurde festgestellt, dass dasselbe in verdünnten Säuren sowie Alkalien löslich ist, unlöslich in Lösungen von Alkalicarbonaten sowie in NaCl-Lösungen (auch in gesättigten). Die Angabe von Myers, dass das Hühnereiereiweiss-Praecipitum in 2% NaCl-Lösung löslich ist, konnte nicht bestätigt werden. Der in Säure gelöste Niederschlag fällt bei der Neutralisation wieder aus, verhält sich also wie ein Acidalbumin (daher konnte auch die Beobachtung von Müller, dass aus dem Laktoserum-Praecipitat das Praecipitin durch Lösung in starker Essigsäure regeneriert wird, nicht

nachgeprüft werden). Beim Erhitzen des gut gewaschenen Praecipitums in physiologischer NaCl-Lösung wird es coaguliert und kann nachher nicht mehr in schwachen Säuren gelöst werden; es verhält sich also wie gerinnende Eiweisse, die durch die entsprechenden Fermente zur Gerinnung gebracht dann noch durch Hitzeeinwirkung coaguliert werden können. Das Praecipitum bei der Laktopraecipitation ebenso wie die ausgefällte Verbindung von Agglutinin und agglutinierbarer Substanz verhalten sich abweichend, indem sie bei höherer Temperatur in Lösung gehen. Weiter mag noch erwähnt werden, dass der Niederschlag ähnlich wie bei der Agglutination in concentrierter Harnstofflösung, in Formalin sowie gesättigter Magnesiumchloridlösung löslich ist. Wir ersehen aus diesen Befunden, dass die Eigenschaften des Praecipitums durch die beiden Componenten bedingt werden, dass folglich mit wechselnden Componenten auch die Eigenschaften der resultierenden Verbindung sich verändern.

Bezüglich der Angabe von Leblanc, dass alle Immunkörper in der Pseudoglobulinfraction des Serums enthalten sein dürften, muss ich bemerken, dass dies nicht einmal für die im Kaninchenserum enthaltenen Praecipitine stimmt, da ich in einem Falle, wo ich daraufhin untersucht habe, das Pferdeserum-Praecipitin in der Euglobulinfraction des betreffenden Kaninchenimmunserums enthalten fand.

Endlich will ich noch bemerken, dass ich zweimal im Humor aqueus von mit Hühnereiereiweiss behandelten Kaninchen Praecipitin nachweisen konnte, während der Harn in beiden Fällen sich als praecipitinfrei erwies. Ich will hier nur an die Beobachtung von Levy und Gissler erinnern, die im Humor aqueus Typhusimmunagglutinin nachgewiesen haben.

Zum Schlusse erfülle ich eine angenehme Pflicht, indem ich meinem hochverehrten Lehrer und Chef, Herrn Prof. O. Bujwid für das meiner Arbeit entgegengebrachte rege Interesse sowie für die thatkräftige Unterstützung, die dieselbe immer seinerseits erfahren, meinen wärmsten Dank ausspreche.

Aus dem hygienisch-bakteriologischen Institute der Universität Krakau.

Literatur:

Bail: Inaugural-Dissertation. Ueber die Einwirkung der Serumalexine auf Bakterien.

Buchner: Ueber den Einfluss der Neutralsalze auf Serumalexine, Enzyme, Toxalbumine, Blutkörperchen u. Milzbrandsporen Arch. f. Hyg. XVII, 93. S. 138.

Camus: Compt. rend. Soc. de Biol. 98. N. 50.

Cohnheim: Chemie der Eiweisskörper. In Roscoë-Schorlemmer's Lehrb. d. Chemie, IX B. Braunschweig 1901.

Ehrlich: Schlussbetrachtungen im VIII B. des Nothnagel'schen Handb. Wien, 1901.

Eisenberg u. Volk: Untersuchungen über die Agglutination. Wien. klin. Wochenschr. 1901. N. 50.

— idem: Ztschr. f. Hyg. u. Inf. XL B.

Halban u. Landsteiner: Ueber Unterschiede des foetalen u. mütterlichen Blutserums und über eine agglutinations- und fällungshemmende Wirkung des Normalserums. Münch. med. Woch. 1902. N. 12.

Hamburger: Biologisches über die Eiweisskörper der Kuhmilch und über Säuglingsernährung. Wien. Klin. Woch. 1901. N. 49.

Heidenhain: Die Anilinfarben als Eiweissfällungsmittel. Münch. med. Woch. 1902. N. 11.

Kraus u. Claimont: Ueber bakteriolytische Wirkungen des Taubenserums. Ztschr. f. Hyg. u. Inf. 1900. XXXIV.

Laveran et Mesnil: Recherches morphologiques et expérimentales sur le Trypanosome des rats (Tr. Lewisi). Ann. de l'Inst. Past. 1901. XV. N. 9. p. 695.

Leblanc: Contribution à l'étude de l'immunité acquise. Cellule. T. XVIII. Fasc. 2. 1901. p. 335—384.

Levy u. Gissler: Untersuchungen über Typhus-Serum. Münch. med. Woch. 1897. S. 1435.

v. Lingelsheim: Bedeutung der Salze für die baktericide Wirkung des Serums. Ztschr. f. Hyg. u. Inf. 1901. XXXVII. S. 131.

London: Contribution à l'étude des hémolysines. Arch. russes des Sciences biol. St. Pétersbourg VIII. 1900/1901. N. 3. 4. p. 285—352.

Müller: Vergleichende Studien über die Gerinnung des Caseins durch Lab und Laktoserum Münch. med. Woch. 1902. N. 7.

Myers: Ueber Immunität gegen Proteïde. Cbl. f. Bakt. 1900. XXVIII. S. 237—244.

Neiser u. Doering: Zur Kenntnis der haemolytischen Eigenschaften des menschlichen Serums. Berl. Kl. Woch. 1901. N. 22.

Neisser u. Wechberg: Ueber die Wirkungsart baktericider Sera. Münch. med. Woch. 1901. N. 13.

Nolf: Contribution à l'étude des sérums antihématiques. Ann. de l'Inst. Past. 1900. XIV. N. 5. p. 297—330.

Pick: Zur Kenntnis der Immunkörper. Beitr. z. chem. Physiol. u. Pathol. von F. Hofmeister I. B. 7—9 u. 10—12 H. 1901/1902.

Schütze: Ueber ein biologisches Verfahren zur Differenzierung der Eiweisstoffe verschiedener Milcharten. Ztschr. f. Hyg. XXXVI. 1901. S. 5—8.
Tschistovitsch: Études sur l'immunisation contre le sérum d'anguilles. Ann. de l'Inst. Past. 99. XIII. N. 5. p. 406—425.
Uhlenhuth: Neuer Beitrag zum specifischen Nachweis von Eiereiweiss auf biologischem Wege. Deutsch. med. Woch. 1900. Nr. 46.
Wassermann: Discussion über Ehrlichs Vortrag i. d. Ver. f. inn. Med. Berlin 16. Dec. 1901. Deutsch. med. Woch. 1902. N. 3. Ver. Beil. N. 3. S. 18.
Wilde: Ueber die Absorption der Alexine durch abgetödtete Bakterien. Berl. Klin. Woch. 1901. N. 34.

---

38. M. CAMILLE KRAFT. **Badania doświadczalne nad skalą barw interferencyjnych.** ***(Études expérimentales sur l'échelle des couleurs d'interférence).*** Mémoire présenté par M. A. Witkowski m. t.

Par l'échelle des couleurs d'interférence j'entendrai le tableau faisant connaître la correspondance de ces couleurs aux différences de marche optique [1]. la source lumineuse étant supposée à peu près blanche.

On accepte actuellement deux échelles de cette sorte: celle de Wertheim [2]. dite quelquefois de Quincke ou même de Brücke. et celle de M. Rollett [3], un peu plus récente que celle-là. Elles diffèrent considérablement, de sorte que leur vérification s'impose. Encouragé par M. le professeur Witkowski à m'occuper de cette question. j'ai entrepris dans son laboratoire une étude expérimentale pour décider quelle est l'échelle qu'on pourrait adopter comme exacte.

J'ai employé des sources lumineuses différentes pour m'assurer dans quelle mesure les nombres de l'échelle peuvent dé-

[1]) Il ne s'agit ici que des couleurs d'interférence que présentent, par exemple, des lames cristallines observées dans le polariscope, ou des lames très minces éclairées par la lumière naturelle; la différence de marche optique des rayons qui interfèrent est dans ces cas la même pour toutes les longueurs d'onde (abstraction faite de la dispersion).

[2]) G. Wertheim „Mémoire sur la double réfraction temporairement produite dans les corps isotropes..." Annales de Chimie et de Phys. 1854. (S. 3). T. XL, pag. 180.

[3]) A. Rollett „Über die Farben welche in den Newton'schen Ringsystemen auf einander folgen". Sitzungsberichte der Akad. d. Wissensch. in Wien. Math. naturw. Classe. 1878. LXXVII Bd. Heft I—V, p. 213 et 229.

pendre des petites différences dans la nature des lumières qu'on regarde ordinairement comme blanches.

Avant de décrire ces recherches, je discuterai brièvement les méthodes employées par Wertheim et par M. Rollett, pour mettre en évidence combien différente des méthodes de ces savants est la voie que j'ai suivie dans mon travail.

I. Méthodes de Wertheim et de M. Rollett.

1. Wertheim en construisant son échelle n'a déterminé directement les différences de marche que pour quelques places de l'échelle, notamment pour celles dans lesquelles il a constaté l'extinction complète de la lumière homogène du sodium et pour celles qui correspondaient aux teintes les plus sombres [1]). Il admettait que ces dernières sont engendrées par l'extinction de la partie du spectre la plus lumineuse, pour laquelle il admettait comme longueur d'onde 550,6 $\mu\mu$. Quant aux autres teintes, ce n'est que par interpolation qu'il a déterminé les différences de marche qui leur correspondent [2]).

Bien que la méthode de cette interpolation soit à peu près correcte, la supposition arbitraire concernant les différences pour les teintes les plus sombres et la possibilité des erreurs auxquelles on s'expose en constatant une extinction totale de la lumière du sodium, font naître certains doutes quant à l'exactitude des nombres de cette échelle.

2. M. Rollett a choisi une méthode plus directe. Il examinait les spectres prismatiques des couleurs en question et déterminait les longueurs d'onde des rayons supprimés pour calculer ensuite les épaisseurs des couches d'air correspondantes. Ici surgit tout d'abord la question de savoir quel est le lieu du spectre où les rayons sont totalement éteints. Il est bien connu que, selon la théorie approximative [3]), l'affaiblissement de l'intensité de l'onde dont la longueur est λ, produit par l'interférence de deux rayons dont les

[1]) L. c. p. 176.

[2]) L. c. p. 178.

[3]) Cette théorie s'applique au cas de lames très minces éclairées par la lumière naturelle ainsi qu'à celui de lames cristallines placées entre les nicols croisés ou parallèles, en supposant que les directions des vibrations dans la lame cristalline font un angle de 45° avec celles dans les nicols.

marches optiques diffèrent de Δ, s'exprime par $\sin^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda}$ dans le cas des couleurs à origine noire et par $\cos^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda}$ dans celui des couleurs à origine blanche. Par conséquent les lieux d'extinction totale ne sont que des lignes mathématiques pour lesquelles λ satisfait à l'équation $\sin^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda} = 0$ ou $\cos^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda} = 0$. L'oeil y voit au contraire des bandes obscures dont la partie parfaitement noire paraît plus ou moins large. La longueur d'onde qui vérifie l'équation ci-dessus, où est-elle placée dans cette partie parfaitement noire? Il est impossible de répondre à cette question sans tenir compte des données physiologiques. M. Rollett a simplement admis que c'est le centre de la bande noire qui coïncide avec le minimum théorique et cette supposition, il la croyait confirmée par des expériences spéciales. Or ces expériences, sans être en désaccord avec la supposition de M. Rollett, sont impropres à en établir l'exactitude [1]). L'incertitude en question disparaîtrait peut-être sur le champ, si M. Rollett avait indiqué d'une manière plus précise qu'il ne l'a fait la largeur des bandes observées par lui au spectre; M. Rollett s'est borné à représenter par le dessin un très petit nombre de ces bandes [2]). Je n'affirme pas que des erreurs de ce genre aient eu effectivement lieu dans son travail, mais même si elles y existaient, elles seraient, il me semble, trop petites pour qu'elles pussent par elles mêmes expliquer la grande différence de son échelle avec celle de Wertheim qui atteint parfois 30 $\mu\mu$. Pour cela il faudrait que la largeur des parties parfaitement noires des bandes obscures correspondît au moins à 60 $\mu\mu$. C'est ce qui s'accorde mal avec les figures mentionnées plus haut [3]) ainsi qu'avec les expériences que j'ai faites; en opérant avec une lumière aussi intense que celle dont s'était servi M. Rollett, je n'ai jamais obtenu de bandes d'une largeur supérieure à 20 $\mu\mu$ et cela dans un spectroscope ordinaire.

Une seconde incertitude résulte de sa méthode de produire et d'observer les couleurs [4]). Ayant égard à la variation très prompte

[1]) L. c. p. 203. et 224.
[2]) L. c. p. 201.
[3]) L. c. Taf. IV.
[4]) L. c. p. 210.

des teintes de la lame de gypse prismatique que M. Rollett employait dans son étude, on peut se demander s'il a toujours réussi à observer justement la teinte de la bande étroite colorée de la lame de laquelle provenait le spectre examiné. Mais même en admettant des erreurs causées par cette circonstance, elles semblent peut-être aussi trop petites pour qu'elles puissent expliquer la grande différence mentionnée.

Une autre incertitude résulte enfin de cette circonstance que M. Rollett n'a pas décrit d'une manière précise la nature de la lumière diffusée par un mur dont il se servait dans la plupart de ses observations [1]). Mais il faut observer que ces mesures s'accordent suffisamment avec celles où les rayons directs du soleil formaient la source de la lumière.

Ainsi, pour ce genre de lumière blanche, l'échelle de M. Rollett parait pouvoir s'appliquer avec l'approximation que semblent permettre toutes les inexactitudes citées. Mais, comme dans la méthode de Wertheim il est aussi difficile de trouver des causes d'erreurs considérables, il faut se demander si cet auteur n'a pas employé une lumière différente pour laquelle peut-être son échelle n'est pas fausse. C'est, il est vrai, „une plaque de porcelaine blanche (de Sèvres G.), fortement éclairée par la lumière blanche“ qui a servi à Wertheim de source lumineuse [2]). Mais il n'expliqne point ce qu'il entend par le mot „blanche“.

3. Les questions ci-dessus ne pouvaient donc être résolues que par une révision de l'échelle des teintes d'interférence en évitant autant que cela est possible les causes d'erreurs mentionnées et en employant des sources lumineuses diverses. Pour rendre l'échelle utile dans la pratique, il fallait avoir, comme dans les méthodes ci-dessus, une suite continue de teintes, pour qu'on pût déterminer aussi exactement que possible les nombres correspondant aux limites des couleurs principales.

Il faut ajouter ici entre parenthèses que les nombres figurant dans l'échelle de M. Rollett indiquent les limites inférieures [3]), tandis que les nombres de Wertheim correspondent aux nuances les

[1]) L. c. p. 211.
[2]) L. c. p. 172.
[3]) L. c. p. 213. et 228.

plus pures [1]) des couleurs principales, c'est-à-dire aux milieux de leur étendue. C'est pourquoi la différence apparente atteint parfois jusqu'à 50 μμ. tandis que, comme je l'ai déjà mentionné, en réalité elle ne surpasse pas 30 μμ.

II. Appareil pour mesurer les différences de marche optique.

1. Parmi les méthodes connues qui servent à mesurer les différences de marche, l'analyse spectrale employée par M. Rollett m'a paru plus directe que les autres et d'autant plus pratique qu'elle permet de déterminer facilement la position des bandes noires sur le fond clair du spectre.

2. Cependant la partie parfaitement noire d'une semblable bande obscure est encore, comme je l'ai mentionné, plus ou moins large parce que les rayons les plus voisins du minimum théorique ont encore une intensité inférieure à celle que notre oeil peut apercevoir. La question proposée ci-dessus (I, 2) concernant la position exacte de ce minimum est donc, comme j'ai dit, d'ordre physiologique. Malgré que j'ai tenu compte des résultats des recherches physiologiques faites par M. Ebert [2]) et par M. Parinaud [3]) sur les intensités minima encore visibles dans le spectre, je n'ai pu résoudre la question des bandes larges même d'une manière qualitative, non seulement parce que les résultats de ces deux auteurs ne semblent pas être suffisamment concordants, mais encore parce que le phénomène, comme M. Parinaud l'a démontré, dépend considérablement de l'état de l'oeil (adaptation) et aussi sans doute du contraste du fond.

Puisque la détermination des minima d'après le centre des bandes larges peut causer des erreurs dont on ne peut estimer à présent le degré, il est nécessaire de se servir d'une lumière assez intense pour que les bandes soient très étroites. Les erreurs commises en prenant leur centre pour minimum seront suffisamment petites, car elles ne pourront évidemment pas surpasser la moitié de la partie parfaitement noire de la bande.

[1]) L. c. p. 176.

[2]) H. Ebert „Über den Einfluss der Schwellenvertheilung der Lichtempfindung auf den Charakter der Spectra“ Wiedem. Annalen d. Phys. u. Chem. 1888, Bd. XXXIII, p. 136.

[3]) H. Parinaud, La vision, Paris 1898, p. 31 et 39.

D'après les résultats obtenus par M. Ebert et par M. Parinaud. les „minima visibles“ ne dépendent pas, au milieu du spectre, d'une manière considérable de la longueur d'onde. On est donc autorisé à supposer que, si l'étendue de la partie noire n'excède pas $2\mu\mu$ au plus et si la bande se trouve dans la partie centrale du spectre, l'erreur en question, qui a évidemment la caractère d'une erreur systématique, est au moins négligeable. Mais cette conclusion ne s'applique point aux bandes situées dans les parties extrêmes du spectre où, d'après les mêmes auteurs, les „minima visibles“ croissent rapidement vers les limites du spectre.

3. Si l'on pouvait accepter la supposition physiologique très simple que toutes les couleurs du spectre normal disparaissent dans le même instant quand l'intensité de la source lumineuse tombe au-dessous d'une certaine valeur, on trouverait à l'aide d'un raisonnement simple que le déplacement du centre apparent d'une bande est approximativement de

$$\lambda' - \lambda_0 = \frac{a^2}{2\lambda_0} \text{ vers le rouge;}$$

c'est une conséquence immédiate de la forme de la fonction $\sin^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda}$ qui exprime l'affaiblissement. Ici λ' signifie la longueur d'onde correspondante au centre observé, λ_0 celle du minimum théorique, a l'étendue observée de la partie parfaitement noire de la bande. Ainsi, par exemple, le déplacement correspondant à une largeur $a = 30$ $\mu\mu$ ($\lambda_0 = 500$) ne sera que de 0,9 $\mu\mu$.

Pour le spectre prismatique, on obtient (par voie de construction graphique) un résultat tout à fait différent: pour la même largeur apparente $a = 30$ $\mu\mu$, on trouve un déplacement de 3 $\mu\mu$ dans le sens contraire, c'est-à-dire vers le violet. Cependant on ne doit pas attacher trop d'importance à ces nombres à cause de l'inexactitude de l'hypothèse physiologique faite ci-dessus. Il ne serait donc pas impossible que le déplacement dans le spectre prismatique fût beaucoup plus grand que dans le spectre normal. Pour cette raison et quelques autres, je me suis décidé à employer, au lieu du prisme, un réseau de diffraction.

4. L'appareil spectral consistait en un réseau de Rowland monté de la manière bien connue indiquée par son auteur. La pièce portant l'oculaire était pourvue d'un vernier glissant le

long d'une échelle à millimètres, évaluée en longueurs d'onde et contrôlée souvent pendant la durée de mes expériences. Un millimètre de cette échelle correspondait à peu près à 1 $\mu\mu$. Un diagramme construit pour l'interpolation présentait une ligne parfaitement droite. On peut donc être sûr que la détermination de λ était exacte à 0,1 $\mu\mu$ près. Une telle précision ne serait pas possible dans un spectroscope prismatique ordinaire. En outre, j'ai trouvé que, dans l'appareil de Rowland, l'étendue des bandes obscures rapportée aux longueurs d'onde, était dans les mêmes conditions moindre que dans le spectre prismatique.

5. Pourvu que l'on employât une lumière assez intense pour que les bandes fussent très étroites, leur partie la plus obscure se marquait très bien, non pas par une obscurité complète, mais au contraire par la fraction très petite de la lumière diffusée par la surface du réseau, laquelle contrastait avec le fond obscur de la bande par une teinte à peu près complémentaire. Il est évident que c'est justement cette partie-ci de la bande qui contenait le minimum théorique. C'est l'étendue de cette partie que je comprendrai par l'expression „largeur de bandes obscures" dans ce qui suit. La mise du fil de l'oculaire avec le centre d'un espace si bien défini pouvait être effectuée plus sûrement que dans le cas où la bande est complètement noire. Mais cet avantage ne se présentait qu'avec la lumière de l'arc électrique à 15 Ampères. Pour un courant plus faible la partie centrale de la bande apparaissait parfaitement noire, de sorte qu'on ne pouvait plus apercevoir le fil. Il faut ajouter que l'on opérait dans une chambre complètement obscurcie et que le réseau, l'oculaire et l'oeil étaient soigneusement préservés contre toute lumière étrangère.

Ce n'est que dans ces conditions et à l'aide d'une lumière aussi intense que j'ai obtenu des bandes dont la largeur ne dépassait pas 4 $\mu\mu$ pour les couleurs du premier ordre, 3 $\mu\mu$ pour le second, et 2 $\mu\mu$ pour le troisième, dans la partie centrale du spectre. Dans les parties extrêmes, ces nombres étaient respectivement 8, 4 et 2 $\mu\mu$.

III. Appareil aux couleurs d'interférence.

1. La largeur suffisamment petite des bandes n'étant garantie que dans une lumière très intense, il était désirable d'employer un

appareil producteur des couleurs d'interférence tel qu'il fût possible de le graduer une fois pour toutes en différences de marche optique. En procédant ainsi, on n'était pas obligé de répéter l'analyse spectrale dans les cas des lumières faibles. En outre, il importait que l'appareil donnât des teintes plates, non seulement sur la fente spectrale, mais encore sur un champ suffisamment grand pour permettre l'observation distincte des teintes.

Puisque, comme je l'ai dit (I 2), la lame de gypse prismatique employée par M. Rollett était très loin de satisfaire à cette dernière condition, j'ai renoncé à employer des lames prismatiques en général. L'appareil de Wertheim à double réfraction artificielle du verre [1]) produisait, il est vrai, des teintes plates et il semblerait en outre que l'on puisse le graduer facilement. Cependant j'ai constaté la possibilité d'une déformation permanente considérable dans le verre. De plus, il est difficile d'exclure ici le phénomène du retard élastique.

2. Je me suis donc décidé, après des expériences variées, à me servir du compensateur de Biot (dit aussi de Soleil) qui est composé, comme on sait, de trois lames de quartz taillées parallèlement à l'axe optique. Deux de ces lames sont légèrement prismatiques, elles ont le même angle et leurs axes sont parallèles. La troisième est plane et son axe est perpendiculaire aux axes des deux premières. L'ensemble agit à la manière d'une lame unique, très mince, mais d'épaisseur uniforme que l'on peut modifier à volonté en faisant glisser l'un des deux prismes.

Pour qu'un tel compensateur agisse réellement comme une lame unique, il faut avant tout que les directions des axes soient orientées précisément comme il a été indiqué ci-dessus. Cependant cette condition est loin d'être suffisante. Les directions des axes étant orientées avec une précision de 1 minute, je trouvais que le spectre d'une couleur quelconque produite par cet appareil, différait encore beaucoup de celui d'une couleur semblable provenant d'une lame unique. Au lieu d'une bande obscure simple, j'ai observé plusieurs bandes étroites, comme si la bande large était interrompue par des lacunes claires. On ne pouvait donc pas employer un tel spectre pour déterminer le minimum correspondant aux couleurs d'interférence ordinaires; en outre, il est possible que l'aspect

[1]) L. c. p. 169 et 173.

des couleurs d'interférence ne soit pas identique dans ce cas à celui des couleurs ordinaires.

Il est facile de se rendre compte de cette différence des spectres en question en suivant la théorie rigoureuse du compensateur de Babinet donnée par M. Voigt[1]) qui, le premier, a tenu compte des réflexions intérieures sur les surfaces des prismes. La différence de marche qui résulte de cette théorie se rapproche d'autant plus de celle qui convient à une lame unique, que l'indice de réfraction du milieu environnant diffère moins de celui des lames et que l'épaisseur de ces dernières augmente ainsi que leur distance.

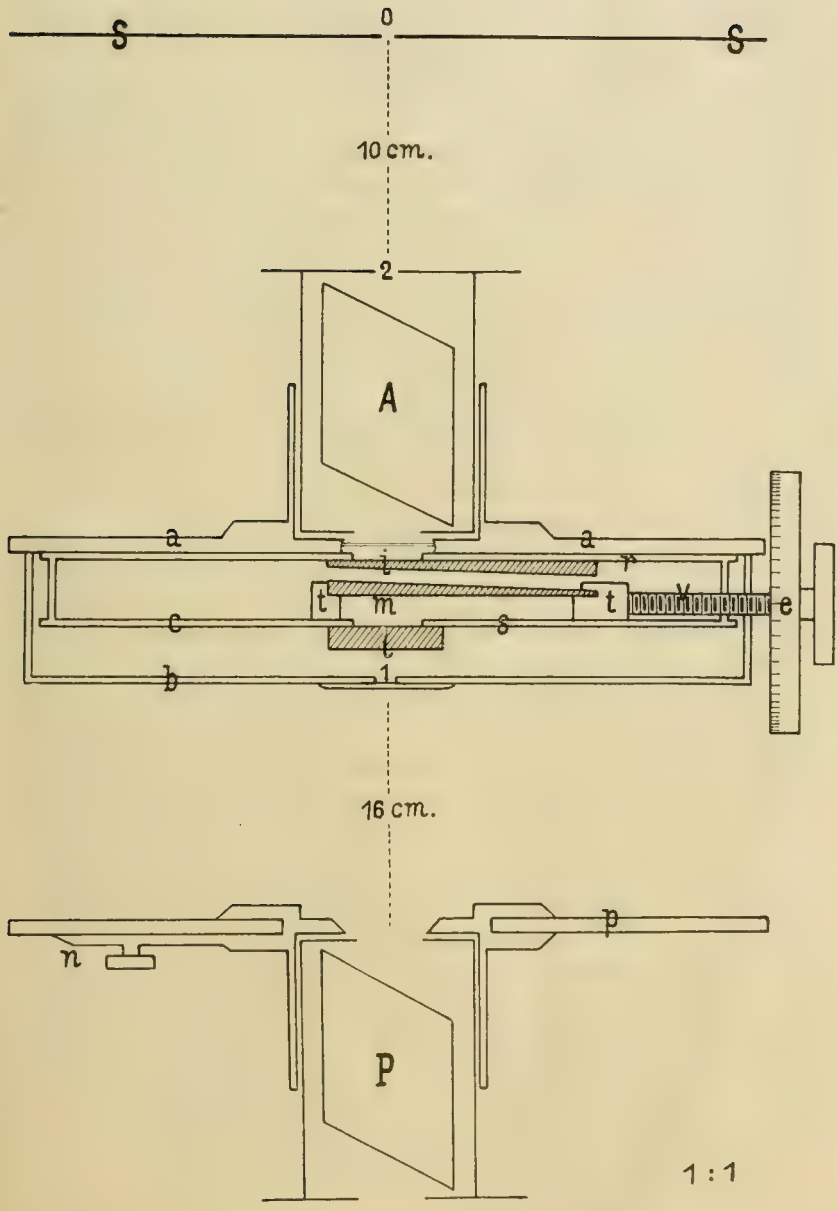
Dans notre dispositif, l'épaisseur totale des trois lames excédait 4 mm. et il en était de même de la somme de leurs distances. Il semble que, sous ce rapport, nous nous sommes placés dans des conditions favorables. En effet, le compensateur ayant été tout entier plongé dans l'essence d'anis dont l'indice (1,548—1,557 pour D) diffère très peu de ceux du quartz (1,544 et 1,553 p. D)[2]), les spectres en question ne différaient plus de ceux des couleurs d'interférence ordinaires.

Ainsi, la superposition des lames épaisses équivaut à peu près complètement, vu les restrictions ci-dessus, à une lame unique. Il ne sera pas cependant inutile de remarquer que, tandis qu'une lame unique est très peu sensible, quant à sa coloration, à une petite déviation des rayons de la normale, par contre l'ajustement de la lame composée doit être très exacte à cet égard. Notre compensateur devait donc être monté d'une manière invariable par rapport à l'appareil de polarisation et à la direction des rayons pour que sa graduation pût avoir quelque valeur.

3. L'appareil de polarisation (voir la figure adjointe) se composait dans notre arrangement de deux grands nicols (P, A), éloignés l'un de l'autre de 20 cm. Leurs montures, précisément conaxiales, étant placées dans des parois métalliques (p, a) tout à fait rigides sur une base commune, ne permettaient qu'une rotation des nicols, qu'on pouvait lire en minutes à l'aide d'un vernier (n). Une boîte plate (b) soudée à la paroi (a) était remplie d'essence d'anis

[1]) W. Voigt „Über die Verzögerung, welche beim Durchgange des Lichtes durch eine Platte eintritt und über einige darauf gegründete Apparate". Wiedem. Annalen d. Phys. u. Chem. 1884. Bd. XXII, p. 226 et 236.

[2]) Recueil de données numériques publié par la Soc. française de Physique; Optique, I et II fasc. Paris, 1899.


S
0
S
10 cm.
2
A
a
a
i
r
t
m
t
x
e
c
s
l
b
1
16 cm.
n
p
P
1 : 1

qu'on changeait souvent, en prenant soin qu'elle fût toujours claire et complètement incolore. Une cassette métallique (c), portant le compensateur de Biot qui y était plongé, reposait sur le fond de la boîte et était fixée à la paroi (a). Des deux lames de quartz prismatiques (i, m) placées dans la cassette, l'une (i) était attachée d'une manière fixe à la paroi (r) de cette dernière, l'autre (m), c'est-à-dire la lame mobile, était enchâssée dans un cadre (t), glissant le long de l'autre paroi (s) de la cassette à l'aide d'une vis (v) micrométrique, pourvue d'un cercle divisé (e). Enfin, à l'extérieur de la paroi (s) on a attaché la lame plane (l) de quartz.

Le champ du compensateur a été limité par deux fentes rectangulaires égales (1) et (2) de dimensions 5 mm et 2 mm. La teinte du champ ainsi limité était en effet parfaitement uniforme, la différence de marche optique ne variant d'un bord à l'autre que de 1 $\mu\mu$ [1]). (La constance parfaite de cette dernière est très difficile à réaliser à cause des difficultés techniques que l'on rencontre dans la préparation des lames cristallines).

La fente spectrale (0) très étroite et bien symétrique par rapport aux fenêtres (1, 2) et à l'axe des nicols était fixée à un grand écran métallique (S) à une distance de 10 cm de l'analyseur (A).

L'analyseur était fixé dans une position telle que sa direction de vibrations fît un angle de 45° avec celles du compensateur. Les deux positions principales du polariseur (P) étaient marquées de manière qu'on pût les changer aisément et vite, même dans l'obscurité.

Durant toutes les observations, on prenait toutes les précautions possibles pour que le faisceau de lumière sortant du polariseur tombât bien symétriquement sur la fenêtre (1). C'est par là que l'on garantissait la direction invariable des rayons par rapport au compensateur et par suite l'invariabilité de la graduation du compensateur en longueurs d'onde. La parallélisme des rayons était en outre assuré par une distance suffisante des nicols, de la source lumineuse (au moins 1 m) de l'oeil et de la fente spectrale, ainsi que par l'étroitesse des fentes.

J'observais les teintes de deux manières. Le plus souvent je

[1]) Dans des lames prismatiques ordinaires la différence de marche varie de 60—120 $\mu\mu$ sur 2 mm ou même beaucoup plus.

les regardais directement, en plaçant l'oeil au delà de la fente spectrale, tout près de celle-ci, après l'avoir un peu élargie. Je voyais alors le champ coloré du compensateur dans toute son étendue. Mais un très petit mouvement de la tête suffisait pour que l'image disparût, ce qui rendait tout à fait impossible la perception des couleurs produites par des rayons obliques.

Cependant, en employant l'arc électrique, j'observais les couleurs à l'aide d'une tablette de plâtre placée au delà de la fente spectrale.

Depuis la première graduation du compensateur, l'appareil tout entier, y compris le spectroscope de Rowland, a été rendu immobile pour toute la durée de ces recherches.

4. Les mesures des différences de marche faites plusieurs fois, non seulement au commencement mais encore pendant la durée de nos recherches, au moyen de l'appareil de Rowland, ont donné des résultats si concordants que les nombres trouvés pour les mêmes lieux de l'échelle du compensateur après de longs intervalles de temps ne différaient pas plus entre eux que les nombres résultant de mesures faites immédiatement l'une après l'autre. On pouvait donc considérer les moyennes formées d'après toutes ces mesures comme également vraisemblables pour toutes les expériences. Les variations accidentelles restantes ne dépassaient guère 1—2 $\mu\mu$. On pourrait estimer les erreurs vraisemblables des moyennes d'après ces données, s'il n'y avait pas à considérer la possibilité d'erreurs systématiques provenant, comme je l'ai expliqué (II 2), de l'identification du centre d'une bande obscure avec le minimum théorique. Mais j'essayerai de montrer que, dans notre cas, on était en droit d'exclure ces erreurs ou du moins de les corriger.

Quant aux bandes correspondant aux couleurs des ordres supérieurs et situées au milieu du spectre, leur largeur n'ayant pas surpassé 2 $\mu\mu$ (II, 5) toute erreur de ce genre était exclue d'après les considérations exposées plus haut (II, 2). Cette conclusion ne s'applique plus, il est vrai, aux bandes situées dans les parties extrêmes du spectre, bien qu'elles correspondent aussi aux couleurs des ordres supérieurs. Mais, en comparant les différences de marche correspondant à ces bandes avec celles qui résultaient des bandes mentionnées plus haut, je suis parvenu à m'assurer, à l'aide d'une construction graphique tenant compte de la dispersion du quartz, qu'elles étaient correctes. En effet, la valeur de la dispersion

de biréfringence obtenue de cette manière, s'accordait très bien avec les données numériques trouvées par différents auteurs pour le quartz incolore [1]).

Quant aux bandes correspondant aux couleurs du premier ordre, leur largeur était beaucoup plus grande, comme je l'ai dit plus haut (II, 5). Malgré cela, celles de ces bandes qui étaient situées dans la partie centrale du spectre n'ont pas occasionné d'erreurs systématiques. Je m'en suis assuré en traçant une courbe des différences de marche (en fonction de l'échelle du compensateur) qui doit être presque une droite. En effet, sa partie initiale déterminée d'après les bandes que nous venons de mentionner, était droite et s'accordait parfaitement, non seulement avec une autre partie de cette courbe déterminée d'une manière exacte d'après les bandes étroites des ordres supérieurs, mais encore avec son origine. Ce point, correspondant à la différence de marche égale à zéro, a pu être déterminé avec une grande sûreté à l'aide de la lumière si intense de l'arc électrique.

C'est seulement les différences de marche correspondant aux bandes du premier ordre situées aux extrémités du spectre (dont la largeur atteignait 8 $\mu\mu$) que j'ai corrigées d'après cette courbe et d'après les données de la dispersion.

Après ces remarques, on peut être assuré que l'erreur vraisemblable des déterminations définitives des différences de marche produites par le compensateur, a été moindre que ± 1 $\mu\mu$.

Attendu que la différence de marche pour les rayons qui sont supprimés dans le spectre est un multiple pair ou impair de leur demi-onde, il résulte encore de la conclusion qui vient d'être énoncée que l'erreur vraisemblable des longueurs d'onde évaluées pour les minima, a été moindre que ± 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ $\mu\mu$... pour les couleurs à origine noire et que ± 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$ $\mu\mu$... pour celles à origine blanche, selon l'ordre des couleurs.

IV. Les sources lumineuses.

1. Comme la situation du laboratoire me rendait très difficile l'emploi des rayons directs du soleil, je me suis contenté de la

[1]) Recueil de données numériques etc.; Optique, II fasc. Paris, 1899. p. 428 et 429.

lumière solaire réfléchie par une surface de neige fraîchement tombée qui couvrait un toit d'une couche compacte et uniforme. J'admets que les résultats obtenus ainsi ne différeraient pas beaucoup de ceux que l'on obtiendrait en employant les rayons directs.

2. Une seconde source de lumière blanche était un ciel gris mais très clair (brouillard) et parfaitement uniforme. C'est-ce genre de lumière qui, au moins dans notre climat, sert le plus souvent de source lumineuse dans l'appareil de Nörremberg.

3. Troisièmement un ciel serein d'une teinte intermédiaire entre l'indigo et le bleu pur, peu saturée, c'est-à-dire assez claire.

On laissait entrer ces trois genres de lumière dans l'appareil au moyen de deux miroirs, la chambre étant rendue parfaitement obscure.

Les lampes employées étaient les quatre suivantes:

4. Un bec Auer.

5. Un bec Argand à gaz.

6. Une lampe électrique ordinaire à incandescence (de 16 bougies).

Comme les rayons directs de ces trois lampes éclairaient le champ coloré d'une manière très peu uniforme, il fallait employer un verre dépoli placé à 20 cm. au devant de ces lampes. Devant le bec Auer, on en plaçait deux pour rendre son intensité plus égale à celle des autres sources. Je ne crois pas qu'un verre semblable, tout à fait incolore, puisse changer le caractère de la lumière qui le traverse.

7. Enfin l'arc électrique.

Ne pouvant pas observer les couleurs dans la lumière directe de l'arc à cause de l'éblouissement, j'ai employé un écran formé par une lame plane du plâtre le plus pur, fraîchement préparé. On peut, il me semble, admettre qu'un tel écran ne change le caractère de la lumière diffusée que d'une manière insensible.

Il faut observer toutefois que la lumière de l'arc ne m'a pas paru bien déterminée quant à la distribution de l'énergie dans son spectre. Abstraction faite de ce fait que le charbon négatif produisait des couleurs fort différentes de celles du positif (la partie violette de celles-là étant plus faible), la nature de cette lumière change encore avec l'intensité du courant.

La lampe employée était de 15 Ampères. L'échelle des cou-

leurs figurant sur nos tableaux pour l'arc électrique, a été construite en employant la lumière du cratère positif et un courant de 15 à 18 *A*. Dans ce cas l'échelle ne diffère pas beaucoup de celle obtenue pour la neige. En employant au contraire un courant de 15—12 *A*., j'ai obtenu une échelle plus semblable à celle qui correspond au bec Auer. La température des charbons étant probablement constante, on ne peut expliquer ce fait qu'en admettant que l'intensité de la lumière violette de l'arc lui-même augmente avec l'intensité du courant.

Pour ce qui est de la lampe Argand et de celle à incandescence, j'ai réuni leurs échelles dans une table commune parce que ces échelles différaient très peu comme on pouvait l'espérer, les deux lumières étant rougeâtres à peu près dans la même mesure.

L'intensité de lumière était toujours celle que l'on observe le plus souvent dans l'appareil de Nörremberg. Cette remarque est importante, non seulement parce qu'elle garantit que les couleurs étaient pareillement saturées dans les divers cas, mais encore parce que les équations de mélange des couleurs ne semblent pas être indépendantes de l'intensité absolue de la source lumineuse. J'ai observé en effet que dans une lumière très forte, comme celle du soleil affaiblie un peu par les nicols, les couleurs des lames de gypse présentaient des teintes différentes de celles que l'on observe sur ces mêmes lames dans une lumière d'intensité ordinaire; à savoir des teintes telles qu'on les observerait si la sensation de la couleur violette était supprimée. Après avoir considérablement affaibli l'intensité de la lumière, j'observais au contraire que le bleu semblait plus verdâtre, pendant que les autres couleurs d'interférence ne paraissaient pas changer d'une manière sensible.

V. La définition des limites des couleurs principales.

1. Les erreurs de la méthode physique des recherches présentes sont presque tout à fait négligeables par rapport à celles qui peuvent résulter de l'incertitude dans l'appréciation et surtout dans le choix des teintes destinées à servir de limites aux couleurs principales. Pour s'en convaincre, il suffit par exemple d'observer la grande différence qui existe entre la table des couleurs spec-

trales construite par Helmholtz et celle de Drobisch[1]). Ainsi la partie physiologique de notre problème se présente comme beaucoup plus difficile que la partie proprement physique; non moins difficile est la description précise des résultats des observations. Pour diminuer la dernière difficulté, j'ai jugé qu'il fallait expliquer autant que possible quelles teintes on doit entendre par les dénominations qui figurent dans mes tables et surtout comment j'ai défini les nuances aux limites des couleurs principales.

Je conserve presque partout la nomenclature employée jusqu'ici mais je ne la considère nullement comme une description fidèle de mes sensations; les termes de cette nomenclature ne sont en effet que des symboles nécessaires pour distinguer les couleurs voisines et surtout pour comparer les échelles qui correspondent à des lumières diverses.

Pour les couleurs d'interférence qui peuvent être comparées avec celles du spectre au moins d'une manière approximative, je me servirai du spectre comme d'objet de comparaison parce que les couleurs spectrales peuvent être bien définies par des longueurs d'onde, pourvu que le spectre soit pur et que la source lumineuse ne soit ni trop forte ni trop faible. Dans ce but, j'ai déterminé plusieurs fois la position sur le spectre des teintes qui me paraissaient le plus semblables aux couleurs distinguées par moi sur l'échelle d'interférence.

Je présente ces résultats dans la table suivante:

(*Voir* la table à la page 326).

Le rouge foncé du spectre ne figure pas exactement dans l'échelle d'interférence; on y voit plutôt un rouge mélangé avec le violet. Avec Helmholtz[2]) j'entendrai par „carmin“ la couleur rouge qui ne contient que des traces de violet et qui peut être placée immédiatement après le rouge spectral. Après le carmin vient le „poupre“ dans l'endroit où l'on voit déjà des traces prononcées de violet. Enfin le „violet“ qui suit le „pourpre“ est d'abord plus rouge que celui du spectre. Il faut remarquer que, dans une lumière un peu plus forte, les couleurs étant moins saturées, l'origine du pour-

[1]) Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik. Zweite Auflage, 1894, p. 278. et 309.

[2]) L. c. p. 278.

Longueur d'onde au spectre en μμ	Noms employés pour les couleurs d'interférence dans toutes les tables suivantes	Longueur d'onde au spectre en μμ	Noms employés pour les couleurs d'interférence dans toutes les tables suivantes
Limite du spectre visible	„Violet“ qui ne correspond qu'à la moitié plus bleue du Violet de l'échelle d'interférence	518—524	„Vert jaunâtre“
444—450	„Indigo“	551—554	A cette limite je vois le vert et le jaune mélangés en parties égales
461—465	„Bleu“ pur où mon oeil ne distingue ni traces du violet ni traces du vert		„Jaune verdâtre“
474—476	„Bleu verdâtre“	571—575	„Jaune“
485—487	A cette limite je vois le bleu et le vert mélangés en parties égales	588—590	„Orangé“
	„Vert bleuâtre“	601—604	„Orangé rougeâtre“
505—510	„Vert“ pur	616—619	„Rouge clair“
518—524		650	
		Limite inférieure du spectre visible	Rouge foncé

pre paraît semblable à la couleur rose; au dessus on voit le rose violet, au dessous le rose jaunâtre.

Ce que j'appelle „rouge clair“ dans l'échelle contient souvent déjà un peu de „carmin“; ce carmin clair commence alors immédiatement après „l'orangé rougeâtre“; c'est ce qui a lieu surtout dans l'échelle pour le ciel gris-clair et pour le ciel serein. Nonobstant je le nommerai toujours „rouge clair“.

Il faut ajouter que, dans les ordres supérieurs, la teinte jaune verdâtre se transforme en rouge presque sans l'entremise du jaune

ou de l'orangé en devenant très pâle, comme blanche rougeâtre. C'est cette teinte que j'appellerai „couleur chair".

Je n'ai fait les remarques précédentes que pour expliquer comment je comprends les limites des couleurs, n'ayant point en vue de décrire l'aspect de ces couleurs d'une manière détaillée [1]), ce qui serait très difficile parce que le caractère de ces couleurs dépend non seulement de leur ordre mais encore de l'intensité de la source lumineuse et de sa nature. Les mêmes couleurs, observées dans deux lumières différentes, sont toujours un peu différentes et par conséquent on ne peut les comparer entre elles d'une manière exacte. Nonobstant je conserve la même dénomination pour ces couleurs, afin de rendre possible la comparaison des échelles pour diverses lumières.

2. Après avoir choisi les limites en question, je cherchais dans toutes mes observations à évaluer les nombres de l'échelle, surtout pour ces limites. Les différences évidentes qui se présentaient alors pour les nombres correspondant aux mêmes limites, dans plusieurs séries de mesures faites avec la même lumière, ne pouvaient être rapportées qu'à l'incertitude physiologique dans le jugement des teintes en question, les erreurs de la méthode physique étant négligeables. Ces différences étaient différentes pour diverses limites et augmentaient en général avec l'étendue des couleurs voisines. Pour les teintes aux variations desquelles l'oeil est très sensible, comme dans le voisinage du violet, ces différences ne surpassaient sûrement pas 10—15% de l'étendue de la couleur voisine. Si, par exemple, le violet s'étend, selon une de mes tables, entre les nombres 551 et 571, sa limite supérieure ne variait plus que de 570 à 572 dans les diverses séries de mes mesures. Mais pour les teintes dont les variations n'affectent pas l'oeil d'une manière aussi prompte, comme p. e. aux limites entre le bleu, le vert et le jaune, ces différences atteignaient même 30% de l'étendue des couleurs voisines.

A cause de ces discordances entre les différentes séries de mesures faites avec la même lumière, je répétais l'étude de l'échelle plusieurs fois avec chaque genre de lumière, alternativement et en divers temps. La comparaison de toutes ces mesures

[1]) On trouve une description des couleurs en question dans le mémoire de E. Brücke „Über die Aufeinanderfolge der Farben in den Newton'schen Ringen" Annalen der Phys. u. Chemie von Poggendorff, 1848. Bd. 74. p. 582.

a toutefois montré que les différences, dans le cas de la même lumière, étaient en général considérablement moindres que les différences qui correspondent aux mêmes limites, sur les échelles de deux lumières différentes.

Les nombres qui figurent dans nos tables représentent les moyennes de toutes les mesures faites avec la même lumière.

Il faut ajouter que, pour rendre mon jugement des couleurs aussi juste que possible, j'évitais avec soin de laisser impressionner mon oeil par des couleurs étrangères et cherchais à le tenir dans un même état de bonne adaptation; la chambre était toujours parfaitement sombre.

VI. Résultats.

1. Ainsi, j'ai obtenu de la manière que je viens de décrire six échelles différentes que l'on trouve dans les tables numériques 1.—6.[1]); on y a tenu compte de la dispersion de biréfringence du quartz[2]). Ces tables ne contiennent que les couleurs des trois premiers ordres, puisque celles des ordres supérieurs ne pouvaient être obtenues au moyen du compensateur employé.

Le résultat le plus intéressant de ce travail est fourni par la comparaison des échelles obtenues avec des lumières différentes. Le diagramme qu'on trouve sur les planches XXVIII, XXIX et XXX met directement en évidence[3]) dans quelle mesure l'échelle des teintes dépend de petites différences dans la nature de la lumière qu'on regarde communément comme blanche. On trouve surtout un déplacement relatif des limites des couleurs, de sorte que non seulement la position de leurs régions tout entières varie souvent avec la nature de la lumière, mais encore l'étendue de la même couleur est différente pour les différentes lumières. Ainsi, par exemple, dans la lumière

[1]) Voir plus loin, l'explication des tables (1).

[2]) La grandeur de cette dispersion est le résultat de la graduation elle-même du compensateur (faite à l'aide du spectroscope de Rowland); mais il faut rappeler (III, 4) qu'elle s'accorde très bien avec les données numériques trouvées pour le quartz par la voie ordinaire. (Voir „Recueil de données numériques publié par la Société française de Physique", Optique. II fascic., Paris 1899. pag. 428. et 429; par exemple les nombres de M. Rudberg).

[3]) Voir plus loin: explication des tables (3).

du ciel gris-clair, les couleurs „indigo“ et „bleu“ s'étendent su un grand espace, tandis que ces mêmes couleurs, observées dans la lumière du bec Auer, ne forment qu'une bande très étroite entre le violet et le bleu verdâtre. Si l'on trace sur ce diagramme une ligne horizontale à une hauteur quelconque à travers les colonnes verticales, on peut immédiatement se rendre compte de quelle manière varie la coloration d'une même lame de quartz pour les différentes sources de lumière blanche, l'épaisseur du quartz correspondant à la différence de marche indiquée (pour $\lambda=550$) par l'ordonnée de la ligne tracée [1]). Ainsi, par exemple, une lame de quartz qui paraît pourpre dans la lumière du bec Auer, prend une teinte indigo dans celle du ciel gris-clair. Il faut remarquer que, pour les teintes aux variations desquelles l'oeil est le plus sensible, c'est-à-dire pour les limites entre le pourpre et le violet et entre le violet et l'indigo, on trouve les différences de marche les plus grandes dans le cas de la lampe Argand, les plus petites dans le cas de la lumière du ciel serein.

En comparant enfin les couleurs à origine noire avec celles à origine blanche qui correspondent aux mêmes différences de marche (elles se trouvent sur la même ordonnée du diagramme XXVIII, XXIX, XXX ou sur la même abscisse du diagramme XXXI), on parvient au résultat que ces „couples complémentaires“ sont évidemment différents pour les lumières différentes.

Ce dernier résultat, mis en évidence par les courbes de la dernière planche (XXXI) d'une manière quantitative [2]), nous montre nettement dans quelle mesure on doit tenir compte de la nature de la source lumineuse dans toutes les recherches sur les couleurs complémentaires en général [3]).

[1]) Dans le cas simple où la lame est taillée parallèlement à son axe optique et placée perpendiculairement à l'axe du polariscope, son épaisseur peut s'exprimer, comme on sait, par $\frac{\Delta_{550}}{N_{550}}$, où, pour $\lambda=550$, Δ_{550} représente la différence de marche et N_{550} la différence des deux indices de réfraction du quartz.

[2]) Voir l'explication des planches (4).

[3]) Je rappelle que les couples de couleurs d'interférence qui correspondent aux mêmes différences de marche sont „complémentaires“ sensu strictissimo, pourvu que la source lumineuse soit blanche. L'affaiblissement de l'intensité des rayons de même longueur d'onde s'exprime, pour les deux couleurs, respectivement par

Le sens de toutes ces différences ne semble pas être en désaccord avec les différences dans la coloration des lumières employées. Cependant, cette coloration étant généralement très peu prononcée, il serait intéressant de déterminer d'une manière un peu plus exacte à quel degré ces différences observées s'accordent, d'une part avec les règles physiologiques des mélanges de couleurs, d'autre part avec les différences dans la nature physique des sources lumineuses (employées dans nos recherches) dont la connaissance est déjà assez avancée.

Pour répondre à cette question, on pourrait procéder de deux manières. L'une d'elles est celle que Lord Rayleigh [1]) a indiquée en déterminant les couleurs de lames minces au moyen d'un calcul basé sur la table des équations des couleurs construite par Maxwell. Cette table n'étant applicable que pour la lumière du soleil, il faudrait, pour répéter un pareil calcul pour d'autres sources lumineuses, tenir compte des rapports des intensités dans le spectre de ces lumières à celles dans le spectre solaire. Une autre voie a été indiquée par Lommel [2]) qui a réduit les règles numériques des mélanges de couleurs à quelques simples formules analytiques générales [3]). Il les a appliquées en particulier pour exprimer la couleur d'interférence, ou plutôt la longueur d'onde de la couleur spectrale qui lui ressemble, en fonction de la différence de marche optique [4]). Cette expression analytique doit donc représenter justement les relations que font connaître nos courbes de la planche XXXI construites d'après les observations [5]). Cependant elle ne s'accorde pas avec ces courbes dans toute leur étendue. Néanmoins l'échelle des couleurs d'interférence, calculée d'après cette fonction par Lommel [6]) pour la lumière du soleil [7]), paraît assez semblable à l'échelle que

$\sin^2$ et $\cos^2$ d'un même angle (Voir I, 2). Ainsi la synthèse des deux couleurs ($\sin^2 + \cos^2 = 1$) reproduit exactement la distribution des intensités dans le spectre qui est propre à la source lumineuse.

[1]) Rayleigh. Transactions of the Royal Society of Edinburgh, 1886. p. 157—170.

[2]) Lommel, Berechnung von Mischfarben, Wiedem. Annalen, 1891, Bd. XLIII, p. 473.

[3]) L. c. p. 478.

[4]) L. c. p. 480.

[5]) Voir l'explication des planches (4).

[6]) L. c. p. 496.

[7]) L. c. p. 476.

j'ai observée avec la lumière de la neige éclairée par le soleil. C'est pourquoi je me suis décidé à suivre cette voie théorique en essayant de généraliser la fonction donnée par Lommel de la manière suivante. J'ai introduit dans ses formules intégrales [1]) une expression qui résulte de l'équation spectrale de M. Wien et qui représente le rapport des intensités dans le spectre des sources lumineuses chaudes aux intensités dans le spectre solaire, en fonction de la longueur d'onde et de la différence de leurs températures absolues. La formule que j'obtins ensuite par intégration, rendait compte de la dépendance de la couleur d'interférence, non seulement de la différence de marche, mais aussi de la température de la source lumineuse. Cette formule, très compliquée, se réduisait toutefois exactement à la simple formule [2]) de Lommel en supposant la température de la source égale à celle du soleil; cette dernière figurait dans la formule comme une constante. En calculant cette formule pour la température du bec Argand 1600° C. [3]) (estimant la température du soleil à 5800° C.) et pour quelques valeurs de la différence de marche, j'ai obtenu plusieurs points de l'échelle d'interférence pour ce genre de lumière. D'après ce resultat théorique, elle différait de l'échelle de Lommel, c'est-à-dire de celle qui se rapporte au soleil [4]), précisément dans le sens et à peu près au degré qui résultent de mes recherches expérimentales. Je ne reproduis pas ici ce calcul, car je n'attache pas beaucoup d'importance à ces résultats: les formules générales de Lommel semblant être basées sur des hypothèses physiologiques un peu trop arbitraires [5]).

2. En comparant nos tables avec celles de M. Rollett, on trouve que les nombres correspondant sur ses tables aux minima, sont compris entre ceux de nos tables qui se rapportent à la lumière de la neige [6]) et à celle du ciel gris-clair. Quant aux couples de couleurs complémentaires, elles sont aussi dans ses tables à peu près les mêmes que celles qu'on rencontre dans mes échelles pour les mêmes genres de lumière. Ainsi, la différence entre son échelle et

[1]) L. c. p. 479.

[2]) L. c. p. 480.

[3]) M. O. Lummer. Le rayonnement des corps noirs. Rapports présentés au Congrès internat. de Physique réuni à Paris en 1900. T. II, p. 96.

[4]) L. c. p. 476.

[5]) L. c. p. 476 et 477.

[6]) éclairée par le soleil.

la mienne pour la lumière de la neige est assez petite pour que l'on puisse l'expliquer par des différences individuelles dans le choix des teintes de limite. On peut donc, il me semble, adopter l'échelle de M. Rollett comme à peu près valable pour la lumière du soleil.

Quant à l'échelle de Wertheim, ses nombres sont, pour une partie, voisins de ceux que j'ai trouvés pour la lumière du bec Auer, d'autres s'accordent suffisamment avec ceux pour la lampe Argand, d'autres encore correspondent plutôt à une lumière encore plus rougeâtre que celle du bec Argand. Quant aux couples de couleurs qui figurent dans sa table comme complémentaires, il semblerait aussi que leur synthèse ne reproduirait pas la lumière du soleil, mais plutôt une lumière plus rougeâtre. En me basant sur ce dernier fait, qui ne dépend plus des nombres mesurés, je crois qu'il est impossible de considérer les expressions de Wertheim „porcelaine blanche" et „lumière blanche" comme précises.

Il semble ainsi résulter de ces remarques que la grande différence entre les échelles de ces deux savants a vraisemblablement sa cause principale dans la différence des sources lumineuses dont ils se sont servis.

Je ne veux pas dire par là que l'échelle de Wertheim soit tout à fait correcte; les différences irrégulières qu'elle présente avec nos tables, font naître quelques doutes à ce sujet. Comme en outre cette échelle ne rend pas compte des limites des couleurs, ce qui est important dans la pratique, on peut, il me semble, l'abandonner entièrement.

3. Dans quelle mesure les résultats des recherches présentes ont augmenté l'utilité de l'échelle en question dans la pratique, c'est-à-dire en ce qui regarde la détermination des différences de marche d'après les teintes, c'est ce que je vais illustrer par un exemple. Supposons qu'une lame de quartz présente dans le polariscope croisé et éclairé par le bec Auer, une teinte violette qui peut être compensée par la première bande violette d'un prisme de gypse. En se rapportant à la table pour le bec Auer, on trouve que la différence de marche produite par cette lame est contenue entre 567 et 582.6 $\mu\mu$ (pour les rayons $\lambda = 550 \mu\mu$). A cause de la possibilité d'une incertitude dans l'appréciation des teintes, augmentons à dessein cette étendue de 565 jusqu'à 585. Si nous prenons maintenant la moyenne, c'est à dire 575 $\mu\mu$, pour la différence de marche de la lame examinée, l'erreur ne peut sur-

passer ±10 par rapport à 575, ou ±1,7%. Cependant, en se servant dans ce cas de l'échelle de M. Rollett, on trouve pour les limites du violet les nombres 545 et 565 [1]). Si l'on prenait de même la moyenne (555) pour la différence de marche dans la lame en question, l'erreur pourrait atteindre 585—555 = 30 μμ ou 5%, c'est-à-dire qu'elle serait 3 fois plus grande que dans le premier cas. Un semblable calcul pour le bec Argand et la teinte violette montre que l'erreur devient 5 fois moindre, si l'on se sert de l'échelle propre à cette lumière au lieu de celle de M. Rollett.

Dans le premier cas, les erreurs que l'on commet dans la détermination des différences de marche d'après les teintes, se réduisent seulement aux erreurs résultant de l'étendue des régions des couleurs et de l'incertitude dans le jugement des teintes. C'est ce que l'on peut affirmer au moins dans les cas où l'on applique ces tables aux corps dont la dispersion de biréfringence est semblable à celle du quartz.

VII. De quelle manière doit-on appliquer l'échelle des teintes construite pour le quartz aux autres corps, en tenant compte de leur dispersion?

1. Supposons que l'on veuille appliquer nos échelles construites pour le quartz à la détermination des différences de marche dans les corps dont la dispersion de biréfringence diffère considérablement de celle du quartz. La différence de marche produite par un tel corps ne peut évidemment être égale à celle du quartz que pour les rayons d'une longueur d'onde déterminée. Il faut donc se demander quelle est la longueur d'onde pour laquelle le quartz et ce corps produisent la même différence de marche quand ils présentent la même couleur d'interférence, ou du moins les teintes les plus semblables, leurs teintes pouvant ne pas être comparables d'une manière exacte. Une réponse à cette question est absolument nécessaire pour la détermination correcte des différences de marche dans d'autres corps, à l'aide de l'échelle construite pour le quartz. En l'appliquant dans ce but d'une manière illégitime, on s'expose

[1]) Ces nombres représentent chez M. Rollett les longueurs d'onde des minima; en tenant compte de la dispersion du quartz, on obtiendrait les différences correspondantes de marche optique pour $\lambda = 550$ μμ égales à 544,4 et à 566,6 μμ, leur moyenne serait donc exactement 555,5.

à des erreurs qui croissent avec la dispersion de ces corps. En employant au contraire l'échelle du quartz à la détermination de l'épaisseur d'une couche d'air, on ne commettra pas d'erreurs surpassant 2%, puisque la dispersion (de biréfringence) du quartz est elle-même encore assez faible.

2. Pour résoudre la question proposée ci-dessus, on pourrait suivre une voie théorique, c'est-à-dire entreprendre un calcul semblable à celui de Lord Rayleigh ou à celui de Lommel (voir VI. 1), mais en tenant compte de la dispersion. Cependant, si l'on ne voulait pas se fier aux résultats ainsi obtenus, il ne resterait qu'à chercher une solution de ce problème par une étude expérimentale semblable à la présente, mais faite sur un corps possédant une grande dispersion de biréfringence.

On pourrait toutefois trouver une certaine indication, au sujet de cette question, dans la circonstance suivante. J'ai observé que chaque teinte d'interférence dans la région du vert jaunâtre est très semblable à la couleur spectrale correspondant aux rayons qui ne souffrent aucun affaiblissement par l'interférence, dans le cas de cette teinte [1]), ou brièvement au lieu du „maximum d'interférence". Ce même fait résulte aussi de nos courbes sur la dernière planche (XXXI). Cette relation paraît très bien s'accorder avec la circonstance que la partie vert jaunâtre est la plus lumineuse dans le spectre. Ainsi, quand en outre un maximum d'interférence se trouve dans cette région, il est clair que cette teinte domine complètement dans la sensation de la couleur composée.

En me basant sur le fait que nous venons de mentionner, je crois pouvoir supposer que si deux corps ayant une dispersion différente, présentent la même teinte dans la région du vert jaunâtre, les maxima d'interférence dans leurs spectres correspondront presque à la même longueur d'onde. La différence de marche produite par ces corps est donc la même pour la longueur d'onde qui correspond à leur maximum commun. Si l'on tourne les nicols dans l'autre position principale, la teinte commune des deux corps passe à la teinte complémentaire, toujours la même pour ces deux corps; les maxima

[1]) C'est-à-dire aux rayons dont la longueur d'onde (λ) satisfait à l'équation $\sin^2\left(\frac{\pi\Delta}{\lambda}\right) = 1$ pour les teintes à origine noire et à $\cos^2\left(\frac{\pi\Delta}{\lambda}\right) = 1$ pour celles à origine blanche (voir I, 2).

deviennent des minima; les différences de marche ne changent pas. La teinte est alors pourpre ou pourpre-violette, le minimum est situé à peu près entre les longueurs d'onde de 520 et 560 $\mu\mu$. On pourrait donc énoncer la règle suivante: si deux corps différents quant à leur dispersion de biréfringence présentent la même teinte (et du même ordre) et si, dans le spectre de cette teinte, soit le minimum soit le maximum est situé à peu près entre 520 et 560 $\mu\mu$, la différence de marche dans ces corps est presque la même pour les rayons qui correspondent, dans leur spectre, au minimum ou bien au maximum qui est aussi presque le même, dans ce cas, pour les deux corps.

Quant aux autres teintes de l'échelle, on parvient en excluant une discontinuité sous ce rapport, à la conclusion suivante: à mesure que les maxima ou les minima en question s'éloignent de l'intervalle central (520—560), la longueur d'onde pour laquelle la différence de marche est la même dans les deux corps (pareillement colorés), ne coïncide plus avec celle des minima mais se déplace vers le centre de l'intervalle mentionné [1]) (c'est-à-dire à peu près 540 $\mu\mu$), au moment où les minima ou les maxima se trouvent aux limites du spectre visible. Ainsi, si la couleur commune des deux corps est dans la région de l'orangé ou du vert-bleu, les longueurs d'onde soit des minima soit des maxima situés alors dans les parties extrêmes du spectre ne sont plus égales. La concordance de ces corps en ce qui concerne la différence de marche, a lieu plutôt dans la partie centrale du spectre.

J'ai aussi essayé de résoudre ce problème par une voie théorique en me basant sur les formules de Lommel mentionnées auparavant (VI, 1). J'ai introduit dans ces formules [2]) une expression approximative où j'ai tenu compte de la dispersion et le problème s'est réduit à celui de la résolution d'équations transcendantes. Après avoir résolu ces équations par une construction graphique, j'ai obtenu un résultat qui s'accordait assez bien avec les conclusions précédentes. Je ne donne pas ici les détails de cette opération pour la raison citée à la fin de l'article (1, VI).

[1]) Il faut bien remarquer que l'intervalle ici indiqué correspond à peu près à la lumière du soleil; il est un peu différent, ainsi que son centre, pour les autres sources lumineuses à peu près blanches et il varie aussi un peu avec l'ordre es couleurs.

[2]) L. c. p. 479.

Le problème en question ne peut donc, il est vrai, être résolu à présent d'une manière définitive. Mais tant qu'on n'aura pas une réponse plus sûre à cette question, c'est-à-dire une réponse fondée sur des recherches spéciales, on pourra se servir de la règle indiquée plus haut dans l'application de l'échelle construite pour le quartz aux corps ayant une grande dispersion. On ne commettra ainsi, il me semble, que des erreurs insignifiantes par comparaison à l'étendue des régions des couleurs et à l'incertitude dans le jugement des teintes.

C'est cette règle dont je me suis servi pour calculer l'échelle des épaisseurs d'une couche d'air (table numérique 7) d'après les échelles construites pour le quartz. Les erreurs dans les résultats obtenus par ce calcul ne peuvent, dans le cas de l'air, surpasser 2%, comme je l'ai déjà mentionné auparavant (VII, 1) et j'espère qu'elles sont réellement beaucoup plus petites si la règle appliquée a quelque valeur.

Qu'il me soit permis d'exprimer ici ma reconnaissance la plus vive à M. le Professeur A. Witkowski, pour les conseils précieux qu'il a bien voulu me donner pendant la durée de ces recherches.

Cracovie, Laboratoire de physique de l'Université.

Explication des tables et des planches.

Faisons remarquer tout d'abord que toutes les indications numériques des tables et des planches ont été données en prenant pour unité de longueur 1 $\mu\mu$ (un millionnième de millimètre).

1. Parmi les tableaux numériques, les six premiers représentent les échelles observées à l'aide du quartz; chaque table correspond à une même et seule espèce de lumière. Tous les nombres placés dans une division horizontale correspondent à une même épaisseur du quartz. Parmi les cinq colonnes verticales la première à gauche contient les longueurs d'onde des minima observés au spectre (pour une épaisseur donnée du quartz) dans le cas des nicols croisés, ce qu'indique le symbole $\lambda_{\mathrm{Min}\times}$. Pareillement la dernière colonne ($\lambda_{\mathrm{Min}\parallel}$) contient les longueurs d'onde des minima observés au spectre dans le cas des nicols parallèles. Dans la colonne verticale ($\Delta_{\lambda_{\mathrm{Min}\times}}$), on trouve les différences de marche (en millionnièmes de millimètre) pour les rayons de la longueur d'onde ($\lambda_{\mathrm{Min}\times}$) qui figure dans la même ligne horizontale.

Il en est de même de la colonne ($\Delta_{\lambda_{Min\parallel}}$) où l'on trouve les différences de marche pour les rayons de la longueur d'onde ($\lambda_{Min\parallel}$) qui figure dans la même ligne horizontale. $\Delta_{\lambda_{Min\times}}$ et $\Delta_{\lambda_{Min\parallel}}$ ont été calculés au moyen de $\lambda_{Min\times}$ et $\lambda_{Min\parallel}$ conformément aux indications données à la fin du chapitre III. Enfin, les nombres qui se trouvent dans la colonne centrale indiquent les différences de marche dans le quartz. pour les rayons d'une longueur d'onde de 550 $\mu\mu$, ce qu'indique le symbole Δ_{550} placé au-dessus de cette colonne. Ces derniers nombres ont été évalués à l'aide d'une construction graphique basée sur les résultats de la graduation elle-même du compensateur. Les épaisseurs du quartz correspondant aux divisions horizontales sont celles qui produisent les teintes aux limites des couleurs.

Les couleurs inscrites à gauche des colonnes numériques sont les couleurs observées dans les nicols croisés, c'est-à-dire à origine noire, celles à droite correspondent aux nicols parallèles.

2. La table numérique 7. fait connaître la correspondance des couleurs d'interférence aux épaisseurs d'une couche d'air éclairée par des rayons incidents normaux[1]). Cette échelle n'est pas le résultat d'observations directes; on l'a construite d'après les considérations du dernier chapitre (VII, 2).

Tous les nombres qui figurent ici représentent donc les épaisseurs d'air. Les nombres qui se trouvent dans une même ligne horizontale se rapportent à la même limite des couleurs. Ils diffèrent entre eux parce qu'ils correspondent aux lumières différentes, ce qu'indiquent les lettres (**L, A, a, s, g, c**) inscrites au-dessus des colonnes verticales. (Pour la signification des lettres voir plus bas).

3. Pour faciliter la comparaison des différentes échelles qui résultent des recherches sur le quartz, on les a représentées à l'aide d'un diagramme qu'on trouve sur les planches XXVIII, XXIX et XXX. La première (XXVIII) contient les différences de marche depuis 200 $\mu\mu$ jusqu'à 700 $\mu\mu$, la seconde (XXIX) celles de 700 à 1200 $\mu\mu$. la troisième celles de 1200 à 1700 $\mu\mu$.

Ainsi, on trouve dans la première planche les couleurs du premier ordre et une partie de celles du second, dans la seconde et la troisième celles du second et du troisième ordre.

[1]) Dans ce cas l'épaisseur d'air est égale, comme on sait, à la demi-différence de marche optique.

Les courbes tracées dans ce diagramme sont les courbes des minima: leurs abscisses représentent les longueurs d'onde (λ) des rayons supprimés au spectre des couleurs en question; leurs ordonnées représentent les différences de marche optique (Δ) dans le quartz pour les rayons d'une longueur d'onde de 550 $\mu\mu$.

Les courbes tracées en trait plein (—) indiquent les longueurs d'onde des minima observés au spectre des couleurs à origine noire ou bien celles des maxima[1]) dans le cas des couleurs à origine blanche. Au contraire les courbes tracées en pointillé (- - -) font connaître les minima au spectre des couleurs à origine blanche, par conséquent les maxima dans le cas de celles à origine noire.

De deux côtés de ce diagramme, on voit six colonnes verticales correspondant aux lumières différentes; les lettres placées au dessus de ces colonnes signifient: L = Lampe Argand à gaz ou lampe électrique à incandescence, A = bec Auer, a = arc électrique, s = neige éclairée par le soleil, g = ciel gris-clair (brouillard), c = ciel serein. Les traits horizontaux qu'on voit dans ces colonnes représentent les limites des couleurs. Prolongés à travers le diagramme, ils indiquent les différences de marche (pour λ = 550 $\mu\mu$) et les positions des minima ou des maxima au spectre qui correspondent aux limites. Les noms des couleurs à inscrire entre les lignes de séparation sont désignés par les lettres suivantes:

b = bleu	*o* = orangé
bv = bleu verdâtre	*or* = orangé rougeâtre
vb = vert bleuâtre	*ch* = couleur chair
v = vert	*r* = rouge clair
vj = vert jaunâtre	*c* = carmin
jv = jaune verdâtre	*p* = pourpre
j = jaune	*f* = violet
br = brun	*i* = indigo

β indique la région correspondant à peu près au „blanc du premier ordre". Ainsi les couleurs marquées dans cette région sont très peu saturées, le blanc dominant tout à fait.

A gauche du diagramme on trouve les couleurs à origine noire, à droite celles à origine blanche.

[1]) C'est-à-dire les longueurs d'onde des rayons qui ne souffrent aucun affaiblissement par l'interférence.

4. On peut enfin présenter les résultats de ces recherches en ne se servant que de courbes, si l'on remplace les dénominations des teintes d'interférence par les longueurs d'onde des couleurs spectrales qui leur ressemblent. C'est ce qu'on trouve sur la dernière planche (XXXI). Les abscisses représentent les différences de marche (Δ) dans le quartz (pour $\lambda = 550$ $\mu\mu$), les ordonnées les longueurs d'onde (λ) des couleurs spectrales dont j'ai indiqué auparavant la correspondance aux couleurs d'interférence (V, 1). Les ourbes qui y sont tracées pour trois sources de lumière seulement, sont désignées par les mêmes lettres qu'auparavant (*L* bec Argand, *s* neige éclairée par le soleil, *c* ciel serein). Les courbes marquées (\ \) indiquent les couleurs à origine noire, les courbes marquées (|| ||) celles à origine blanche.

Il est évident qu'un diagramme de ce genre ne rend compte que partiellement des résultats obtenus, parce que le carmin, le pourpre et le pourpre violet n'existent point dans le spectre. C'est pourquoi l'on ne trouve dans ce diagramme qu'un point simple relatif à un genre de lumière, pour les valeurs des abscisses qui représentent les différences de marche correspondant à la région des couleurs citées tout à l'heure. Par contre, on trouve toujours sur cette planche, pour les autres valeurs des abscisses, deux points relatifs à un genre de lumière, c'est-à-dire les deux couleurs complémentaires. Ce diagramme contient à peu près les couleurs du premier et du second ordre.

(*Voir* les Tables à la p. 340 et aux pages suivantes).

Table N° 1. **Bec Argand (ou lampe électrique à incandescence).**

Ordre	\	$\lambda_{Min\,\backslash}$	$\Delta_{\lambda_{Min}}$	Δ_{550}	$\Delta_{\lambda_{Min\,|}}$	$\lambda_{Min\,||}$	||
I	Le *noir* passe par le „gris de fer" au	—	—	0	—	—	La *couleur de la source lum.* passe directement au
	gris indigo	—	—	60	—	—	
	gris bleu	—	—	80	—	—	blanc jaunâtre
	gris bleu verdâtre	—	—	180	—	—	blanc brunâtre, brun clair
	gris vert bleuâtre plus clair	—	—	200	—	—	
		—	—	210	215	430	orangé rougeâtre
	blanc verdâtre	—	—	230	233.4	466.8	rouge
	blanc (traces de vert jaunâtre)	—	—	246.5	249.1	498.2	
		—	—	254	256	512	carmin foncé
	blanc avec une teinte jaune verdâtre	—	—	271.8	272.2	544.4	pourpre foncé
		—	—	288	286.7	573.4	violet foncé
	jaune clair	—	—	291.7	290	580	
		—	—	298.7	296.3	592.6	indigo
		—	—	309.4	305.7	611.4	bleu
		—	—	315	310.6	621.2	bleu verdâtre
		—	—	337.5	330.4	660.8	
	orangé	—	—	369.8	—	—	vert bleuâtre
	orangé rougeâtre	444	444	13[illegible].5	—	—	
		478.8	478.8	472.5		—	vert
	rouge clair	481	481	474.7	—	—	
		508.1	508.1	504	—	—	vert jaunâtre
	carmin	518.4	518.4	515.4	—	—	
		542.2	542.2	541.4	—	—	
	pourpre	553.9	553.9	554.3	—		jaune verdâtre
		573.8	573.8	576.4	—	—	
II	violet	582.3	582.3	585.8		—	jaune
	indigo	586	586	590	—	—	
	bleu	598.7	598.7	604	—	—	
		604,9	604,9	611	628,5	419	
	bleu verdâtre	610.6	610.6	617.3	633.4	422.3	orangé
		663	663	676.8	689.4	459.6	orangé rougeâtre
	vert bleuâtre	677,4	677,4	693	704.4	469.6	
		—	—	722	730.5	487	rouge clair
	vert	—	—	735	743,1	495.4	
		—	—	761.6	767.5	511,7	
	vert jaunâtre	—	—	780.4	784 7	523.2	carmin
		420,5	841	818	818,8	545.9	
		424,8	849,6	827.4	827,2	551,5	pourpre
	jaune verdâtre	441,8	883,6	863.4	859,6	573,1	
	jaune	445,1	890,2	871,2	866,5	577.7	violet

Suite. Table N° 1.

Ordre	×	$\lambda_{Min\times}$	$\Delta\lambda_{Min\times}$	Δ_{550}	$\Delta\lambda_{Min\parallel}$	$\lambda_{Min\parallel}$	‖
II	jaune	451	902	883.7	877.8	585.2	violet
		456.9	913,8	896,3	888.9	592,6	indigo
	orangé	461.2	922,4	905,6	897.1	598,1	bleu
		471.3	942,6	927,5	916.2	610,8	bleu verdâtre
	orangé rougeâtre	475,2	950.4	936	924,2	616,1	vert bleuâtre
		492.8	985.6	974.3	958	638,7	vert
	rouge clair	517	1034	1027.2	1005	670	vert jaunâtre
		528.3	1056,6	1052,1	1077,5	431	
	carmin	552.3	1104.6	1100	1128	451,2	
	pourpre	556,5	1113	1114,4	1136,3	454,5	
		573.3	1146,6	1151,7	1170.5	468.2	jaune verdâtre
III	violet	579,6	1159,2	1165,7	1183,5	473.4	
		583,3	1166,6	1174	1191	476.4	jaune très pâle
	indigo	587.3	1174.6	1182,8	1199.5	479.8	
	bleu	588.7	1177,4	1185,9	1202,5	481	
		591.5	1183	1192.1	1208.2	483 3	blanc orangeâtre
	bleu verdâtre	598,5	1197	1207.7	1222,5	489	
	vert bleuâtre	599.8	1199,6	1210,8	1225,2	490.1	
		605,4	1210,8	1223.3	1236.5	494.6	orangé rougeât. clair
		609,2	1218,4	1231,9	1244,6	497,8	rouge très clair
	vert	421.6	1264.8				
		639,4	1278,8	1300	1307.5	523	
		442,9	1328.7				
	vert jaunâtre	648.1	1296,2	1320	1325	530	
		448,8	1346,4				carmin clair
		474	1422	1400.7	1398.2	559.3	
		475.4	1426,2	1405.4	1402.5	561	pourpre clair
	jaune verdâtre	489.4	1468.2	1450,7	1443.5	577.4	
	jaune très pâle	493,2	1479.6	1463.1	1451,8	581.9	violet pâle
	couleur chair	494.5	1483,5	1467,8	1458,8	583.5	
					1504.3	429.8	indigo impur grisâtre
		496	1488	1472,5	1465	585.2	
					1508.8	431,1	bleu verdâtre
		500.8	1502,4	1488,1	1477	590,8	
					1523.2	435,2	vert bleuâtre
	rouge très clair	510,4	1531,2	1519,2	1505	602	
					1552.2	443,5	vert
		529.2	1587,6	1581,5	1560,2	624,1	
					1610	460	
		534	1602	1597,1	1574	629,6	vert jaunâtre
	carmin clair				1624.3	464.1	
		562,3	1686,9	1690.6	1457,5	663	
	pourpre très clair				1710,8	488,8	

Table N° 2. **Bec Auer.**

Ordre	×	$\lambda_{Min\times}$	$\Delta\lambda_{Min\times}$	Δ_{500}	$\Delta\lambda_{Min\,\|\|}$	$\lambda_{Min\,\|\|}$	||
I	Le *noir* passe par le „gris de fer“ au	—	—	0	—	—	La *couleur de la source lum.* passe directement au
		—	—	70	—	—	
	gris bleu	—	—	165	—	—	blanc jaunâtre
	gris bleu verdâtre	—	—	190	—	—	blanc brunâtre, brun clair
	gris vert bleuâtre plus clair	—	—	216	220,4	440,8	
		—	—	222	226	452	orangé rougeâtre
	blanc avec une légère teinte verte	—	—	234	237	474	
		—	—	250	252,1	504,2	rouge
	blanc avec une légère teinte vert jaunâtre	—	—	259	260,6	521,2	carmin foncé
		—		261	262,3	524,7	
		—	—	282,5	281,8	563,6	pourpre foncé
	blanc avec une teinte jaune verdâtre assez prononcée	—	—	286,4	285,3	570,6	violet foncé
		—	—	290,4	288,8	577,6	
		—	—	296,7	294,5	589	indigo
	jaune clair	—	—	300	297,4	594,8	bleu
		—	—	303,2	300,2	600,4	
		—	—	347,2	338,9	677,8	bleu verdâtre
	brun	—	—	370	—	—	vert bleuâtre
		—	—	386,7	—	—	
	orangé	463,5	463,5	456	—	—	
	orangé rougeâtre	478,9	478,9	472,6	—	—	
	rouge clair	497,4	497,4	492,5	—	—	vert
II	carmin	511,8	511,8	508,2	—	—	
	pourpre	532,6	532,6	530,7	—	—	
	violet	565,4	565,4	567	—	—	vert jaunâtre
		569,4	569,4	571,6	—	—	
	indigo	579,4	579,4	582,6	—	—	jaune verdâtre
		586,5	586,5	590,6	—	—	
	bleu	589,7	589,7	594,1	—	—	
	bleu verdâtre	599,2	599,2	604,6	—	—	jaune
	vert bleuâtre	649,6	649,6	661,9	675,6	450,4	
		—	—	724,3	733,3	488,9	orangé
	vert	—	-	739,7	747,4	498,3	orangé rougeâtre
		—	—	771	776,1	517,4	rouge clair
		—	—	797	799,8	533,2	carmin
	vert jaunâtre	435	870	849,3	846,7	564,5	pourpre
		437,2	874,4	854	851,3	567,5	violet
	jaune verdâtre	445,1	890,3	871,3	866,6	577,8	
		449,4	898,8	880,6	874,8	583,2	indigo
	jaune	451,9	903,8	885,5	879,3	586,2	bleu

Suite. Table N° 2.

Ordre	×	$\lambda_{Min\times}$	$\Delta_{\lambda_{Min\times}}$	Δ_{500}	$\Delta\lambda_{Min\parallel}$	$\lambda_{Min\parallel}$	‖
II	jaune	455.5	911	894	886.8	591,2	bleu
		471,4	942,8	927,8	916,5	611	bleu verdâtre
	orangé	488,8	977.6	965	949,5	633	vert bleuâtre
	orangé rougeâtre	502,7	1005,4	995,8	977	651,3	vert
	rouge clair	521,2	1042,4	1036,5	1013,1 1063,3	675,4 425.3	
	carmin	536,5	1073	1070	1094.2	437.8	
	pourpre	564,9	1129,8	1133	1153	461.2	vert jaunâtre
III	violet	569,1	1138.2	1142,4	1161,8	464,7	
		577,5	1155	1161	1179.2	471,7	jaune verdâtre
	indigo	583,1	1166,2	1173,5	1190.8	476.3	
	bleu	584,5	1169	1176,5	1193,8	477.5	
		587,4	1174,8	1183	1199.7	479.9	jaune impur très pâle
	bleu verdâtre	594.3	1188.6	1198.3	1213.8	485,5	
	vert bleuâtre	598.5	1197	1207.9	1222.7	489.1	
		599,6	1199.2	1210.4	1224.8	489,9	blanc orangeâtre
	vert	610,6 422,8	1221.2 1268.4	1234,9	1247.5	499	
		646.7 447.9	1293,4 1343,7	1316,7	1322,2	528.9	rouge très clair
		660.5 457.6	1321 1372,8	1347,8	1350.3	540.1	carmin clair
	vert jaunâtre	484,1	1452,3	1433,5	1428.3	571,3	pourpre clair
		700,5 485,6	1401 1456.8	1438,2	1182.3 1474,9	572.9 421,4	violet pâle
	jaune verdâtre	492.1	1476.3	1460	1452 1497.3	580.8 427.8	indigo impur grisâtre
	jaune impur très pâle	493.1	1479.3	1462.8	1454.5 1499,7	581,8 428.5	„bleu“ impur grisâtre
		495,9	1487.7	1472.2	1462.8 1508.5	585.1 431	bleu verdâtre
	couleur chair	499.3	1497,9	1483.5	1474 1519	589.2 434	vert bleuâtre
		500,9	1502,7	1488,4	1477,3 1523.5	590,9 435.3	
	rouge très clair	503,8	1511,4	1498,1	1485.9 1531.9	594,4 437.7	vert
		525.9	1577,7	1570,3	1550,3 1599,8	620,1 457.1	
	carmin clair	537,9	1613,7	1610	1585 1634,5	634 467	vert jaunâtre
	poupre très clair	543,5	1630,5	1628,3	1601,8 1653,1	640,7 472,3	

Table N° 3. **Arc électrique.**

Ordre	×	$\lambda_{Min\times}$	$\Delta_{\lambda_{Min\times}}$	Δ_{550}	$\Delta_{\lambda_{Min\parallel}}$	$\lambda_{Min\parallel}$	$\parallel$
I	Le *noir* passe par le „gris de fer“ au	—	—	0	—	—	La *couleur de la source lum.* passe directement au
	gris indigo	—	—	65	—	—	
	gris bleu	—	—	90	—	—	blanc jaunâtre
	gris bleu verdâtre plus clair	—	—	190	—	—	brun clair
		—	—	221,7	225,7	451,4	orangé rougeâtre
	blanc avec une teinte vert bleuâtre	—	—	226	229,6	459,2	
		—	—	236,4	239,6	479,2	rouge
		—	—	246,4	249	498	carmin foncé
	blanc avec des traces de vert	—	—	252,8	254,8	509,6	pourpre foncé
		—	—	263,9	265	530	
	blanc (vert jaunâtre)	—	—	276,1	276	552	violet foncé
	jaune verdâtre très clair	—	—	286,2	285,1	570,2	indigo
		—	—	299	296,5	593	bleu
	jaune clair	—	—	320,5	315,7	630,4	bleu verdâtre
		—	—	347	338,7	677,4	
	brun	420	420	410	—	—	
	orangé	464,4	464,4	457,1	—	—	vert bleuâtre
		479	479	472,7	—	—	
	orangé rougeâtre	494	494	488,9	—	—	
	rouge clair	502,4	502,4	497,9	—	—	vert
		508,3	508,3	504,3	—		
	carmin	522,4	522,4	519,7	—	—	vert jaunâtre
	pourpre	550,9	550,9	551	—	—	jaune verdâtre
		553,7	553,7	554,1	—	—	
II	violet	569,1	569,1	571,3	—	—	
	indigo	583,1	583,1	586,6	—	—	
	bleu	611,2	611,2	618	634,1	422,7	jaune
	bleu verdâtre	648,9	648,9	661,2	674,8	449,9	orangé
		688,6	688,6	705,5	716,1	477,4	
	vert bleuâtre	—	—	715	724,9	483,3	orangé rougeâtre
		—	—	735	743,1	495,4	
		—	—	758	764,2	509,4	rouge clair
	vert	—	—	762	767,8	511,9	carmin
		—	—	778	782,4	521,6	
		—	—	794,1	797,1	531,4	pourpre
	vert jaunâtre	426,3	852,6	830,4	829,9	553,3	
	jaune verdâtre	427,8	855,6	833,7	832,9	555,3	violet
		438	876	856	853,1	568,7	indigo
		444,5	889	870,1	865,4	577	bleu
	jaune	454,4	908,8	890,3	883,6	588,4	bleu verdâtre

Suite Table N° 3.

Ordre	×	$\lambda_{Min\times}$	$\Delta\lambda_{Min\times}$	Δ_{550}	$\Delta\lambda_{Min\parallel}$	$\lambda_{Min\parallel}$	‖
II	jaune	469,1	938,2	922,8	912,4	608,3	bleu verdâtre
	orangé	475,9	951,8	937,6	925,7	617,1	
	orangé rougeâtre	478,6	957,2	943,5	930,7	620,5	
	rouge clair	500	1000	990	971,3	647,5	vert bleuâtre
	carmin	515,6	1031,2	1024,2	1002,3	668,2	
	pourpre	525,6	1051,2	1046	1071,5	428,6	vert
		527,4	1054,8	1050,1	1075,5	430,2	vert jaunâtre
		550,9	1101,8	1102	1127	450,8	
III	violet	555,1	1110,2	1111,3	1133,3	453,3	jaune verdâtre
	indigo	566,5	1133	1136,3	1156,2	462,5	
	bleu	571,9	1143,8	1148,5	1167,5	467	
	bleu verdâtre	578,9	1157,8	1164,1	1182	472,8	jaune impur très pâle
		596,1	1192,2	1202,4	1217,8	487,1	
	vert bleuâtre	609	1218	1231,6	1244,3	497,7	couleur chair
		421,5	1264,5				
	vert	630,3	1260,6	1279,3	1288	515,2	rouge très clair
		436,3	1308,9				
		637,1	1274,2	1294,9	1302,5	521	
		441,1	1323,3				carmin clair
		644,6	1289,2	1312	1317,8	527,1	
		446,5	1339,5				
		649,9	1299,8	1324	1328,5	531,4	pourpre clair
	vert jaunâtre	450	1350				
	jaune verdâtre	673	1346	1375,9	1375,8	550,3	
		466,2	1398,6				
		675,5	1351	1381	1380,3	552,1	
		467,8	1403,4				violet pâle
		476,9	1430,7	1410,1	1406,8	562,7	
	jaune imp. très pâle	481,8	1445,4	1426	1421,3	568,5	indigo grisâtre
		487,4	1462,2	1444,2	1437,5	575	„bleu“ grisâtre
	couleur chair	492,8	1478,4	1462,1	1454	581,6	bleu verdâtre
		494,9	1484,7	1469	1459,9	584	vert bleuâtre
					1505,5	430,1	
	rouge très clair	514,4	1543,2	1532,3	1516,5	606,6	
					1563,1	446,9	
	carmin clair	520,5	1562	1553,1	1535	614	vert
					1584,1	452,6	
		532,6	1597,8	1592,5	1570,1	628	
					1620,3	462,9	
	pourpre très clair	533,3	1599,9	1595	1572	628,8	
					1622,3	463,5	vert jaunâtre
	violet pâle grisâtre	557,9	1673,1	1676	1644,7	657,9	
					1697	484,9	jaune verdâtre

Table N° 4. **Neige éclairée par le Soleil.**

Ordre	×	λ_{Min}	$\Delta_{\lambda_{Min}}$	Δ_{550}	$\Delta_{\lambda_{Min}}$	λ_{Min}	‖
I	Le *noir* passe par le „gris de fer“ au	—	—	0	—	—	La *couleur de la source lum.* passe directement au
	gris indigo	—	—	65	—	—	
	gris bleu	—	—	90	—	—	blanc jaunâtre
	gris bleu verdâtre plus clair	—	—	190	—	—	brun clair
		—	—	222	226	452	
	blanc avec une teinte vert bleuâtre	—	—	226,6	230,2	460,4	orangé rougeâtre
		—	—	237	240,2	480,4	rouge
	blanc avec des traces de vert	—	—	246,3	248,9	497,8	carmin foncé
		—	—	253,7	255,7	511,4	pourpre foncé
	blanc (vert jaunâtre)	—	—	262,9	264	528	
		—	—	272	272,4	544,8	
	jaune verdâtre très clair	—	—	273,4	273,6	547,2	violet foncé
		—	—	286	284,9	569,8	indigo
	jaune clair	—	—	300,8	298	596	bleu
		—	—	325,7	320,1	640,2	bleu verdâtre
	brun	—	—	351,9	—	—	
		422	422	411,5	—	—	
	orangé	462,3	462,3	454,6	—	—	vert bleuâtre
	orangé rougeâtre	479,3	479,3	473	—	—	
		494,2	494,2	489,1	—	—	
	rouge clair	505,3	505,3	501	—	—	vert
	carmin	508,1	508,1	504,1	—	—	
		518,6	518,6	515,6	—	—	
	pourpre	525,4	525,4	522,9	—	—	vert jaunâtre
		551,1	551,1	551,2	—	—	
II	violet	568,8	568,8	571	—	—	jaune verdâtre
	indigo	582,7	582,7	586,2	—	—	
	bleu	616,2	616,2	623,7	639,6	426,4	jaune
	bleu verdâtre	649,2	649,2	661,5	675,1	450,1	
		688,3	688,3	705,2	715,8	477,2	orangé
	vert bleuâtre	—	—	714,6	724,5	483	orangé rougeâtre
		—	—	735,1	743,1	495,4	rouge clair
		—	—	761,8	767,7	511,8	carmin
	vert	—	—	777,3	781,8	521,2	pourpre
	vert jaunâtre	—	—	796	798,7	532,8	
		425	850	827,7	827,5	551,7	violet
	jaune verdâtre	437,2	874,4	854	851,3	567,5	indigo
		443,6	887,2	868,1	863,7	575,8	bleu
	jaune	454,6	909,2	892	884,8	589,9	bleu verdâtre
	orangé	469,2	938,4	923	912,6	608,4	

Suite. Table N° 4.

Ordre	×	λ_{Min}	$\Delta\lambda_{Min}$	Δ_{550}	$\Delta\lambda_{Min\,\|\|}$	$\lambda_{Min\,\|\|}$	||
II	orangé	475	950	935,7	923,9	615,9	bleu verdâtre
	orangé rougeâtre	480,5	961	947,5	934,2	622,8	
	rouge clair	500,1	1000,2	990,2	971,4	647,6	vert bleuâtre
		516,8	1033,6	1026,8	1004,7 1054	669,8 421,6	
	carmin	524	1048	1042,7	1018,8 1068,8	679,2 427,5	vert
	pourpre	528,2	1056,4	1051,9	1077,3	430,9	vert jaunâtre
III	violet	552,2	1104,4	1104,8	1129,3	451,7	jaune verdâtre
	indigo	566,4	1132,8	1136,1	1156	462,4	
	bleu	573,2	1146,4	1151,5	1170,3	468,1	jaune impur très pâle
	bleu verdâtre	579,6	1159,2	1165,7	1183,5	473,4	
		595,6	1191,2	1201,4	1216,8	486,7	couleur chair
	vert bleuâtre	609,1 421,5	1218,2 1264,5	1231,7	1244,4	497,7	
		632,9 438,2	1265,8 1314,6	1285,5	1294	5 7,6	rouge très clair
	vert	635,7 440,2	1271,4 1320,6	1291,7	1299,3	519,7	carmin clair
		642,6 445	1285,2 1335	1307,3	1313,7	525,5	
	vert jaunâtre	651,3 450,9	1302,6 1352,7	1326,7	1331	532,4	pourpre clair
	jaune verdâtre	674,5 467,2	1349 1401,6	1379	1378,5	551,4	violet pâle
		477,8	1433,4	1413,2	1409,8	563,9	indigo grisâtre
	jaune imp. très pâle	481,7	1445,1	1425,7	1421	568,4	„bleu" grisâtre
		486,6	1459,8	1441,3	1435 1478,4	574 422,4	bleu verdâtre
	couleur chair	492,1	1476,3	1460	1452 1497,3	580,8 427,8	
		494,6	1483,8	1468,1	1459 1504,6	583,6 429,9	vert bleuâtre
	rouge très clair	515,1	1545,3	1534,8	1519 1565,6	607,6 447,6	
	carmin clair	519,5	1559	1550	1532,3 1581,3	612,9 451,8	vert
		532,1	1596,3	1590,9	1568,5 1618,7	627,4 462,5	
	pourpre très clair	533,9	1601,7	1596,8	1573,7 1624	629,5 464	vert jaunâtre
	violet pâle grisâtre	557,6	1672,8	1675,1	1643,8 1696,1	657,5 484,6	jaune verdâtre

Table N° 5. **Ciel gris-clair (brouillard).**

Ordre	\	λ_{Min}	$\Delta\lambda_{Min}$	Δ_{550}	$\Delta\lambda_{Min}$	λ_{Min}	||
I	Le *noir* passe par le „gris de fer" au	—	—	0	—	—	La *couleur de la source lum.* passe par le blanc au
	gris indigo	—	—	50	—	—	
		—	—	110	—	—	blanc jaunâtre
	gris bleu	—	—	160	—	—	
		—	—	222,2	226,2	452,4	blanc brunâtre, brun
	blanc avec une teinte bleu verdâtre	—	—	226,4	230	460	
		—	—	236,8	240	480	orangé rougeâtre
	blanc avec des traces de vert bleuâtre	—	—	245	247,7	495,4	rouge
		—	—	250.2	252.2	504,4	carmin foncé
	blanc (teinte verte	—	—	252,8	254.8	509,6	pourpre foncé
		—		263.7	264,8	529.5	
	blanc avec une teinte vert jaunâtre	—	—	268.6	269,3	538.6	
		—		277,3	277.1	554,2	violet foncé
	jaune verdâtre très clair	—	—	282,1	281,4	562,8	
		—	-	326.7	321	642	indigo
	jaune clair	—	—	347,5	339.2	678,4	
		—	—	366	—	—	bleu
	brun	—	—	406	—	—	
	orangé	444.2	444.2	435.7	—	—	bleu verdâtre
	orangé rougeâtre	479.2	479.2	472,9	—	—	
	rouge clair	493 7	493.7	488.5	-	-	
	carmin	504.4	504.4	500	—	—	vert bleuâtre
		511.9	511,9	508.3	—	—	
	pourpre	518,2	518.2	515.2	—	—	
		532,9	532,9	531	—	—	vert
		542.6	542,6	541.8	—	—	vert jaunâtre
II	violet	554.4	554.4	554.9	—	—	
	indigo	561.7	561,7	563	—	—	jaune verdâtre
		593.5	593.5	598.3		—	
	bleu	610.3	610.3	617	633.1	422.1	
		663.3	663.3	677.1	689.6	459,7	jaune
	bleu verdâtre	—	—	720	729	486	orangé
			—	735.3	743.3	495.5	orangé rougeâtre
	vert bleuâtre	—	—	758	764.2	509,5	rouge clair
		—	—	767.9	773,2	515,5	carmin
	vert	—	—	777.5	782,1	521.4	pourpre
		—	—	808.6	810.3	540.2	
	vert jaunâtre	420.5	841	817,8	818.6	545.7	
		429,1	858.2	836,6	835.5	557	violet
	jaune verdâtre	433,5	867	846	844	562.6	
							indigo

Suite.

Table N° 5.

Ordre	×	λ_{Min}	$\Delta_{\lambda_{Min}}$	Δ_{550}	$\Delta_{\lambda_{Min}}$	λ_{Min}	‖
II	jaune verdâtre	449.3	898.6	880,4	874.6	583,1	indigo
		451	902	883,7	877.8	585,2	bleu
	jaune	469.1	938.2	922.8	912.4	608.3	
		475.3	950.6	936.3	924.5	616.3	bleu verdâtre
	orange	478.2	956.4	942,8	930	620	
	orangé rougeâtre	501.1	1002.2	992.4	974	649	
	rouge clair	513.6	1027.2	1020	999	666	vert bleuâtre
	carmin	519.1	1038,2	1031,8	1008,9	672.6	
	pourpre	521.3	1042,6	1036,7	1063,5	425.4	vert
		539.6	1079.2	1077	1101	440.4	
		548,2	1096.4	1096	1119	447.6	vert jaunâtre
III	violet	556.6	1113.2	1114.6	1136.5	454.6	
		561.8	1123,6	1126	1146.5	458.6	jaune verdâtre
	indigo	576.3	1152.6	1158	1176,8	470,7	
	bleu	588.8	1177.6	1186,1	1202,7	481.1	jaune impur très pâle
	bleu verdâtre	596.3	1192.6	1202,8	1217.8	487.1	
		599.7	1199.4	1210,6	1225	490	couleur chair
	vert bleuâtre	609.2	1218.4	1231.9	1244,6	497.8	
		632.9	1265.8	1285.5	1294	517.6	rouge très clair
		639,2	1278.4	1299,7	1307,2	522.9	carmin clair
	vert	442,8	1328.4				
		462.4	1387.2	1363,4	1364.5	545.8	pourpre clair
	vert jaunâtre	465.6	1396 8	1373,9	1374	549.6	
		474	1422	1400.7	1398.2	559.3	violet pâle
	jaune verdâtre	475.5	1426.5	1405,7	1402.8	561.1	
		483,2	1449.6	1430.3	1425.2	570.1	indigo grisâtre
	jaune imp. très pâle	487.5	1462.5	1444.4	1437,8	575.1	„bleu“ grisâtre
	couleur chair	494.7	1484,1	1468.4	1459.4	583.7	bleu verdâtre
	rouge très clair	500.9	1502,7	1488,4	1477.3 1523.5	590.9 435.3	
		516.5	1549.5	1539.8	1523.2 1570.2	609.3 448.8	vert bleuâtre
	carmin clair	529.2	1587.6	1581.5	1560.2 1610	624.1 460	
	pourpre très clair	537.9	1613,7	1610	1585 1634.5	634 467	vert
		553,8	1661.4	1662,6	1632,5 1684.9	653 481.4	vert jaunâtre
	violet pâle grisâtre	562.4	1687,2	1690,9	1457.8 1711,1	663.1 488.9	
	indigo impur grisâtre	563.8	1691,4	1695,6	1661,3 1715,3	664.5 490,1	jaune verdâtre

Table N° 6. **Ciel serein.**

Ordre	\	$\lambda_{Min\times}$	$\Delta_{\lambda_{Min\times}}$	Δ_{550}	$\Delta_{\lambda_{Min\,\|\|}}$	$\lambda_{Min\,\|\|}$	||
I	Le *noir* passe par le «gris de fer» au	—	—	0	—	—	La *couleur de la source lum.* passe par le blanc au
	gris indigo	—	—	40	—	—	
	gris bleu	—	—	130	—	—	blanc jaunâtre
		—	—	150	—	—	brun
	blanc avec une teinte bleu verdâtre	—	—	230,2	233,6	467,2	orangé rougeâtre
		—	—	237,3	240,5	481	rouge
	blanc avec des traces de vert bleuâtre	—	—	243,8	246,7	493,3	carmin foncé
		—	—	246,2	248,8	497,6	pourpre foncé
	blanc (teinte verte)	—	—	256,5	258,2	516,4	violet foncé
	blanc avec une teinte vert jaunâtre	—	—	263,4	264,5	529	indigo
		—	—	277	276,8	553,6	
	jaune verdâtre clair	—	—	281,9	281,2	562,4	
	jaune clair	—	—	347,3	339,5	679	
		—	—	360,5	—	—	bleu
	brun	—	—	378,7	—	—	
	orangé	464,8	464,8	457,1	—	—	bleu verdâtre
	orangé rougeâtre	479,4	479,4	473,1	—	—	
	rouge clair	493,9	493,9	488,8	—	—	
	carmin	500,9	500,9	496,3	—	—	vert bleuâtre
	pourpre	505,3	505,3	501	—	—	
		522,7	522,7	520	—	—	vert
II	violet	536,9	536,9	535,6	—	—	vert jaunâtre
	indigo	556,9	556,9	557,6	—	—	
		558,3	558,3	559,1	—	—	jaune verdâtre
	bleu	610,8	610,8	617,5	633,6	422,4	
		621,9	621,9	630	645	430	jaune
	bleu verdâtre	677,1	677,1	692,7	704,1	469,4	orangé
		—	—	724	733,1	488,7	orangé rougeâtre
		—	—	735,5	743,5	495,7	rouge clair
		—	—	755,3	761,8	507,9	carmin
	vert bleuâtre	—	—	761,4	767,3	511,6	pourpre
		—	—	780,7	785	523,3	
	vert	417,7	835,4	811,7	813,1	542,1	violet
	vert jaunâtre	429,2	858,4	836,8	835,7	557,1	indigo
		433,6	867,2	846,2	844,2	562,7	
	jaune verdâtre	451,8	903,6	885,3	879,1	586,1	bleu
		454,3	908,6	890	883,3	588,2	
	jaune	478,4	956,8	943,1	930,5	620,3	bleu verdâtre
	orangé	480,7	961,4	947,8	934,5	623	
	orangé rougeâtre	502,8	1005,6	996,1	977,3	651,5	
	rouge clair						

Suite. Table N° 6.

Ordre	×	$\lambda_{Min\times}$	$\Delta_{\lambda_{Min\times}}$	Δ_{500}	$\Delta_{\lambda_{Min\parallel}}$	$\lambda_{Min\parallel}$	‖
II	rouge clair	511,9	1023,8	1016	995,1	663,4	bleu verdâtre
	carmin	516,9	1033,8	1027	1054,2	421,7	vert bleuâtre
	pourpre	528,4	1056,8	1052,3	1077,8	431,1	vert
III		544,6	1089,2	1088	1111,3	444,5	
	violet	556,4	1112,8	1114,2	1136	454,4	vert jaunâtre
	indigo	560,7	1121,4	1123,7	1144,5	457,8	
		577,7	1155,4	1161,4	1179,7	471,9	jaune verdâtre
	bleu	579,8	1159,6	1166,1	1184	473,6	
		591,5	1183	1192,1	1208,2	483,3	jaune impur très pâle
	bleu verdâtre	596,4	1192,8	1203	1218	487,2	
		605,5	1211	1223,5	1236,7	494,7	couleur chair
	vert bleuâtre	609,3 421,7	1218,6 1265,1	1232,1	1244,8	497,9	
		630,3 436,3	1260,6 1308,9	1279,3	1288	515,2	rouge très clair
		635,5 440,1	1271 1320,3	1291,4	1299	519,6	carmin clair
		644,4 446,4	1288,8 1339,2	1311,6	1317,3	526,9	pourpre clair
	vert	668,7 463,3	1137,4 1389,9	1366,5	1367,3	546,9	
	vert jaunâtre	473,9	1421,7	1400,4	1397,9	559,2	violet pâle
	jaune verdâtre	475,3	1425,9	1405,1	1402,3	560,9	indigo pâle
	jaune imp. très pâle	484,2	1452,6	1433,8	1428,6	571,4	
		487,6	1462,8	1444,6	1438	575,2	„bleu“ pâle
	couleur chair	489,5	1468,5	1451	1443,8 1487,9	577,5 425,1	
		494,8	1484,4	1468,7	1459,5 1505,2	583,8 431	bleu verdâtre
	rouge très clair	505,6	1516,8	1503,6	1490,8 1537,9	596,3 439,4	
		515,2	1545,6	1535	1519,2 1565,9	607,7 447,7	vert bleuâtre
	carmin clair	519,6	1559,3	1550,3	1532,6 1581,6	613 451,9	
		525,8	1577,6	1570	1550,5 1599,5	620,2 457	vert
	pourpre très clair	543,6	1630,8	1628,6	1602,1 1653,4	640,8 472,4	
		552,9	1658,7	1659,5	1629,8 1682,1	651,9 480,6	vert jaunâtre
	violet pâle grisâtre	562,5	1687,5	1691,2	1658 1711,4	663,2 489	
	indigo impur grisât.						jaune verdâtre

Table N° 7. **Épaisseurs**

Ordre	Couleurs dans la lumière réfléchie	L	A	a	s	g	c
I	Le *noir* passe par le „gris de fer“ au	0	0	0	0	0	0
	gris indigo	30	35	32	32	25	20
	gris bleu	40	35	45	45	55	65
	blanc avec bleu verdâtre	90	82	95	95	111	115
	blanc avec vert bleuâtre	100	95	113	113	119	122
	blanc avec vert	115	111	123	123	127	129
	blanc avec vert jaunâtre	124	130	132	132	132	132
	blanc avec jaune verdâtre	136	143	138	136	139	141
	jaune clair	145	150	150	150	164	174
	brun	169	185	174	176	183	190
	orangé	169	193	205	206	218	229
	orangé rougeâtre	218	237	237	237	237	237
	rouge clair	238	247	245	245	245	245
	carmin	259	255	253	253	251	249
	pourpre	271	266	261	259	255	252
II	violet	287	283	277	276	271	269
	indigo	294	290	285	285	281	279
	bleu	301	294	293	293	299	309
	bleu verdâtre	305	302	309	312	340	348
	vert bleuâtre	339	331	353	353	369	380
	vert	368	363	380	382	391	393
	vert jaunâtre	382	400	398	399	405	407
	jaune verdâtre	414	426	415	414	418	423
	jaune	434	442	434	433	442	446
	orangé	447	464	462	462	469	473
	orangé rougeâtre	464	483	469	469	472	475
	rouge clair	488	499	497	497	498	500
	carmin	528	521	515	516	513	512
	pourpre	552	536	525	524	519	517
III	violet	574	565	555	552	548	545
	indigo	585	579	567	567	562	557
	bleu	590	585	574	575	579	581
	bleu verdâtre	596	590	581	582	594	598
	vert bleuâtre	604	599	602	602	607	614
	vert	616	605	643	646	654	659
	vert jaunâtre	654	675	664	665	682	684
	jaune verdâtre	701	717	688	689	699	703
	jaune impur très pâle	723	730	712	712	715	718
	couleur chair	730	736	721	720	723	724
	rouge très clair	735	744	735	734	736	738
	carmin clair	801	789	781	779	774	773
	pourpre très clair	844	815	799	798	794	789

de couches d'air (en $\mu\mu$). Table N° 7.

Ordre	Couleurs dans la lumière transmise	L	A	a	s	g	c
I	La *couleur de la source lumin.* passe au	0	0	0	0	0	0
	blanc jaunâtre	40	35	45	45	55	65
	brun	90	82	95	95	80	75
	orangé rougeâtre	105	108	111	111	113	115
	rouge	115	117	118	118	119	119
	carmin foncé	128	125	123	123	123	122
	pourpre foncé	136	131	127	127	125	123
	violet foncé	144	141	138	137	135	132
	indigo	149	145	143	143	141	139
	bleu	154	148	150	150	174	181
	bleu verdâtre	157	151	160	163	203	229
	vert bleuâtre	185	174	229	228	245	249
	vert	237	228	250	252	259	261
	vert jaunâtre	253	266	261	263	266	269
II	jaune verdâtre	277	285	275	276	277	280
	jaune	292	296	293	293	309	316
	orangé	309	331	331	331	340	348
	orangé rougeâtre	347	363	358	358	361	363
	rouge clair	361	371	368	369	369	369
	carmin	392	388	382	383	381	380
	pourpre	409	400	391	391	386	383
	violet	430	423	416	414	409	407
	indigo	441	435	427	426	423	419
	bleu	447	439	434	433	440	444
	bleu verdâtre	452	446	445	446	462	473
	vert bleuâtre	468	464	473	474	498	512
	vert	488	483	515	516	521	528
	vert jaunâtre	516	536	527	528	540	545
III	jaune verdâtre	557	569	551	552	557	562
	jaune impur très pâle	582	587	574	575	579	584
	couleur chair	592	604	602	602	603	604
	rouge très clair	612	618	618	617	618	619
	carmin clair	663	661	651	650	647	644
	pourpre clair	649	675	659	657	654	650
	violet pâle	723	715	690	689	687	684
	indigo grisâtre	732	729	704	705	702	700
	„bleu" grisâtre	735	730	712	712	715	718
	bleu verdâtre	735	736	721	720	723	728
	vert bleuâtre	744	742	732	731	747	756
	vert	761	752	771	772	794	780
	vert jaunâtre	794	807	800	801	807	815

39. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

S. Kępiński. O całkach rozwiązań równań różniczkowych, rzędu drugiego, z sobą sprzężonych. *(Sur l'intégration des solutions d'équations différentielles linéaires auto-conjuguées du deuxième Ordre),* 8-o, p. 27.

S. Krzemieniewski. Wpływ soli mineralnych na przebieg oddychania kiełkujących roślin. *(L'influence des sels minéraux sur la respiration des graines pendant les différentes périodes de leur germination),* 8-o, p. 41.

Wł. Szajnocha. O pochodzeniu oleju skalnego w Wójczy w Królestwie Polskiem. *(Sur l'origine du pétrole à Wójcza [Royaume de Pologne]),* 8-o, p. 11.

J. Trzebiński. Wpływ podrażnień na wzrost pleśni Phycomyces nitens. *(Influence des excitants sur la croissance du Phycomyces nitens),* 8-o, p. 40.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcyą
Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Władysława Natansona.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

12 Czerwca 1902.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE

1873—1900

Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXIII (vol. I épuisé). — 258 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XLII, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 276 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 41 livr. 51 k. 80 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI, XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 41 vol. (319 planches). — 376 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 35 volumes (III. VI — XXXIII, 67 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 274 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 12 livraisons (64 planches) (à suivre). — 114 k. 80 h.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—V, (44 planches, 10 cartes et 106 gravures). — 32 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *Les populations riveraines de la Raba en Galicie*), in 8-vo, 1894. — 8 k. **Górski K.**, »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo. 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. **Balzer O.**, »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. **Finkel L.**, »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. **Dickstein S.**, »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. **Federowski M.**, »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo, vol. I—II. 1897. 13. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 33 k. 60 h.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

N° 6. JUIN 1902.

15,250

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemand ou en latin, des travaux présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction de M. Ladislas Natanson,
Membre délégué de la Classe des Sciences mathématiques et naturelles.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

UG 9 1902

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 6. **Juin** **1902.**

Sommaire: 40. SÉANCE PUBLIQUE ANNUELLE DU 14 MAI 1902.
41. M. MICHEL SIEDLECKI. L'Herpetophrya astoma n. g. n. sp., infusoire parasite des Polymnies.
42. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

40. SÉANCE PUBLIQUE ANNUELLE DU 14 MAI 1902.

S. E M. Julien Dunajewski, Vice-Protecteur de l'Académie, ouvre la séance au nom de Son Altesse Impériale et Royale, le Protecteur.

Le Président de l'Académie comte Stanislas Tarnowski, prononce l'allocution d'usage.

Le Secrétaire général, M. Stanislas Smolka, rend compte des travaux de l'Académie pendant l'année qui vient de s'écouler et annonce que, dans la séance générale du 13 mai, ont été élus:

I. dans la Classe de Philologie, membres titulaires: MM. Pierre Chmielowski, Maximilien Kawczyński Jean Kvičala, Léon Sternbach;

Membres correspondants: MM. Gustave Bauch, Jean Czubek, Bronislas Kruczkiewicz, le comte Georges Mycielski, Maryan Zdziechowski.

II. dans la Classe d'Histoire et de Philosophie, membres titulaires: MM. Ladislas Abraham, Alexandre Jabłonowski, Thadée Korzon, Théodore Wierzbowski;

Membres correspondants: MM. Jaromir Čelakovsky, Victor Czermak, Nicolas Karieieff, Stanislas Krzyżanowski, Charles Potkański.

III. dans la Classe des Sciences mathématiques et naturelles, membres titulaires: MM. Thadée Browicz, Casimir Kostanecki;

Membres correspondants: MM. Pierre Curie, Henri Hoyer fils, Jean Kowalczyk, Joseph Morozewicz.

Les élections de MM. Bauch, Curie, Karieieff, Kowalczyk, Morozewicz, Wierzbowski et Zdziechowski, sujets étrangers, seront soumises à l'approbation de Sa Majesté Impériale.

M. Ladislas Natanson, membre de la Classe des Sciences mathématiques et naturelles, fait ensuite la conférence d'usage; il traite le sujet suivant: *Inertie et Coercition, deux notions fondamentales de la Philosophie Naturelle.*

Enfin, le Secrétaire général proclame les noms des lauréats de l'Académie.

Le Prix Barczewski destiné à récompenser l'ouvrage d'Histoire le plus méritant, est décerné à M. Thadée Wojciechowski pour son ouvrage *„La Cathédrale de Wawel"*.

Le Prix Barczewski destiné à récompenser l'oeuvre de peinture la plus remarquable, est attribué à M. Ferdinand Ruszczyc pour son tableau *„Paysage printanier"*.

Séance du lundi 2 Juin 1902.

Présidence de M. E. GODLEWSKI.

41. M. MICHEL SIEDLECKI. **Herpetophrya astoma n. g. n. sp., wymoczek pasożytny z Polymnia nebulosa.** ***(L'Herpetophrya astoma n. g. n. sp., infusoire parasite des Polymnies).*** Mémoire présenté par M. H. Hoyer fils m. c.

(Planche XXXII.)

En disséquant plusieurs Polymnies provenant du golfe de Trieste, nous avons rencontré dans le liquide de la cavité du corps un infusoire cilié dont les mouvements bizarres ont attiré notre attention. Une étude plus minutieuse a montré qu'il s'agit d'une espèce et d'un genre nouveaux d'infusoires ciliés de l'ordre des Holotriches; nous l'appelons Herpetophrya astoma nobis.

Nous avons trouvé cet infusoire dans la cavité du corps des Polymnies; en serrant fortement le corps de ce ver avec une pince fine, on provoque une autotomie des parties postérieures du corps. Un morceau ainsi détaché a été placé et tourné en tous sens sur une feuille de papier buvard afin d'enlever de la surface l'eau et avec elle les infusoires qui peuvent s'y trouver. Ensuite nous avons placé le morceau sur une lame porte-objet et nous l'avons déchiré

avec deux pinces très fines. Le liquide sortant, dans lequel se trouvaient les infusoires, a été couvert d'une lamelle s'il s'agissait de recherches sur les animaux vivants, ou bien il a été étalé sur une lamelle et fixé dans du sublimé à la manière des frottis préparés pour l'étude des Coccidies et que nous avons déjà décrits ailleurs[1]). Pour nous assurer que ce parasite se trouve bien dans la cavité du corps, nous avons extrait directement quelques gouttes de liquide en plongeant une fine pipette sous la peau d'une Polymnia; dans ce liquide, nous avons aussi trouvé des infusoires parasites.

L'Herpetophrya astoma est une cellule ovale allongée; sa partie antérieure est légèrement pointue et étirée en un prolongement ayant la forme d'un petit bec (fig. 1—4); la partie postérieure est arrondie. Le corps entier est revêtu d'une mince membrane ou pellicule, peu visible sur l'animal vivant mais ressortant très clairement sous l'action des liquides fixateurs qui produisent la contraction du protoplasme (fig. 4). La pellicule est sur tout le corps d'une épaisseur uniforme, excepté à la partie antérieure, bec compris, où elle devient plus mince. Elle est très transparente et adhère très fortement au corps protoplasmique de la cellule; très élastique, elle peut s'étirer et s'élargir suivant les mouvements de l'infusoire. Sur la pellicule, on distingue très nettement les sillons où se trouvent les points d'insertion des cils vibratiles. Ils se présentent sous forme de lignes claires entourant le corps de l'animal dans le sens de la longueur (fig. 2); ces lignes sont moins distinctes sur la partie antérieure du corps que sur la partie postérieure.

Les cils vibratiles, répandus uniformément sur tout le corps de l'Herpetophrya, sont très nettement visibles. Placés à des intervalles égaux dans les sillons, ils sont beaucoup plus longs sur la partie antérieure du corps que sur la partie postérieure; le petit bec n'est pas cilié. Tous les cils sont très fins, très transparents et pourvus d'une grande force motrice; ils sont en relation avec la couche superficielle du protoplasme.

L'ectoplasme est très distinct chez l'Herpetophrya. Sur un animal vivant, mais légèrement comprimé (fig. 1.) l'ectoplasme se présente sous l'aspect d'une bande claire et très transparente; il forme une couche d'épaisseur uniforme. La partie antérieure et le petit bec sont remplis par l'ectoplasme et à cause de cela plus trans-

[1]) M. Siedlecki, Annales de l'Institut Pasteur, XII.

parents que le reste du corps. Cette couche entière (excepté le bec) présente des stries perpendiculaires à sa surface; ces stries sont formées de petits granules très fins, assez fortement réfringents (fig. 1). Elles se trouvent à la surface même du corps et souvent semblent être en connexion avec les cils vibratiles. La structure granuleuse de ces stries ne nous permet pas de penser que ce soient seulement les parois des alvéoles allongées qui forment la marge du protoplasme (Alveolarsaum de Bütschli). Nous croyons plutôt qu'elles représentent une structure ressemblant à celle décrite dans des cellules épithéliales à cils vibratiles (Engelmann); le fait est d'autant plus probable, que dans les parties du corps où les cils manquent, c'est à-dire dans la partie apicale et dans le bec, les stries manquent aussi dans l'ectoplasme. Les stries sembleraient donc être en rapport avec l'appareil moteur de l'animal, peut être aussi sont-ils „an index of the physical conditions of the protoplasm" comme le croit Calkins (The Protozoa, N. York 1901).

Il nous a été impossible de distinguer les myoïdes dans l'ectoplasme; et pourtant il nous semble que les mouvements métaboliques du corps de l'infusoire, mouvements dont nous parlerons plus loin, sont dus à la contractilité de cette couche.

Sur les préparations, l'ectoplasme est toujours très contracté et est visible seulement sous la forme d'une ligne claire au dessous de la pellicule.

Les limites entre la couche superficielle du protoplasme et l'endoplasme sont bien marquées. Ce dernier est un peu plus foncé que l'ectoplasme et est formé d'une substance liquide contenant des granules extrêmement fins; il est très transparent et il est difficile d'observer nettement sa structure. Si on écrase une Herpetophrya, on voit sortir de l'intérieur des gouttes d'endoplasme très liquides et hyalines, qui semblent ne pas avoir une structure bien définie. Ce n'est qu'en éclairant ces préparations obliquement qu'on peut reconnaître dans leur intérieur de fines granulations. Nous n'avons jamais observé une structure alvéolaire nettement prononcée dans cette partie du corps de l'Herpetophrya. Sur des préparations colorées avec l'hématoxyline, l'endoplasme prend le colorant assez fortement et il se montre très nettement granulé.

Dans l'endoplasme, on voit de petits grains jaunâtres, fortement réfringents, souvent rangés en courts cordons. Ces grains sont

de grandeurs différentes; il semble que plusieurs d'entre eux peuvent se confondre pour en former un plus grand. A côté de ces grains, on remarque de petites vacuoles qui sont remplies d'un liquide jaunâtre; enfin on voit de grandes gouttes de liquide, très réfringentes et d'une couleur pâle, jaune-verdâtre. Il est très probable que les gouttes se forment des petites vacuoles et celles-ci des petits grains jaunâtres. Les grandes gouttes sont de tailles différentes et se trouvent dans un infusoire en nombre variable. Si elles ne sont pas nombreuses, elles se trouvent surtout dans la partie postérieure du corps, mais si elles sont très abondantes, elles peuvent remplir complètement l'endoplasme (fig. 3). Dans les grandes vacuoles, on ne distingue jamais trace d'un corps solide; elles sont formées d'un liquide ressemblant à celui qui remplit la cavité du corps des Polymnies; leur couleur est la même que celle du sang de ces annélides, vu en toutes petites gouttes. Le liquide des vacuoles est soluble dans l'alcool; sur les préparations, on les voit comme des espaces vides dans l'endoplasme.

La bouche ainsi que le péristome n'existent pas chez l'Herpetophrya astoma.

Dans le corps de l'Herpetophrya, il nous a été impossible de distinguer une vacuole contractile. Nous avons étudié plusieurs spécimens de cet animal, nageant, immobilisés ou bien légèrement comprimés, mais nous n'avons jamais vu ni une vacuole contractile, ni les canaux excréteurs.

Le Macronucleus de l'Herpetophrya est situé au centre du corps de l'infusoire et plongé entièrement dans l'endoplasme. Il est visible dans l'animal vivant comme un espace clair un peu allongé dans le sens de la largeur du corps (fig. 1), très transparent et par conséquent ne montrant pas une structure bien distincte. Dans des animaux remplis de grosses vacuoles, il est même difficile de discerner un noyau (fig. 3). Sur les préparations colorées, on voit qu'il consiste en une membrane assez épaisse et en une partie centrale formée de grains de chromatine. Ces grains sont très petits et forment par leur réunion un amas très dense remplissant uniformément l'intérieur du noyau (fig. 4).

De côté du bec de l'animal, tout près du grand noyau, est situé le micronucleus, qui est très petit et à peine visible dans l'animal vivant, à cause de sa transparence, mais ressort très nettement sur les préparations colorées. Il se colore toujours fortement

par les colorants basiques, ne montre aucune structure dans son intérieur et par conséquent présente l'aspect d'un gros grain de chromatine (fig. 4). Parfois le micronucleus est situé dans un espace clair ressemblant à une vacuole; mais nous croyons que cette disposition est due à l'action des liquides fixateurs.

L'Herpetophrya astoma est douée d'une grande mobilité. Les cils vibratiles, surtout ceux de la partie antérieure du corps, sont très forts; par suite de leurs mouvements énergiques, l'animal peut nager très vite. Le corps de l'animal reste ovale pendant que l'animal nage; le bec est tiré en avant, les cils battent dans un sens oblique et par conséquent l'animal tourne, en nageant, autour de son grand axe. Le bec est légèrement courbé dans la direction où l'animal nage. La direction de la rotation peut être changée brusquement et l'animal tourne aussi bien de droite à gauche que dans le sens inverse. Si, par hasard, l'infusoire touche en nageant un corps étranger avec son bec, on observe alors une contraction rapide de la partie antérieure du corps, les cils changent brusquement la direction de leurs mouvements et l'animal recule vivement en arrière. Ces mouvements rapides pourraient être interprétés comme une „réponse par des mouvements" (motor response, Jennings) à l'irritation du protoplasme de l'infusoire par un corps étranger: ils rappellent les mouvements tigmotaxiques décrits si clairement par Verworn, Pütter et par un grand nombre d'auteurs.

Placée dans une petite quantité de liquide sous la lamelle, ou dans un liquide visqueux dans lequel il lui est impossible de nager, l'Herpetophrya exécute des mouvements d'une autre sorte. Elle rampe, étire la partie antérieure de son corps en un long col et tâte avec son petit bec les objets qui l'entourent. La fig. 7 représente les contours du corps de l'animal pendant ces mouvements. En même temps, il ne cesse de battre fortement le liquide avec ses cils vibratiles, son corps présente souvent une rotation lente. Cette manière de ramper rappelle beaucoup les mouvements des Lacrymaria ou des autres infusoires qui présentent un métabolisme du corps. Souvent le corps de l'Herpetophrya s'allonge et en même temps il s'étrangle fortement en quelques points; on pourrait penser que c'est la contraction de l'ectoplasme qui provoque ces changements de forme.

Pendant tous ces mouvements, le petit bec semble servir

d'appareil explorateur; aussi croyons-nous que ce petit bec, formé de protoplasme très délicat et dépourvu de cils vibratiles, représente la partie la plus sensible de l'animal et sert de tentacule.

Comme nous l'avons dit plus haut, l'Herpetophrya astoma n'a pas de bouche, par conséquent elle ne peut prendre que des aliments liquides. Les petites gouttes et les grandes vacuoles remplies de liquide jaune-verdâtre, représentent des aliments de notre animal, pris par voie de diosmose du liquide de la cavité du corps de la Polymnie. L'absence de la bouche s'explique très facilement par la vie parasitaire à laquelle l'animal est parfaitement adapté, surtout par la transparence et la pénétrabilité de son protoplasme. Cette dernière qualité du protoplasme nous explique aussi l'absence d'une vacuole contractile; les produits de la désassimilation peuvent sortir du corps de l'animal par diffusion.

L'animal peut se reproduire par division; nous avons étudié les stades de la division sur des animaux vivants un petit nombre de fois seulement. Le corps se divise transversalement en deux parties égales; les vacuoles jaunâtres passent en nombre égal dans chaque individu issu de la division (fig. 5 et 6). Pendant la division, l'animal nage et tourne très vite sur lui-même, mais il ne rampe jamais; la partie antérieure du corps et le bec sont généralement recourbés et adhèrent au reste du corps (fig. 5).

Les Herpetophrya ne sont pas nombreuses dans la cavité du corps des Polymnies; dans un ver, on en peut trouver quinze ou vingt au plus. Elles ne provoquent pas de graves lésions dans l'organisme de l'animal hôte, d'autant plus qu'elles n'attaquent pas les tissus. Nous avons trouvé les Herpetophrya dans des Polymnies dans lesquelles les appareils génitaux n'étaient pas mûrs. D'une vingtaine de Polymnies trois seulement étaient infestées. Comment les Herpetophrya arrivent dans la cavité du corps de ces annélides, c'est là une question que nous n'avons pas résolue.

Dans le système des infusoires ciliés, l'Herpetophrya astoma doit être placée dans l'ordre Holotricha, sous-ordre Trichostomina et dans la famille des Opalinidae, à laquelle elle appartient par l'absence de la bouche. Le genre Anoplophrya Stein et le genre Monodontophrya Vejdovsky (ce dernier par la longueur différente des cils sur les deux extrémités du corps) sont les plus voisins de l'Herpetophrya.

Laboratoire d'Anatomie comparée de l'Université Jaguellonienne à Cracovie.

Explication des figures.

Toutes les figures, excepté la fig. 4, sont dessinées d'après les animaux vivants.

Fig. 1. *Herpetophrya astoma* légèrement comprimée, vue en section optique.

Fig. 2. Un autre spécimen vu par dessus pour montrer les lignes d'insertion des cils vibratiles.

Fig. 3. Autre spécimen rempli de grosses vacuoles.

Fig. 4. Autre animal fixé au sublimé et coloré à l'hématoxyline.

Les figures 1—4 correspondent à un grossissement de 750 : 1.

Fig. 5—6. Deux stades de la division de *l'Herpetophrya*. Gross. 280 : 1.

Fig. 7. Les contours du corps d'un animal en mouvement. 100 : 1.

---

42. PUBLICATIONS DE LA CLASSE

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

L. Bruner. O mechanizmie katalitycznego działania jodu na bromowanie. *(Sur le mécanisme de l'action catalytique de l'iode dans la bromuration du benzène)*, 8-o, p. 23.

T. Godlewski. O ciśnieniu osmotycznem niektórych roztworów, obliczonem na podstawie sił elektromotorycznych ogniw koncentracyjnych. *(Sur la pression osmotique de quelques d ssolutions calculée d'après les forces électromotrices des piles de concentration)*, 8-o, p. 20

L. Natanson. O przewodnictwie cieplnem poruszającego się gazu. *(Sur la conductibilité calorifique d'un gaz en mouvement)*, 8-o, p. 10.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcyą
Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Władysława Natansona.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

27 Czerwca 1902.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1902

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska),
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXIII (vol. I épuisé). — 258 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XLII, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 276 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 41 livr. 51 k. 80 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. Vol. V, VII Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI. Cod. diplom. Vitoldi ed Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol XV. Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI, XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński; 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 41 vol. (319 planches). — 376 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 35 volumes (III. VI — XXXIII, 67 planches, vol I. II. IV. V épuisés). — 274 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 12 livraisons (64 planches) (à suivre). — 114 k. 80 h.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—V, (44 planches, 10 cartes et 106 gravures). — 32 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo. 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo, vol. I—II. 1897. 13. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 33 k. 60 h.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

12,229

N° 7. JUILLET 1902.

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemand ou en latin, des travaux présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction de **M. Ladislas Natanson,**
Membre délégué de la Classe des Sciences mathématiques et naturelles.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 7. Juillet 1902.

Sommaire: 43. M. CASIMIR KOSTANECKI. La fécondation artificielle et la parthénogénèse expérimentale sur les oeufs de Mactra.
44. M. ÉMILE GODLEWSKI fils. Sur la régénération des Tubularia.
45. M. ADAM BOCHENEK. Quelques nouveaux détails sur la structure de la glande pituitaire des amphibiens.
46. M. MIECISLAS JAWOROWSKI. „L'apparato reticolare" de M. Golgi dans les cellules des ganglions spinaux des vertébrés inférieurs (oiseaux, amphibiens).
47. M. ST. NIEMENTOWSKI. Sur les limites de formation des composés diazoamidés et sur quelques colorants azoïques.
48. M. ST. NIEMENTOWSKI. Sur l'acide chloraldianthranilique
49. MM. WŁ. BACZYNSKI et ST. NIEMENTOWSKI. Études sur la bromuration des benzimidazols.
50. M. VICTOR SYNIEWSKI. Sur l'action de l'aldéhyde formique sur l'amidon et sur une combinaison de l'iode avec l'amylodextrine.
51. M. VICTOR SYNIEWSKI. Sur la constitution de l'amidon.
52. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 7 Juillet 1902.

PRÉSIDENCE DE M. E. GODLEWSKI.

43. M. CASIMIR KOSTANECKI m. t. **Sztuczne zapłodnienie i sztuczny partenogenetyczny podział jajek mięczaka Mactra.** (*Ueber künstliche Befruchtung und künstliche parthenogenetische Furchung bei Mactra*). *(La fécondation artificielle et la parthénogénèse expérimentale sur les oeufs de Mactra).*

Während des Aufenthalts an der zoologischen Station in Neapel im Monat April und Anfang Mai l. J. habe ich zunächst Versuche mit der künstlichen Befruchtung bei Mactra (Mactra stultorum. Mactra helvacea) vorgenommen. Die sich hierbei abspielenden Vorgänge lassen sich am lebenden Material nur in den allgemeinsten Zügen verfolgen. denn die Eier von Mactra sind wegen der dichten Anhäufung des Dotters wenig durchsichtig. Behufs genaueren Studiums wurden sämmtliche Stadien fixiert. gehärtet und in Paraffin eingebettet und ich hoffe in einiger Zeit eine eingehendere Beschreibung des Processes geben zu können.

Von den an lebenden Eiern gemachten Beobachtungen seien nur einige hervorgehoben: Unbefruchtete Eier von Mactra. ins

Meerwasser gebracht, zeigen keine Veränderungen, selbst nach 5—7 Stunden sieht man in der Mitte des Eies das grosse kugelige Keimbläschen. Ohne Befruchtung wird also bei Mactra, im Gegensatz zu vielen anderen Thierspecies, die Richtungsmitose nicht eingeleitet. Nach Zusatz von Sperma fängt dagegen in einigen Minuten das Keimbläschen an, seine Contouren zu verlieren und in etwa 15—20 Minuten sieht man an Stelle des grossen kugeligen Keimbläschens in der Mitte des Eies ein helleres Feld, an dem man die dicentrische Anordnung der Strahlungen beobachten kann: offenbar das Bild der die Eimitte einnehmenden I Richtungsspindel. Sowohl für dieses Stadium als auch für die nachfolgenden Stadien kann man bezüglich der Zeit, in welcher die Processe ablaufen, grosse individuelle Schwankungen feststellen, was am besten daraus ersichtlich ist, dass in einigen Serien die Ausstossung des I Richtungskörpers in 35 Minuten, die Theilung des Eies in zwei Tochterzellen in 1 Stunde 30 Minuten, in anderen dagegen die Ausstossung des I Richtungskörpers erst in 45 bis 50 Minuten, die Theilung des Eies erst in 1 Stunde 50 Minuten, selbst in 2 Stunden und einigen Minuten erfolgte.

Am lebenden Ei konnte man das Hinaufrücken der I Richtungsspindel gegen die Eiperipherie, die Emporwölbung eines protoplasmatischen Hügels und die Abschnürung des vollkommen homogenen hellen I Richtungskörpers ganz gut verfolgen. Unter dem abgeschnürten I Richtungskörper erfolgt dann in dem helleren Feld, in welchem offenbar die Ausbildung der II Richtungsspindel vorsich geht, eine dicentrische Anordnung der plasmatischen Theile und hierauf die Ausstossung des II Richtungskörpers.

Den Spermakern sammt seiner Strahlung konnte man am lebenden Object nicht wahrnehmen; einige Zeit nach Ausstossung des II Richtungskörpers sieht man nur in der Mitte der Eizelle ein helleres Feld, das bald Hantelform annimmt, und in 25 bis 30 Minuten nach Ausstossung der beiden Richtungskörper erfolgt sodann die Durchschnürung der Eizelle in zwei ungleiche Tochterzellen; nach weiteren 30—35 Minuten (bei sich rasch entwickelnden Serien in 2 Stunden 15 Minuten vom Augenblick der Befruchtung an) hat man schon 4 Furchungszellen, von denen 3 ungefähr gleich gross, die vierte aber viel grösser ist; die weiteren Furchungstheilungen verlaufen in sehr raschem Tempo, in etwa 10 Minuten geht das 4-Zellen Stadium ins 8-Zellen Stadium über (vergl. Fig. 1.).

Nach erfolgter Befruchtung erscheint das Ei von einer dünnen Membran umgeben, welche dem Ei dicht anliegt, so dass nur ein kleiner Zwischenraum zwischen derselben und dem Ei zu bestehen scheint; man gewahrt sie viel deutlicher in dem Augenblick,

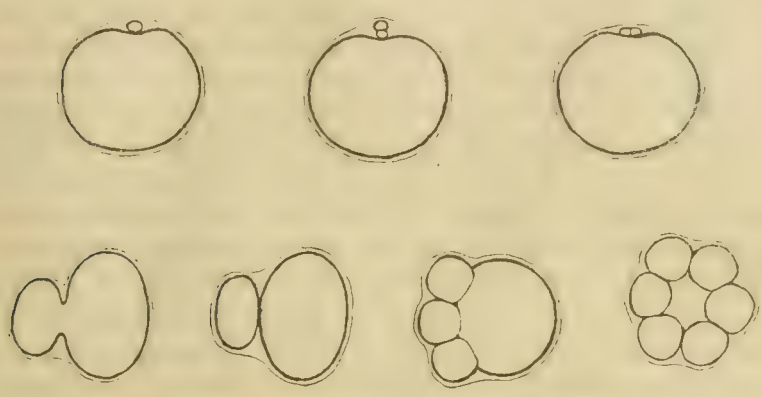


Fig. 1.

wo sie durch den sich abschnürenden I Richtungskörper abgedrängt wird, oder wenn sich das Ei in zwei Tochterzellen theilt und sie die tiefen Einbuchtungen zwischen den Zellen überbrückt.

Mactra ist ein Material, welches in Neapel, allerdings nur bei gutem Wetter und ruhigem Meer, ziemlich leicht zu beschaffen ist. Dabei bietet es für die künstliche Befruchtung insofern günstige Verhältnisse, als die Thiere zur Zeit der Geschlechtsreife die Geschlechtsproducte in grossen Mengen enthalten, so dass sie sich beim blossen Anschneiden der Geschlechtsorgane in grosser Menge entleeren. Da zudem die Thiere getrenntgeschlechtlich sind, so beschloss ich zu versuchen, ob bei denselben sich nicht auch die seit den Arbeiten von Loeb so in den Vordergrund der Discussion getretene s. g. künstliche Parthenogenese erreichen liesse.

Dabei leiteten mich mehrere Gesichtspunkte: Zunächst ist die Frage der s. g. künstlichen Parthenogenese überhaupt so neu, dass die Ausdehnung der Experimente auf neue Thiergruppen von selbst geboten erscheint, da einerseits nur dadurch festgestellt werden kann, ob die Möglichkeit derselben nur auf einige Thiergruppen beschränkt oder allgemeiner verbreitet ist, andererseits es sich von vorneherein erwarten lässt, dass bei neuen Thiergruppen vorge-

nommene Experimente auch neue Thatsachen bringen und neue Gesichtspunkte eröffnen können. Zudem sind gerade bei Mollusken Versuche, die von positivem Erfolg begleitet wären, bisher nicht verzeichnet; die diesbezüglichen Versuche Ariolas bei Dentalium entalis fielen negativ aus.

Sodann war der Zweck der Vornahme dieser Experimente vor allem der, nicht nur die blosse Thatsache der Möglichkeit der Furchung ohne Befruchtung unter dem Einfluss des veränderten umgebenden Mediums festzustellen, sondern genauer die Vorgänge cytologisch an Serienschnitten zu analysieren. Und hierbei schien mir diese Untersuchung vor allem an Eiern derjenigen Thiere besonderes Interesse zu bieten, bei denen die Ausstossung der Richtungskörper normalerweise erst nach der Befruchtung erfolgt, — um festzustellen, in welcher Weise bei der Vornahme der s. g. künstlichen Parthenogenese die Richtungsmitose abläuft und in welchem Verhältnis das Eicentrosoma zu den Centrosomen der Furchungsspindel steht. Denn die bisherigen, diesbezüglichen Experimente, die cytologich genauer untersucht wurden, betrafen nur Echinodermen und zwar diejenigen, bei denen die Richtungskörper bereits vorher innerhalb der Geschlechtsorgane ausgestossen waren; bei den Experimenten an anderen Thieren wurde den Richtungskörpern wenig Beachtung geschenkt; nur für die Eier von Chaetopterus pergamentaceus haben wir die Beobachtung Meads, dass die Richtungskörper ganz so wie bei den durch Spermatozoën befruchteten Eiern ausgestossen werden; die Vorgänge, welche sich aber in der Eizelle nach Ausstossung des II Richtungskörpers vor der Theilung in zwei Furchungszellen abspielen, hat Mead, der, wie es scheint, nur Eier in toto beobachtet hat, nicht genauer analysiert. Die Eier von Mactra, an denen im gewöhnlichen Meerwasser, mögen sie darin noch solange liegen, ohne Befruchtung die Richtungsmitose nicht eingeleitet wird, schienen mir zur Vornahme der Versuche mit der s. g. künstlichen Parthenogenese ein besonders geeignetes und günstiges Material zu bilden.

Bei der Vornahme der Experimente kommt es natürlich vor allem darauf an, die Möglichkeit der Befruchtung der zum Experiment verwendeten Eier durch Spermatozoën zu verhüten; und bei Mactra besteht hierbei die hauptsächlichste Schwierigkeit darin, dass das Geschlecht der Thiere äusserlich nicht zu erkennen ist. Ich suchte daher diesen Übelstand durch eine Reihe anderer Vor-

sichtsmassregeln zu heben. Vor allem suchte ich die Thiere, soweit es nur möglich war, zu isolieren, indem ich die Individuen, welche am nächsten Tage zum Experiment verwendet werden sollten, einzeln in je ein kleines Bassin mit durchfliessendem Meerwasser legte, bisweilen sogar einige Tage die Thiere auf diese Weise isoliert hielt. Die Eröffnung der Thiere habe ich in grösserer Entfernung von den Flüssigkeiten, in welche die Eier gebracht werden sollten, vorgenommen. Falls es sich nach der Eröffnung der Schaale zeigte, dass ich ein männliches Individuum vor mir hatte, so habe ich, bevor ich die Eröffnung eines neuen Individuums vornahm, zunächst aufs sorgfältigste die Hände und die Scheere mit Seife unter fliessendem Wasser längere Zeit gewaschen, gründlich abgetrocknet und sodann die Scheere noch über der Flamme erhitzt, so dass die Übertragung von Spermatozoën auf das zweite Individuum auf diesem Wege ausgeschlossen war.

Um aber absolut sicher zu sein, dass keine Spermatozoën das Experiment verunreinigen, bin ich in der Weise vorgegangen, dass ich stets zu je einem Experiment die Eier von nur je einem Individuum verwendete (was bei der grossen Menge der sich aus den Geschlechtsorganen entleerenden Eier mehr als genug ist) und immer die sich zunächst in die innerhalb der Muschelschaalen befindliche Flüssigkeit entleerenden Eier, welche also naturgemäss noch am ehesten mit etwaigen Spermatozoën in Berührung hätten kommen können, in ein Gefäss mit gewöhnlichem Meerwasser als Controlleier brachte und erst die hierauf aus den angeschnittenen Geschlechtsorganen herausfliessenden Eier zu dem eigentlichen Experiment verwendete, indem ich sie in die jeweilige zum Experiment dienende Flüssigkeit abfliessen liess.

Ich habe dann jedesmal in verschiedenen Zeitabständen von den Controlleiern grössere Proben entnommen und unter dem Mikroskop untersucht; um nachträgliche Wiederholungen zu vermeiden, muss ich von vorneherein bemerken, dass ich in keinem einzigen Falle, selbst nach 5—7 Stunden, je irgendwelche Veränderungen an irgend einem Ei bemerkt habe; die Eier waren nicht gefurcht, sie hatten keine Richtungskörper ausgestossen und man konnte in ihnen, ganz wie in den frischen unbefruchteten Eiern, in der Mitte das grosse, kugelige Keimbläschen wahrnehmen. Auf diese Weise hatte ich, glaube ich, die sicherste Gewähr dafür, dass das Experiment — und dies gilt für alle — in dieser Beziehung „rein“ war.

Ich habe diese Experimente erst, nachdem ich vorher sämmtliche Stadien der normal befruchteten Eier gesammelt hatte, gegen den 20. April begonnen; da in diesem Jahre in Neapel Ende April und Anfang Mai die Witterung sehr ungünstig und das Meer sehr bewegt war, so konnte ich leider das in solchen Fällen nur selten und schwer zu beschaffende Material von Mactra, trotz des liebenswürdigsten Entgegenkommens Dr. Lobianco's, nicht in der Menge erhalten, wie es zur Durchführung einer grösseren Reihe von Experimenten erforderlich gewesen wäre. Das Material, welches ich zur Verfügung hatte, war aber immerhin ausreichend, um doch eine ganze Reihe von fundamentalen Versuchen auszuführen, welche es mir auch ermöglichten, die verschiedenen Stadien zu fixieren und behufs weiterer genauerer cytologischer Untersuchung in Paraffin einzubetten.

Bevor ich die Ergebnisse dieser, jedenfalls längere Zeit in Anspruch nehmenden Untersuchung, von der ich mir wichtige Aufschlüsse verspreche, mittheilen kann, möchte ich hier die am lebenden Material gewonnenen Beobachtungen, die an sich allein schon manches Interesse bieten, vorführen.

Ich habe mich behufs Erhöhung der Concentration des Meerwassers dreier der von Loeb angewandten Salzlösungen bedient, nämlich Normallösungen von KCl, $NaCl$ und $CaCl_2$, sodann habe ich auch die Concentration durch Hinzugabe eingedampften Meerwassers erhöht. Jede Versuchsserie bot unter gewissen Umständen ein positives Resultat bezüglich der Einleitung der parthenogenetischen Furchung, da aber bei jeder sich in den Einzelheiten besondere Eigenthümlichkeiten ergaben, so will ich sie auch einzeln hier vorführen.

A. Versuche mit Zusatz von KCl.

I. Versuchsreihe.

$2^1/_2$ n. KCl-Lösung	5 ccm.
normales Meerwasser	95 „

Mit dieser Concentration habe ich drei Versuche angestellt, in jedem habe ich aber die Eier in der Lösung verschieden lange Zeit verbleiben lassen.

Versuch 1. Nach 45—50 Minuten sieht man bei einer grossen Zahl der Eier die Abschnürung des I Richtungskörpers.

Der II Richtungskörper wird nur bei einem sehr geringen Bruchtheil der Eier abgeschnürt, etwa in einem Ei auf mehrere Hundert. Die Eier verbleiben in der Flüssigkeit 4 Stunden. Bis zu dieser Zeit sieht man keine Furchung des Eies. Die Flüssigkeit wurde nach 4 Stunden abgegossen und die Eier in eine grosse Menge normalen frischen Seewassers gebracht. Ein verhältnismässig kleiner Theil der Eier theilt sich nach einigen Minuten in 2 theils gleiche, theils ungleiche Tochterzellen; andere, wenngleich sie 2 Richtungskörper ausgestossen haben, bleiben auch nach 6 Stunden ungetheilt; auch die Eier, welche sich getheilt haben, gehen über das 2-Zellenstadium nicht hinaus.

Versuch 2. Die in die Flüssigkeit hineingelegten Eier wurden in der Flüssigkeit 45 Minuten belassen. Während dieser Zeit habe ich die Eier von Zeit zu Zeit unter dem Mikroskop untersucht. Schon nach 15 Minuten sah man, dass das in der Mitte des Eies gelegene grosse Keimbläschen seine Contouren verlor, man konnte, ähnlich wie bei den durch Spermatozoën befruchteten Eiern an Stelle desselben ein helleres Feld mit dicentrischer Anordnung der plasmatischen Theile bemerken und nach einiger Zeit sah man die karyokinetische Figur gegen die Oberfläche hinaufrücken, darauf, in einigen Eiern nach etwa 45 Minuten von Beginn des Experiments[1]), sich den I Richtungskörper abschnüren, ganz wie bei den durch Spermatozoën befruchteten Eiern. Darauf sah man in dem helleren Feld unter dem abgeschnürten Richtungskörper, wiederum ganz wie in den befruchteten Eiern, eine dicentrische Anordnung und darauf, in 1 Stunde 20—25 Minuten ungefähr, die Ausstossung eines II Richtungskörpers; ein bedeutender Unterschied in der Zeit der Ausstossung des I und II Richtungskörpers besteht also zwischen diesen Eiern und den durch Spermatozoën befruchteten nicht. Jedoch muss hervorgehoben werden, dass in einem ziemlich grossen Procentsatz der Eier sich die Ausstossung der beiden Richtungskörper bedeutend verzögerte, ebenso wie auch bezüglich der weiterhin zu beschreibenden Vorgänge bedeutende zeitliche Schwankungen vorkamen; bei einem anderen Theil der Eier traten überhaupt keine Veränderungen ein.

Schon kurze Zeit nachdem die Eier in die Flüssigkeit ge-

[1]) Die Zeitangaben beziehen sich überall, wo nicht etwa speciell anderes angegeben ist, auf die vom Beginn des Experimentes verflossene Zeit.

bracht wurden, zeigte sich auf der Oberfläche eine feine Membran, die vollkommen dasselbe Aussehen bot wie bei den normalen befruchteten Eiern (vergl. Fig. 2.).

Nach Ausstossung der beiden Richtungskörper tritt dann eine längere Pause ein, während welcher es wegen der grossen angesammelten Deutoplasmamassen sehr schwer ist, am lebenden Ei

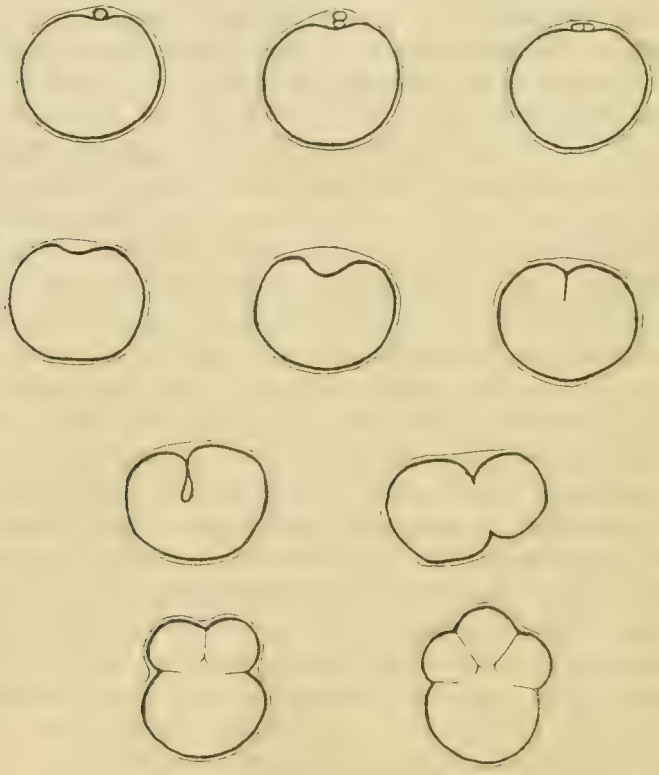


Fig. 2.

zu verfolgen, was in der Eizelle vorgeht. Erst in 5—6 Stunden konnte man aus der hantelförmigen Gestalt des helleren Feldes in der Mitte der Eizelle schliessen, dass eine dicentrische Anordnung der plasmatischen Theile stattgefunden hat. Nach 6 Stunden konnte man dann an der Mehrzahl der Eier den Beginn der Zweitheilung feststellen. Wenn wir die Zeit des Eintrittes der Zweitheilung dieser Eier (ungefähr 6 Stunden) mit der Zweitheilung bei den be-

fruchteten Eiern (— auch bei den langsam sich entwickelnden Serien ungefähr 2 Stunden —) vergleichen, so sehen wir eine sehr bedeutende Verzögerung; einige Eier theilten sich sogar erst nach 7 Stunden. Nach 10 Stunden war ein Theil der Eier in 6 Zellen getheilt, darüber gingen sie nicht hinaus.

Versuch 3 ist ganz identisch mit dem Versuch 2, nur dass die Eier in der Flüssigkeit, anstatt 45 Minuten, 1 Stunde verblieben. Sowohl bezüglich der Ausstossung der Richtungskörper als auch bezüglich des Zeitpunktes des Eintrittes der Zweitheilung war in beiden Versuchen kein Unterschied zu verzeichnen.

II. Versuchsreihe.

$2^1/_2$ n. KCl	10 ccm.
Meerwasser	90 „

Ich habe zunächst eine Reihe von Versuchen angestellt, in denen ich die Eier längere Zeit hindurch in der Lösung verbleiben liess, so im 1. Versuch 4 Stunden, im 2. Versuch $3^1/_2$ Stunden, im 3. Versuch 3 Stunden, im 4. Versuch $2^1/_2$ Stunden, im 5. Versuch 2 Stunden, im 6. Versuch $1^1/_2$ Stunden.

Alle diese 6 Versuche zeigten den gleichen Verlauf:

In der grossen Mehrzahl der Eier sah man das kugelige Keimbläschen schwinden und offenbar die karyokinetische Figur sich ausbilden, indessen erfolgte die Ausstossung der Richtungskörper bei einem nur sehr geringen Theil dieser Eier, ungefähr in einem Ei auf etwa 100—200 Eier und hierbei konnte man wiederum wahrnehmen, dass meist nur ein Richtungskörper ausgestossen wurde, nur in ganz seltenen Fällen zwei. Die eventuelle Ausstossung des I Richtungskörpers erfolgte in etwa 45—50 Minuten, die des II nach sehr wechselnder Frist. In den Eiern, welche, trotz der Auflösung des Keimbläschens, keine Richtungskörper ausgestossen haben, konnte man bisweilen mehrere Strahlungen wahrnehmen, welche etwa vielpolige karyokinetische Figuren oder dgl. vermuthen liessen.

Der weitere Verlauf war in diesen Versuchen (gleichgiltig, wie lange die Eier in der Lösung verbleiben, bevor sie ins frische Meerwasser gebracht wurden, ob wie im 1. Versuch 4 Stunden, oder wie im 6. Versuch $1^1/_2$ Stunden) stets derselbe: nach ungefähr 3, $3^1/_2$—4 Stunden sah man die Eier in die Länge gestreckt,

sodann an der mehr abgeflachten Seite eingeschnürt und sodann erfolgte, (aber nicht an allen Eiern gleichzeitig, bisweilen mit grosser Verzögerung), die Durchschnürung in zwei, meist ähnlich wie bei der normalen Befruchtung, ungleiche Zellen, bisweilen aber auch zwei gleich grosse Tochterzellen (vergl. Fig. 3.). Hiebei konnte man feststellen, dass die Theilung in zwei Furchungszellen an einer überwältigend grösseren Zahl der Eier erfolgte, als die Zahl derjenigen war, an denen man die Ausstossung der Richtungskörper wahrnehmen konnte. Hieraus ergab sich nothwendiger Weise der Schluss, dass in einer ganzen Zahl der Eier die Ausstossung der beiden Richtungskörper, theilweise nur des II Richtungskörpers, unterdrückt

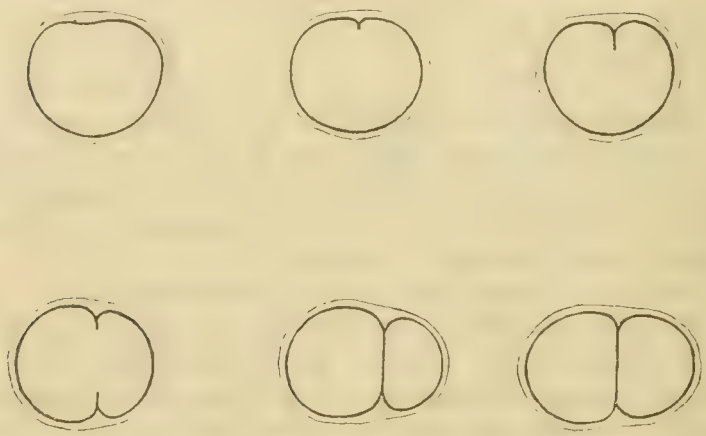


Fig. 3.

wurde, und das Ei sich unmittelbar in zwei Furchungszellen theilte. Ich muss hinzufügen, dass die Schnittbilder diese Vermuthung bestätigen, die Besprechung der hiebei sich abspielenden Vorgänge muss ich mir für eine fernere Publication vorbehalten.

Nach 6 Stunden waren die Eier theils in 3, theils in 4, theils in 5 oder 6 Zellen getheilt, am anderen Morgen, d. h. nach 24 Stunden sah ich die Theilung weiter fortgeschritten, es waren einige Eier in mehr als 10 Zellen getheilt, dieselben boten aber das Bild von absterbenden Zellen.

Versuch 7. Die Eier verblieben in der Lösung 30 Minuten. Während dieser Zeit sah man die typischen Veränderungen an dem kugeligen Keimbläschen, in etwa 45—50 Minuten erfolgte,

(schon in dem frischen Meerwasser), die Ausstossung des I, sodann die des II Richtungskörpers. Die Eier bieten, auch was die Eimembran anbetrifft, ganz dasselbe Aussehen, wie die normalen durch Samenfäden befruchteten Eier. Die Theilung in 2 Zellen beginnt nach $3^1/_2$ Stunden, in 4 Stunden ist die Mehrzahl der Eier, nach 6 Stunden etwa $^3/_4$ der Eier theils in 2, theils in 3, ein Theil in 4 Zellen getheilt, darauf sammelt sich jedoch um die Kerne an der Stelle, wo die achromatische karyokinetische Figur liegt, die normalerweise die Eiperipherie einnehmende grobkörnige Plasmamasse, wodurch der innere Theil der Zellen dunkel erscheint, der oberflächliche Theil dagegen viel heller (während für gewöhnlich das Umgekehrte der Fall ist) und die Eier theilen sich nicht weiter.

Im Vergleich zu den Versuchen 1—6 einerseits und zu dem Versuch 7 andererseits bot ein interessantes Ergebnis der Versuch 8, bei dem ich die Eier in der Lösung eine Stunde verweilen liess. Während dieser Zeit erfolgte an der grossen Mehrzahl der Eier der Schwund des kugeligen Keimbläschens, aber nur an einem sehr geringen Bruchtheil, etwa in 1 Ei auf 100—200 sah man nach etwa 45—50 Minuten die Ausstossung des I Richtungskörpers; als die Eier aber nach Verlauf von 1 Stunde in frisches Meerwasser gebracht wurden, sah man ganz rasch an der Mehrzahl der Eier den I. sodann den II Richtungskörper sich abschnüren. Der weitere Verlauf bot ganz dasselbe Bild wie im Versuch 7. dar.

III. Versuchsreihe.

1. und 2. Versuch.

Die Eier wurden in eine Lösung von

$2^1/_2$ n KCl.	5 ccm
normales Meerwasser	95 „

gelegt, in derselben verblieben sie im 1. Versuch eine Stunde 30 Minuten, im 2. Versuch zwei Stunden, während welcher Zeit eine grosse Zahl der Eier in etwa 45—50 Minuten den I Richtungskörper ausgestossen hat, bei einer nur sehr geringen Zahl erfolgte dann in etwa 1 Stunde 20—25 Minuten die Ausstossung des II Richtungskörpers, bei den meisten blieb es bei der Ausstossung nur eines Richtungskörpers. Darauf wurde zu den Gefässen zur Hälfte eine stärker concentrierte Lösung, nämlich

$2^1/_2$ n K Cl.	15 ccm
normales Meerwasser	85 „

beigefügt, so dass sich die Eier von jetzt ab in einer Lösung von

$2^1/_2$ n K Cl.	10 ccm
normales Meerwasser	90 „

befanden.

Hierin verblieben sie bis zu 3 Stunden. darauf wurden sie in eine grosse Menge normalen Meerwassers gebracht. worauf dann bald (3 Stunden 15 Minuten vom Beginn des Versuches) eine sehr regelmässige Theilung in zwei ungleiche Zellen. ganz wie bei normal befruchteten Eiern erfolgte.

B. Versuche mit Na Cl.

Die Eier wurden in eine Lösung:

$2^1/_2$ n Na Cl.	15 ccm
normales Meerwasser	85 „

gebracht; im Versuch 1 verblieben sie in dieser Lösung die ganze Dauer des Experiments hindurch; im Versuch 2 nur 2 Stunden, worauf sie in eine grössere Menge frischen Meerwassers gebracht wurden. In der Lösung verändern die Eier Anfangs ihre Gestalt, sie erscheinen wie eingebuchtet. hutförmig, ein Theil wird darauf zackig. während andere zur runden Form zurückkehren. Man sieht in den Eiern das runde Keimbläschen geschwunden. indessen bleibt die Ausstossung der Richtungskörper aus.

In beiden Versuchen konnte man nach 5 Stunden an einem geringen Theil der Eier die Theilung in zwei Zellen beobachten; im Versuch 2 boten dieselben ein dem normalen ähnliches Bild dar, indem die beiden Furchungszellen ungleich gross waren, im Versuch 1 dagegen waren die Zellen gleich gross.

C. Versuche mit Ca Cl_2.

Diese Versuche, welche gleichfalls von positivem Erfolg bezüglich der Einleitung der s. g. parthenogenetischen Furchung begleitet wurden. boten ausserdem manche interessanten Befunde.

Versuch 1: Die Eier wurden in eine Lösung von

$2^1/_2$ n. Ca Cl_2	10 ccm
normales Meerwasser	90 „

gebracht; darin verblieben sie 1 Stunde 5 Minuten, auf diesem Stadium wurde ein Theil der Eier fixiert, die übrigen wurden in eine grössere Menge frischen Meerwassers gebracht, hierin begannen sie sich in ungefähr $4^1/_2$ Stunden zu theilen. Abgesehen von dem zeitlichen Unterschied in dem Eintritt der Zweitheilung stimmte dieser Versuch mit den beiden folgenden so vollkommen überein, dass ich die an den Eiern sich abspielenden Vorgänge zusammen besprechen will.

Versuch 2:	$2^1/_2$ n. $Ca\,Cl_2$	20 ccm
	normales Meerwasser . . .	80 „

Die Eier verblieben darin 1 Stunde, ein Theil davon wurde fixiert, der Rest in frisches Meerwasser gebracht.

Versuch 3. Dieselbe Flüssigkeit wie in Versuch 2, nur verblieben die Eier darin zwei Stunden.

In allen drei Versuchen macht sich im Vergleiche mit den vorhergehenden Versuchen vor allem folgende Eigenthümlichkeit bemerkbar: Schon nach einigen Minuten, nachdem die Eier in die Flüssigkeit hineingelegt worden waren, sieht man, dass sich eine deutliche Membran an der Oberfläche des Eies abzuheben beginnt, nach 15—20 Minuten sieht man diese Membran schon ringsherum gleichmässig abgehoben und zwischen dem Ei und der Membran einen Zwischenraum gebildet, der sich noch allmählich vergrössert, so dass sich die Eizelle wie in einem grossen von Flüssigkeit erfüllten, von der Membran umgebenen Raum befindet, während die Membran sonst der Eizelle dicht anliegt. Man konnte in den Eiern schon nach einigen Minuten Veränderungen am Keimbläschen wahrnehmen, nach etwa 15—20 Minuten war dasselbe völlig geschwunden, darauf trat jedoch die Ausstossung, der Richtungskörper überhaupt nicht ein.

Bisweilen hatte es den Anschein, als ob sich ein Richtungskörper über die Oberfläche des Eies erhöbe, aber diese vermeintlichen Richtungskörper erwiesen sich als Klümpchen des mit Deutoplasmamassen vermengten Eiinhalts, welche über die Oberfläche hervorquollen; ab und zu sah man sogar, wie ziemlich plötzlich in diese Protoplasmahügel sich weitere Theile des Eiinhalts gewissermassen überzugiessen begannen und sie so vergrösserten, dass bisweilen sogar die Eizelle sodann das Aussehen bot, als ob sie sich in zwei gleiche Zellen theilen sollte; jedoch kam es in derartig ver-

anderten Zellen nicht zur Theilung und die Eier entwickelten sich nicht weiter.

Nach Schwund des Keimbläschens trat eine längere Pause ein, während der man am lebenden Ei keine weiteren Veränderungen verfolgen konnte. Die Theilung in zwei Furchungszellen begann in dem Versuch 1, wie oben bemerkt, in $4^1/_2$ Stunden, in Versuch 2 und 3 in $3^1/_4$ Stunden; in den Versuchen 2 und 3 furchten sich dann die Eier weiter, wenn auch bezüglich der Zeit sehr verschieden, indem z. B. nach 5 Stunden einzelne Eier erst

Fig. 4 a.

den Beginn der Zweitheilung zeigten, andere dagegen schon in 8 Zellen getheilt waren, nach 6 Stunden waren einige Eier in 12—16 Zellen getheilt.

Die Furchung verlief aber bei diesen Versuchen in einer vom normalen Typus abweichenden Weise, was durch die starke Abhebung der Eimembran verursacht wurde. Die Theilung in 2 Zellen wurde dadurch eingeleitet, dass das Ei sich streckte und an dem einen Pol eine Einsenkung erschien; darauf schritt bei einigen Eiern diese Einsenkung weiter vor, so dass die Eier wie

hufeisenförmig erschienen, bis sie sich durchtheilten, oder aber die Eier nahmen Hantelform an, und die beiden Eihälften waren durch eine Brücke verbunden, deren Durchschnürung die Trennung der beiden Tochterzellen herbeiführte. In der Mehrzahl der Eier

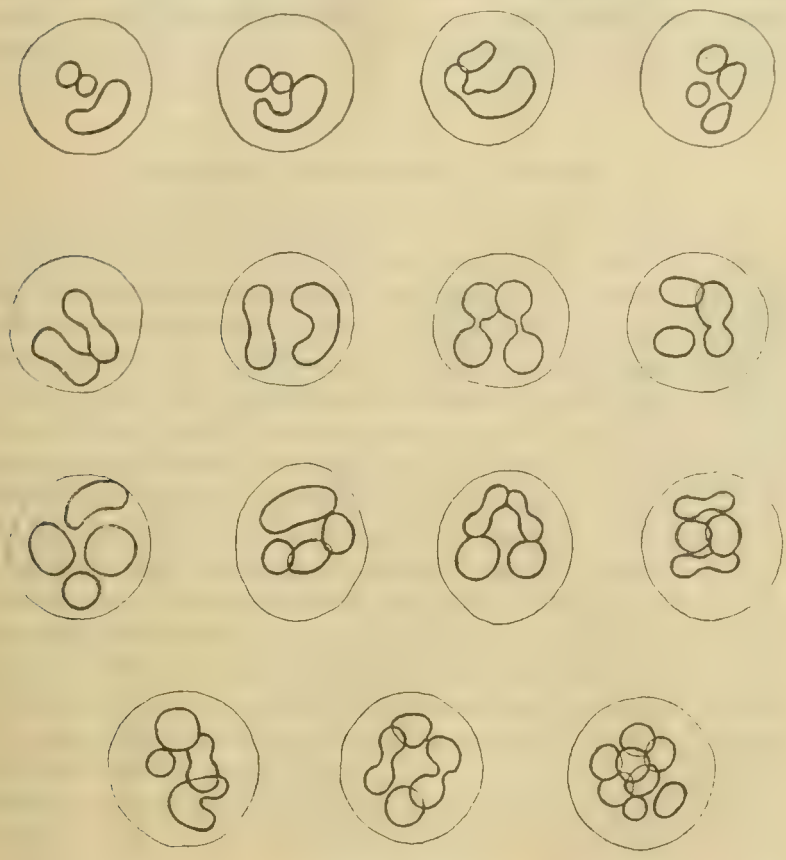


Fig. 4 b.

erfolgte die Theilung in zwei gleiche Zellen, in einigen jedoch auch in zwei ungleiche, eine grössere und eine kleinere, also in einer den normalen befruchteten Eiern entsprechenden Weise.

Nach erfolgter Durchschnürung entfernten sich sodann die beiden ersten Furchungszellen und lagen gesondert in der grossen von Flüssigkeit erfüllten, von der Membran umgebenen kugeligen

Höhle; ihre gegenseitige Lage war eine sehr verschiedene, deswegen sind auch die Bilder des Stadiums, wo sich die beiden Furchungszellen hantelförmig strecken und sodann in 4 Zellen theilen, sehr verschieden, ebenso auf dem Uebergang zum 8-Zellen-Stadium. In letzterem Stadium sieht man gewöhnlich einen unregelmässigen Zellhaufen, ebenso im 16-Zellenstadium. Einen Ueberblick über den Theilungsmodus geben die beigefügten Figuren 4a und 4b.

E. Versuche mit concentriertem Meerwasser.

Da alle bisherigen Versuche betreffend die s. g. parthenogenetische Furchung auf der gemeinsamen Basis beruhen, dass dieselbe durch Erhöhung des osmotischen Drucks hervorgerufen werden kann, so war es mir von vorneherein wahrscheinlich, dass dieselbe sich auch bei Erhöhung der Concentration des Meerwassers durch Hinzufügung von abgedampftem Meerwasser erreichen lassen müsse. Ich habe deswegen nach dieser Richtung hin Versuche angestellt, welche in der That von positivem Erfolg begleitet wurden. Nachträglich habe ich aus der Litteratur ersehen, dass gerade vor kurzem Hunter, von denselben Gesichtspunkten geleitet, mit positivem Erfolge ähnliche Versuche bei Arbacia angestellt hat.

Ich habe die Erhöhung der Concentration des Meerwassers durch Abdampfen bewerkstelligt und zwar entweder 1000 ccm. Meerwasser auf 750 ccm., oder aber 1000 ccm. auf 500 ccm. eingedampft, und darauf das eingedampfte Wasser mit frischem, möglichst sauerstoffhaltigen Meerwasser in verschiedenen Combinationen gemischt.

Bei diesen Versuchen muss berücksichtigt werden, dass durch das Eindampfen nicht nur die Concentration erhöht wird, sondern auch die chemische Constitution geändert wird, indem ein Theil der Salze gefällt wird, (was beim Abdampfen auf 500 ccm. in höherem Grade erfolgt), d. h. die Erhöhung des Gehalts ist nicht für alle Salze gleichmässig.

Diese Versuche boten in mancher Beziehung sehr interessante Eigenthümlichkeiten und Abweichungen im Vergleich mit den anderen Experimenten.

I. Versuchsreihe,

mit Meerwasser, das von 1000 ccm. auf 750 ccm. eingedampft war.

Versuch 1. (3 mal wiederholt)

Abgedampftes Meerwasser	$^1/_2$
frisches Meerwasser	$^1/_2$

Versuch 2.

Abgedampftes Meerwasser	$^2/_3$
frisches Meerwasser	$^1/_3$

Versuch 3.

Abgedampftes Meerwasser	$^1/_3$
frisches Meerwasser	$^2/_3$.

Bei diesen Versuchen machten sich noch mehr als bei anderen individuelle Unterschiede geltend. So ergab der Versuch 1 bei den Eiern eines Individuums ein durchaus negatives Resultat, während bei den Eiern zweier anderen Individuen man an einer grösseren Zahl von Eiern das Keimbläschen schwinden und etwa nach 1 Stunde den I Richtungskörper sich abschnüren sah, bei einer geringen Zahl schnürte sich sodann auch der zweite Richtungskörper ab und an einer noch viel geringeren Zahl erfolgte nach mehr als 4 Stunden die Theilung in zwei Zellen.

Der Versuch 2 ergab ein negatives Resultat, obgleich in Anbetracht der höheren Concentration der Flüssigkeit man mit Hinblick auf die weiter unten beschriebenen Resultate der II Versuchsreihe einen positiven Erfolg hätte erwarten können.

Im Versuch 3 hingegen hat trotz der niedrigen Concentration ein Theil der Eier, allerdings nur etwa 1%, einen oder zwei Richtungskörper ausgestossen und sich in zwei Zellen getheilt.

II. Versuchsreihe,

mit Meerwasser, das auf die Hälfte eingedampft war.

Versuch 1 und 2.

Eingedampftes Meerwasser . . .	75 ccm
frisches Meerwasser	25 ccm.

Die Eier verblieben die ganze Zeit hindurch in der Lösung. Ich habe diesen Versuch 2 mal wiederholt und beide Male dieselben Resultate erhalten.

Schon nach einigen Minuten nimmt die Mehrzahl der Eier eine eigenthümliche Hut- oder Becherform an, indem an einer Seite sich eine Delle bildet, die sich immer mehr vertieft, bisweilen erscheinen einige Eier von beiden Seiten dellenartig vertieft, die Eier nehmen eine Gestalt an, die sich mit der Gestalt der rothen Säugethierblutkörperchen vergleichen liesse.

Nach ungefähr 15 Minuten fängt die Eimembran an, sich von der Oberfläche des Eies abzuheben und erscheint nach etwa einer halben Stunde im ganzen Umfange gleichmässig und sehr bedeutend vom Ei entfernt.

Unterdessen sind die Eier allmählich wieder zur runden Gestalt zurückgekehrt, und man kann dann an ihnen wahrnehmen, dass

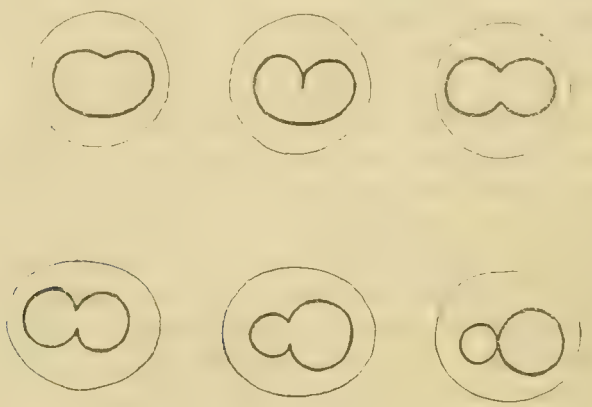


Fig. 5.

das grosse Keimbläschen im Centrum des Eies geschwunden ist. Ein Vorrücken des die Lage der karyokinetischen Spindel kennzeichnenden helleren Feldes gegen die Oberfläche konnte man nicht wahrnehmen, ebensowenig eine Ausstossung der Richtungskörper, dagegen fingen die Eier an, einige schon nach einer halben Stunde, einige nach einer Stunde, eine gestreckte Gestalt anzunehmen, ähnlich wie die normal befruchteten Eier oder die mit anderen Flüssigkeiten behandelten Eier, wenn sie sich zur Theilung in zwei Furchungszellen anschicken (vergl. Fig. 5.).

Und in der That, nach 1 Stunde 20 Minuten fangen die Eier an, sich zu theilen, nach etwa 1 Stunde 30 Minuten ist die Mehrzahl in zwei Zellen getheilt, bisweilen in zwei gleich grosse Zellen.

bisweilen, ähnlich wie bei anderen Versuchen und bei normal befruchteten Eiern in zwei ungleiche Zellen; nach 2 Stunden 20 Minuten sieht man die Zweitheilung der Furchungszellen weiter fortschreiten, man sieht bisweilen 3, dann 4 Furchungszellen, welche sich daraufhin wiederum strecken und zur weiteren Theilung vorbereiten, jedoch erscheinen die Zellen nach etwa 3 Stunden wie geschrumpft, mit unregelmässigen Contouren, und die weitere Theilung ist sistiert.

Man gewinnt in diesen Versuchen ganz den Eindruck, dass hier die Ausstossung der Richtungskörper übersprungen wird und dass die karyokinetische Figur, welche sich im Ei gebildet hat, anstatt zur Ausstossung des I Richtungskörpers direct zur Theilung des Eies in zwei Furchungszellen verwendet wird.

Wenigstens nur auf diese Weise lässt es sich erklären, dass hier die Theilung des Eies schon nach etwa 1 Stunde 20 Minuten eintritt, während sie bei anderen Versuchen stets erst nach 3, 4 oder sogar mehr Stunden erfolgte.

Versuch 3, 4, 5, 6.

Eingedampftes Meerwasser . . .	75 ccm.
frisches Meerwasser	25 „

Die Eier verblieben beim 3. und 4. Versuch 40 Minuten, beim 5. Versuch 1 Stunde, beim 6. Versuch 2 Stunden in der Lösung, worauf sie in eine grosse Menge frischen Meerwassers gebracht wurden.

Die Anfangsstadien verliefen bis zur der Zeit, wo die Eier aus der Lösung in frisches Meerwasser gebracht wurden, in ganz derselben Weise, wie bei den Versuchen 1 und 2, dagegen war der weitere Verlauf ein verschiedener. Bei den Versuchen 3 und 4, wo die Eier 40 Minuten in der Lösung verblieben und einige schon eine gestreckte Form anzunehmen begannen, konnte man wahrnehmen, dass, sobald sie in frisches Meerwasser kamen, sie wiederum zur runden Gestalt zurückkehrten, darauf sah man nach 1½ Stunden den I Richtungskörper, in einigen zwei Richtungskörper ausgestossen, nach 3 Stunden fangen dann die Eier an, sich zu theilen, aber die Theilungsfiguren bieten sehr eigenthümliche Bilder. Dieselben werden vor allem dadurch verursacht, dass, sobald die Eier aus der Lösung in frisches Meerwasser gebracht werden, die Eimembran zu zerfliessen anfängt; man kann un-

ter dem Mikroskop Schritt für Schritt verfolgen, wie die Membran dünner wird, dann an einigen Stellen schwindet, wie dann ihre Reste als dünne Häutchen flottieren, bis sie schliesslich gänzlich sich auflöst (vergl. Fig. 6.).

Da auf diese Weise die Eier im Moment, wo sie sich zur Theilung anschicken, nicht mehr von einer Membran umgeben sind, so gewinnen sie eine langgestreckte Gestalt, dann entsteht zwischen den beiden Theilhälften eine langgezogene, meist körnige dünne

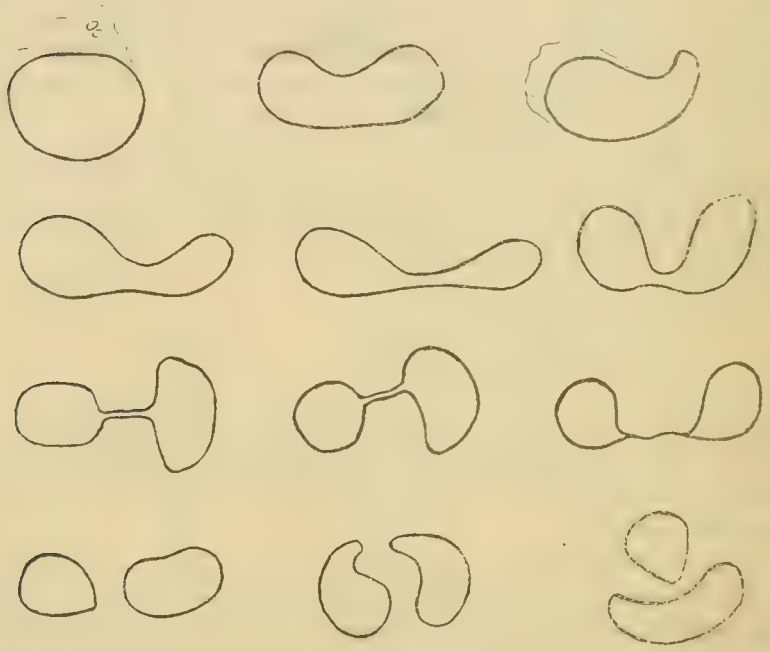


Fig. 6.

Brücke, welche schliesslich reisst, worauf die beiden Blastomeren sich völlig von einander trennen (vergl. Fig. 6.). Diese Bilder erinnern sehr an das von Herbst beschriebene Auseinandergehen von Furchungszellen von Echinus microtuberculatus im kalkfreien Medium.

Wenn die Eier während dieser Zeit ruhig liegen gelassen werden und nicht etwa gerührt werden, so bleiben die Blastomeren trotz ihrer Isolierung beisammen liegen, dagegen genügt eine kleine Erschütterung, um ihr völliges Auseinandergehen zu veranlassen.

Andererseits habe ich bemerkt, dass, wenn die Eier in dem Stadium, wo die Eimembran sich schon auflöste, die Eier aber noch eine kugelförmige Gestalt besassen, nahe beieinander lagen und sich berührten, sie sich an der Berührungsstelle abplatteten und allmählich mit einander zu zweien, dreien oder mehreren verschmolzen (vergl. Fig. 7.). Wenn dann die Theilung der Eier in zwei Zellen eintrat, so traten die Wände an den anfänglichen Berührungsstellen wieder auf, so dass dann doppelt soviel Zellen sich bildeten, als anfänglich

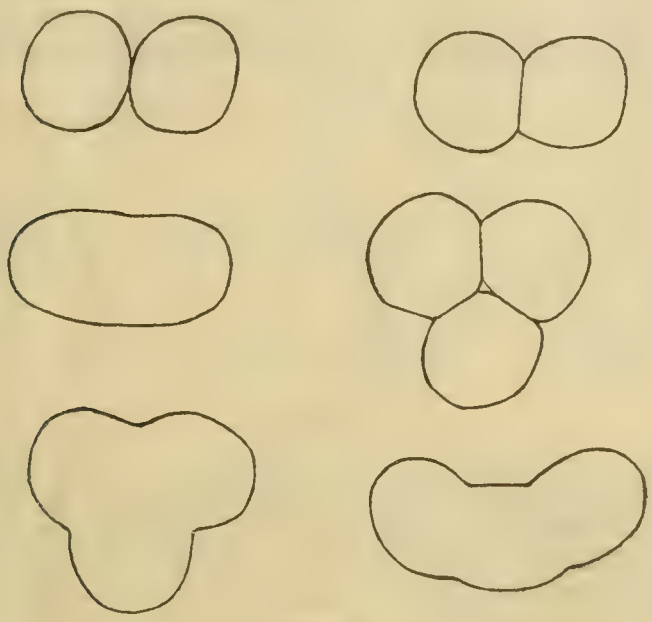


Fig. 7.

Eier verschmolzen waren; die Blastomeren lagen dann, wenn sie keine Erschütterung erfuhren, in einem gemeinsamen Zellhaufen.

Im 5. Versuch, wo die Eier in der Lösung 1 Stunde verweilten, konnte man bemerken, dass die Eier, in frisches Meerwasser gebracht, zur runden Gestalt zurückkehrten, einige schickten sich zur Ausstossung des Richtungskörpers an, indem sich ein heller protoplasmatischer Hügel über die Eioberfläche emporzuheben begann. Indessen kam es zur Abschnürung des Richtungskörpers nicht, sondern der sich schon ausbildende Richtungskörper verblieb in Verbindung mit der Eizelle und verschmolz wieder mit ihr,

oder aber es ergoss sich in ihn eine grössere Menge des Eiinhalts. Nach ungefähr 2 Stunden und 15 Minuten begann eine Theilung der Zellen ganz ähnlich wie im 4. Versuch.

Im Versuch 6 habe ich die Eier in der Lösung 2 Stunden liegen lassen; dieselben befanden sich schon auf dem Stadium, wo einige Eier sich bereits (ganz wie in dem Versuch 1 und 2) in zwei Zellen getheilt hatten, andere sich zur Theilung vorbereitend eine langgestreckte Form angenommen hatten; in diesen verlief der Theilungsprozess nach Uebertragung in frisches Meerwasser weiter; bei den Eiern aber, welche in der Entwickelung noch nicht so weit vorgeschritten waren, traten ganz eigenartige Veränderungen

Fig. 8

ein: beim Betrachten unter dem Mikroskop gewann man den Eindruck, als ob sich die Ausstossung des I Richtungskörpers vollziehen sollte; es entstand auf der Oberfläche des Eies ein heller protoplasmatischer Hügel, ganz wie bei der gewöhnlichen Ausstossung des I Richtungskörpers, plötzlich aber ergoss sich in diesen Hügel der Inhalt des Eies in grosser Menge, ihn vor sich hertreibend, und so entstand auf der Oberfläche des Eies ein keulenförmiger Auswuchs (vergl. Fig. 8.). Zur Abschnürung desselben kam es nicht, und solche Eier zeigten einstweilen keine weiteren Veränderungen.

Versuch 7.

Eingedampftes Meerwasser	50	ccm.
frisches Meerwasser	50	„

Dieser Versuch nahm einen ganz abweichenden Verlauf. Anfangs nahmen die Eier, ähnlich wie in den vorigen Versuchen, eine hutförmige Gestalt an, nach etwa 1 Stunde fingen die Eier

an zur runden Gestalt zurückzukehren; es erfolgte aber, soweit man an den Eiern in toto ersehen konnte, die Ausstossung der Richtungskörper nicht. Das grosse Keimbläschen in der Mitte sah man nicht mehr.

Nach etwas mehr als drei Stunden fingen dann die Eier an, sich in die Länge zu strecken, aber zugleich breite Ausläufer auszusenden, so dass die Eier Formen aufwiesen, wie etwa ein Leukocyt in amoeboider Bewegung (vergl. Fig. 9.). Diese Ausläufer wurden

Fig. 9.

nach 4—5 Stunden immer zahlreicher, länger oder gleichsam baumartig verzweigt.

Ein Theil der Eier wurde nach $3^1/_2$ Stunden, als die Ausläufer der Zellen noch weniger zahlreich und weniger verzweigt waren, in frisches Meerwasser gebracht und die Eier nahmen wiederum runde Gestalt an, einige theilten sich sodann sogar in zwei ungleiche Zellen, ähnlich wie die normal befruchteten oder die mit $Ca\,Cl_2$ behandelten Eier; über das Zweizellenstadium gingen die Eier jedoch selbst nach 7 Stunden nicht hinaus.

Die Versuche, in denen die Eier in concentriertes Meerwasser gebracht wurden, bieten manches Interesse dar, wenn wir sie einerseits mit den Versuchen vergleichen, in denen zum Meerwasser $CaCl_2$, andererseits mit denen, in welchen KCl hinzugefügt wurde.

Eine Aehnlichkeit mit den mit $CaCl_2$ behandelten Eiern besteht in Bezug auf die starke Abhebung der Eimembran über die Eioberfläche; während aber bei jenen diese Membran auch nach Uebertragung der Eier in frisches Meerwasser erhalten bleibt, löst sie sich bei den Eiern, welche längere Zeit in concentriertem Meerwasser gelegen haben, völlig auf, sobald sie in frisches Meerwasser gebracht werden. Eine Aehnlichkeit mit den mit KCl behandelten Eiern besteht wiederum darin, dass in stärker concentrierten Lösungen es an der überwältigenden Mehrzahl der Eier nach Schwund des Keimbläschens nicht zur Ausstossung der Richtungskörper kommt, die Eier sich aber trotzdem in 2 Zellen theilen und die Theilung auch weiterhin fortschreitet. Wenn aber die Eier rechtzeitig in frisches Meerwasser übertragen werden, so stossen sie zunächst die beiden — eventuell nur einen — Richtungskörper aus, und darauf erfolgt erst die Furchung.

In den obigen Bemerkungen habe ich eine Schilderung der Vorgänge gegeben, wie ich sie am lebenden Object verfolgt habe.

Ich möchte noch hervorheben, dass bei den Versuchen sehr bedeutende individuelle Variationen vorkommen, indem ein und dasselbe Experiment an den aus einem Individuum stammenden Eiern einen ganz anderen Verlauf nehmen kann, als an denen eines anderen Individuums. Dies gilt sowohl in Bezug auf die Zahl der die Richtungskörper ausstossenden und der sich theilenden Eier im Verhältnis zu den Eiern, welche überhaupt keine Veränderungen zeigen, als auch bezüglich des Zeitpunktes, in welchem die einzelnen Phasen eintreten. In letzterer Beziehung bestehen auch ganz frappante Unterschiede zwischen den Eiern eines und desselben Individuums, indem man in einem und demselben Versuch Eier beobachten kann, welche bereits in mehrere Furchungszellen sich getheilt haben, während in anderen erst die Ausstossung der Richtungskörper im Gange ist. Die oben bei jedem einzelnen Versuch verzeichneten Zeitangaben beziehen sich daher nur auf die Eier, in denen die Veränderungen am frühesten eintraten.

Auf Grund der obigen Versuche können wir feststellen, dass bei Mactra auf ungeschlechtlichem Wege durch Erhöhung der Concentration des Meerwassers, infolge von Zusatz verschiedener Salze sowohl die Ausstossung der Richtungskörper hervorgerufen, als auch die Furchung eingeleitet werden kann. Ich habe, wie wir oben sahen, nach Anwendung verschiedener Flüssigkeiten und je nach der Zeit, welche ich die Eier in ihnen belassen habe, in den verschiedenen Experimenten Furchungsstadien von 4, 6, 8, 12 Zellen erhalten, über 16 Zellen hinaus haben sich in keinem Falle die Eier gefurcht. Es ist sehr möglich und sehr wahrscheinlich, dass durch entsprechende Wahl der Concentration der Flüssigkeiten und durch entsprechende Bemessung der Zeit, welche sie in denselben verbleiben, sich viel ältere Embryonen züchten lassen werden, wie denn auch Loeb selbst hervorhebt: „In Lösungen von zu geringer oder zu hoher Concentration oder bei zu kurzem oder zu langem Verweilen in der hypertonischen Lösung werden nur die Anfangsstadien der Furchung erreicht.“

Es mag weiteren Versuchen vorbehalten bleiben, die für Mactra maassgebenden Momente festzustellen.

Ueber die Vorgänge, welche sich im Inneren der Eizelle bei den oben geschildeten Prozessen abspielen, hoffe ich in einiger Zeit nähere Aufklärung geben zu können, wobei ich auch auf eine nähere Besprechung der einschlägigen, heutzutage schon umfangreichen Litteratur einzugehen gedenke.

---

44. M. ÉMILE GODLEWSKI fils. O regeneracyi tubularyj. *(Regeneration in Tubularia after longitudinal splitting. Preliminary Communication). (Sur la régénération des Tubularia).* Mémoire présenté par M. C. Kostanecki m. t.

The chief object of this preliminary paper is to describe the process of the regeneration of *Tubularia mesembryanthemum* when the stem is cut in two longitudinally. Later I will publish more fully the results of the experiments which I have carried out on the regeneration of pieces cut longitudinally and of several other phenomena of regulation which I have observed.

The process of regeneration of the longitudinally cut pieces

of tubularia was mentioned by Bickford[1]), Driesch[2]) and in two recent papers by Morgan[3]) but, I think, it has not yet been sufficiently examined. We do not find in the literature the histological study of this process. Morgan (02) says in his second paper that, when pieces of the stem are cut longitudinally, „in the course of a few minutes the coenosarc withdraws slightly from the cut end of the perisarc and then a thin membrane develops that ultimately closes the end". „This membrane is composed of ectoderm on its outer and endoderm on its inner surface".

The development of hydranths, when the stem is cut longitudinally, is also not sufficiently described. It was mentioned by Driesch (97) and Morgan (01). But Morgan himself stated his experiment were not complete[4]).

This work was done during my stay at the Naples Zoological Station.

In my experiments the stem of tubularia was cut in two longitudinally. Two half-cylinders were obtained in this way. They are composed of the perisarc (fig. 1. p) on the outer and coenosarc (fig. 1. c) (ectoderm and endoderm) on the inner surface. The central cavity of the stem is now open.

Fig. 1

The first process which we can observe is the formation of the new cavity. This process is not in all cases a process of closing over of the old cavity but as we shall see sometimes a new cavity is formed.

There are many difficulties in splitting tubularia so that both

[1]) Bickford Elizabeth E. Notes on Regeneration and Heteromorphosis of Tubularia Hydroids. Journ. of Morphology, Vol. IX. 1894.

[2]) Driesch H. Studien über Regulationsvermögen der Organismen. I. Von den regulativen Wachsthums- und Differenzierungsfähigkeiten der Tubularia. Arch. f. Entwickelungsmechanik. Bd. V. 1897.

[3]) Morgan T. H. Regeneration in Tubularia. Arch. für Entwickelungsmechanik. Bd. XI. 1901.

Morgan T. H. Further Experiments on the Regeneration of Tubularia. Arch. für Entwickelungsmechanik. Bd. XIII. 1902.

[4]) „A further study of these longitudinal pieces will, I think, fully repay the investigator". (Morgan, 01, p. 366).

pieces are half-cylinders. There remains usually more of the tissue of the stem on one side than on the other. The process of formation of the cavity is dependent on the amount of substance in the half-cylinder.

1. I will describe the process first in those cases in which one piece is bigger than the other.

In the course of a few minutes one can see[1]) in the living material that the two longitudinally cut-edges form new walls on each side which grow towards one another. The inner edges of the new wall come together first in those regions where they were less widely separated at the beginning. A suture is formed along the line of meeting of the edges. The old cavity exposed by the operation is closed by the union of two walls which form the closing membrane.

In many cases, not in all, I could see in the course of closing of the longitudinally-cut stems a circulation of the fluid within the two walls that were closing in. This circulation takes place within the enlarged swollen edges of the half-cylinder and not in the cavity. After formation of the closing membrane the circulation can be seen in the united new walls along the line of suture. This circulation is in the beginning very slight, but becomes later more distinct. When the closing of the cavity is finished, i. e. when the edges are united and the closing membrane is formed, the circulation disappears in the tissue around the suture and can be seen soon afterwards in the closed central cavity of the stem.

There are many difficulties in determining in the living material where the first preliminary circulation develops. Therefore I was induced to study it by means of microscopical sections. The material was fixed at intervals of a few minutes after the operation.

Fig. 2.

In the earliest stages the formation of the walls (fig. 2. w) along the whole length of the piece can be seen. I could recognize by direct observation of my sections that the wall in the earliest

[1]) My observations where carried out with a binocular microscope of Greenough.

stages is composed only of the endodermal cells. Karyokinetic division does not take place, and the closing of the walls at the edges is brought about by change in form of the cells in the layer of endoderm. The rapid elongation of the cells of this layer (fig. 2) causes the layer itself to become thinner. The endodermal cells accumulate along the cut-edges of the wall and form material for the development of the closing membrane.

In the next stage (one hour after the operation) the ectoderm of the edges overgrows the endodermal wall. At the time of the union of the walls the endodermal cells are often still not completely covered by the ectoderm (fig. 4). We can see in this case that the closing membrane is composed in the median part only

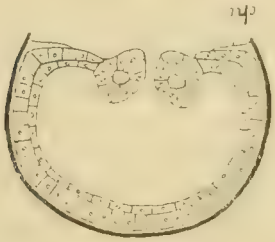


Fig. 3.

Fig 4.

of the endodermal cylindrical cells. These ectoderm cells afterwards produce the new perisarc. A very narrow layer of this substance covers the closing membrane (fig. 3. 4 np.) and this new perisarc layer is in connection with the old perisarc of the half-cylinder. The fact of the regeneration of the perisarc in the pieces cut across was mentioned by Morgan: „A thin perisarc is then secreted over the end".

Before the union of the walls takes place and before definitive formation of the closing membrane. the cells in the centre of the thickened edge become filled with many granules. The central cells disintegrate and in their place a lumen arises (fig. 3) in which the circulation of the granules appears. The granules are, as was ascertained by Miss Stevens[1]), „part of the cell-material from the disintegrated" endodermal elements. This process of disinte-

[1]) Stevens N. M. Regeneration in Tubularia mesembryanthemum. Arch. für Entwickelungsmechanik der Organismen, Bd. XIII. 1901.

gration appears in the endodermal cells of the wall and shows where the preliminary circulation takes place, although the physiological importance of this circulation is not clear to me.

2. When two pieces (half-cylinders), obtained by longitudinal cutting, are almost equal, the course of the closing of the cavity is the following. The process begins as in the case just described. We can see in the living material the thickening of the edges. After three or four hours a circulation of the interior fluid begins within the thickened edges. The impression is produced that each thickened edge contains a canal in which the circulation takes place. The further process is different from that in the former case. The walls do not grow towards one another forming a cross bridge over the old cavity, but we see here a gradual thickening of the whole old wall. Simultaneously a widening of the inner canal of the walls takes place. The fluid of the canal contains an ever increasing number of globules, and the circulation becomes faster. Six or seven hours after operating, the two thickenings which take place simultaneously on both sides come together in the median line of the bottom of the half-cylinder, forming by the union of the two canals a single cavity. The entire process may be observed in the living material.

Sections of the earliest stages show that the endodermal cells accumulate along the whole length of the edges. The new endodermal walls are soon afterwards overgrown by the ectoderm. In the following stages the cells in the center of the new walls disintegrate and give rise to the first globules which we see afterwards in circulation. In place of the disintegrated cells a kind of canal is formed in which the circulation of the fluid and granules begins. Later the innermost wall (fig. 5. a) of the canal extends downwards parallel to the old wall of the half-cylinder (in diagram 5. the direction of downgrowth is indicated by the arrow) and the widening of the canal is thus effected.

Fig. 5

The direction of the growth of this closing membrane is here different from the former case in which the folds have grown across towards another forming a bridge over the old cavity. The downgrowth of the closing membrane takes place here simulta-

neously on both sides. The inner walls (fig. 5. a) of the canals (α) which grow downwards reach the median line, unite and form from the two separate canals a single cavity (fig. 6). During the whole of this process the covering ectoderm grows down more slowly than the endoderm.

The closing membrane extends parallel to the old wall of the stem. It is clear that the stem retains in these cases the form of the half-cylinder even after the complete closing of the cavity (fig. 6).

It may be asked, Where does the material come from for the formation of the closing membrane?

For the formation of the first walls at the edges of the coenosarc the material arises from the endodermal layer. After formation of the canal within the wall the further process involves the dis-

Fig. 6.

Fig. 7.

placement of the coenosarc in the direction which is indicated in diagram 5. by the arrow. This observation accounts also for the fact that in these cases, after the formation of the definitive cavity has taken place, the whole coenosarc lies often in the bottom of the half-cylinder. The edges of the perisarc are prominent on both sides of the coenosarc (fig. 6). Karyokinetic division does not take place during the formation of the cavity.

3. In those cases in which the half-cylinder is very thin and contains very little of the living substance, the endodermal cells accumulate soon after the operation and form several layers overlying the primitive endoderm (fig. 7). The cells in these endodermal layers have often very different forms from those of the primitive endoderm. I think it very probable that this difference of form can be explained by the amoeboid movements which the cells have executed.

In the following stages (1—2 hours after the operation) the

ectoderm begins to overgrow the endodermal cells which are arranged in several layers; soon afterwards this endodermal tissue becomes surrounded by the ectodermal layer. The process of the disintegration and the production of the globules begins at several places in the endodermal layer (fig. 8), while the overgrowth is taking place. Later a circulation of the globules appears, and the cavity arising from degeneration of several cells becomes wider At last only two layers bounding the cavity remain: the endodermal cells forming the inner and ectodermal the outer layer.

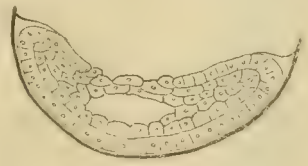


Fig 8

Whence arises this considerable. number of endodermal cells in the early stages of formation? An examination of these pieces of the stem after the formation of the new cavity gives evidence in favour of the view that the arrangement in several layers of the endoderm is the result of the migration of the cells from oral and aboral end to the middle part of the piece; we find at both ends only the perisarc while the coenosarc was accumulated in the more central part of the half-cylinder (comp. Morgan[1]) (01) fig. 25. p. 52). The new cavity which is formed in these cases is not the old cavity closed by the regenerative process, but an entirely new canal which is formed from the tubularian stem.

If the stem of tubularia is split lengthwise into unsymmetrical pieces which have in one place narrower, in another place broader walls, the manner of the formation of the cavity is dependent on the relative thickness of the different regions. The closing in the different regions follows one or the other of the precedent methods of closure according to the breadth of the region.

—

The first *Anlage* of the hydranth appears 2 to 4 days after the operation. Within these limits the time is variable and is always longer than in pieces split crosswise.

The part where the hydranth develops thickens and soon afterwards the tentacle „Anlagen" appear as longitudinal folds of

[1]) Morgan H. T. Regeneration. New-York. The Macmillan Company. 1901.

the coenosarc. In my complete paper the histology of the process will be treated more fully. It is not very different from the process of hydranth formation described by Stevens (01). I should state, however, that the first tentacle „Anlagen" appear here first on the old wall of the stem and afterwards on the closing membrane. After the formation of the tentacles the hydranth emerges from the perisarc by breaking through it. The hydranth with a small piece of the stem projects at right angle from the perisarc. The interpretation of this position is given by Morgan (01) who considers it as „the result of negative stereotropism".

Driesch[1]) (00) has shown that pieces from the oral end of the stem produce hydranths in a shorter time than pieces from the more aboral parts. This fact which I could often observe for the cross-cut pieces cannot be extended to those split lengthwise.

It is known that the hydranth in pieces cut crosswise develops at first at the anterior end and afterwards a hydranth develops also at the posterior end. The process of the development of the hydranth at the aboral end was discovered by Loeb[2]) who gave the name heteromorphosis to this phenomenon. But we see in the longitudinally split pieces that the hydranth can develop often at first at the aboral end (heteromorphosis: Loeb, Morgan) or in several cases, as I will describe later, in the middle of the stem. Only when a very small part has been removed lengthwise from the stem, does the latter produce the hydranth, first at the oral (anterior) end. In other cases the development of the hydranths at the anterior and posterior end is going on almost simultaneously or at very short intervals from each other. In many cases the hydranth is formed only at one end.

In those cases in which the stem is split lengthwise the operation brings about, I think, somewhat different internal conditions in the living organism. This change carries with it, I think, a change of the factors that have a determining influence upon the process of regeneration. Therefore the course of regeneration is here somewhat different from the process in pieces cut across.

[1]) Driesch H. Studien über das Regulationsvermögen der Organismen. Archiv für Entwickelungsmechanik. Bd. IX. 1900.

[2]) Loeb J. Untersuchungen zur physiologischen Morphologie. Würzburg, 1890.

But the most interesting results are those from pieces cut lengthwise unsymmetrically. The formation of the hydranths takes place in many cases under these conditions in the middle

Fig. 9. Fig. 10. Fig. 11.

of the length of the stem. Four days after the operation I could see near the thinner region of the stem, almost in the middle of its length. a much thickened part which gives the impression of a small vesicle (fig. 9. a). After one hour the tentacle „Anlagen" appeared at the base of this vesicle which remains in con-

nection with the rest of the stem. Within the vesicle the circulation of the globules may be seen very distinctly. On the opposite side of the thin region tentacle „Anlagen" appear also (fig. 10 ʒ) soon afterwards. I could observe the contractions of the coenosarc at intervals of a few minutes, and during one of its contractions the connection between two hydranth „Anlagen" was broken so that two separate hydranths were formed (fig. 11). The process of formation of the hydranths and the contraction of the coenosarc take place within the perisarc (fig. 11 np.) which is produced by the ectoderm of the closing membrane. The contractions of the coenosarc observed before the breaking of the stem within the perisarc brought positive proofs that the morphological connection between the perisarc and coenosarc at the region of the hydranths formation is broken.

In the next stages after complete development of the tentacles the hydranths break through the perisarc and emerge through the two apertures.

The development of the hydranth in the center of the stem is, I think, not without importance. It is a proof that the process of formation of the hydranth can take place while the continuity of the stem is not broken. The hydranths which are formed by the pieces cut longitudinally have a reduced number (9—16) of tentacles.

The hydranths of the pieces cut longitudinally break off after 2 to 5 days (autotomy). In some cases the breaking off of the living hydranths takes place, in other cases the hydranths die and subsequently become broken off. In the place of broken hydranths a new head regenerates after 3 to 4 days, and the number of its tentacles is still more reduced. I have never observed the regeneration of the hydranth a third time which often occurs in pieces cut crosswise.

Napoli. Zoological Station.

45. M. ADAM BOCHENEK. **Nowe szczegóły do budowy przysadki mózgowej płazów.** *(Neue Beiträge zum Bau der Hypophysis cerebri bei Amphibien). (Quelques nouveaux détails sur la structure de la glande pituitaire des amphibiens).* Mémoire présenté par M. C. Kostanecki m. t.

Boeke's neue Arbeiten über den Bau und die Bedeutung der Hypophyse bei Teleostierembryonen [1]) und der Infundibularregion des Amphioxus [2]) veranlassen mich, hier kurz meine Befunde bezüglich der Structur der Amphibienhypophyse zu veröffentlichen, während ich über eine genauere, auch an anderen Wirbelthieren durchgeführte Untersuchung in einiger Zeit berichten zu können hoffe.

In der Arbeit, die sich auf Teleostierembryonen bezieht, hat Boeke am hinteren Abschnitt des Infundibulums ein Gebilde nachgewiesen, das sich in frühen Entwickelungsstufen bildet und bis zum kritischen Stadium der Embryonen (die Embryonen konnten nur zu einem gewissen Stadium gezüchtet werden) unverändert bleibt. Das Gebilde kennzeichnet sich dem Charakter seiner Zellen nach ganz deutlich als ein Sinnesorgan. Boeke konnte nämlich in demselben zwei Zellenarten nachweisen: erstens grosse Zellen mit grossen runden Kernen und zweitens kleinere, schlanke Zellen mit kleineren, abgeplatteten Kernen. Die dem Ventrikellumen zugewandte Fläche der grossen Zellen war mit einer Reihe starker Wimperhaare bedeckt. Die Wimpern waren an ihren freien Enden bläschenförmig verdickt, und jede derselben stand im Zellprotoplasma mit einem Basalknötchen und mit einer feinen Fibrille in Zusammenhang. Diese Zellen scheinen Boeke darauf hinzuweisen, dass man es hier mit einem Sinnesorgane und nicht mit einer Drüse zu thun habe. Die grossen Zellen betrachtet Boeke als eigentliche Sinneszellen, während er die kleineren für den Stützzellen anderer Sinnesorgane analoge Gebilde hält. Dem Baue nach betrachtet also Boeke jenen Theil der Infundibularwand als ein, wenigstens in Embryonalstadien, morphologisch angelegtes Sinnesorgan.

In der Infundibularregion des Amphioxus hat Boeke auch ein ähnliches Organ nachweisen können. Es bestand aus wimpern-

[1]) J. Boeke. Die Bedeutung des Infundibulums in der Entwickelung der Knochenfische. Anat. Anzeiger. Bd. 20. S. 17. 1902.

[2]) J. Boeke. On the infundibular region of the brain of Amphioxus lanceolatus. Berichte der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Amsterdam. 19. April 1902.

tragenden Zellen. An diesen konnte man mit Hilfe der Apáthy'schen Nachvergoldungs-Methode Fibrillen nachweisen, die an der Zellenbasis in die Zelle hineintraten, ein Fibrillennetz um den Kern bildeten und zwischen den Ansatzpunkten der Wimpern endeten. Es gelang jedoch Boeke nicht, die Fibrillen auf eine längere Strecke, bevor sie an die Zelle traten, zu verfolgen. Auch hier haben die Zellen den ausgesprochenen Charakter von Sinneszellen, so dass Boeke das ganze Infundibularorgan des Amphioxus als ein Sinnesorgan betrachtet, das dem von ihm bei Teleostierembryonen nachgewiesenen Infundibularorgane zu entsprechen scheint. Die Function dieses Organes bleibt für Boeke räthselhaft, vielleicht bildet, wie er vermuthet, der gesteigerte oder verminderte Gehirndruck den zur Perception gelangenden Reiz.

Als ich vor einigen Jahren meine Untersuchungen über das Vorderhirn der Amphibien[1]) veröffentlichte, habe ich schon damals darauf hingewiesen, dass zahlreiche Nervenfasern in den vorderen Abschnitt der Hypophyse hineindringen und hier endigen. Schon damals habe ich vermuthet, dass man es in der Infundibulardrüse mit einem rückgebildeten Sinnesorgane zu thun habe. Ich wandte mich daher zur Untersuchung der Fische, namentlich des Karpfens, bei dem ich eine ganz ähnliche Nervenbahn gefunden habe, wie bei den Amphibien. Das genauere Verhältnis der Nervenbahn zur Hypophyse habe ich beim Karpfen bisher nicht genauer feststellen können, da ich vorläufig das nöthige embryonale Material nicht zur Verfügung hatte.

Meine bisherigen Untersuchungen beziehen sich auf *Salamandra maculosa*, *Triton taeniatus* und *Rana*. Die Hauptresultate verdanke ich der Golgi'schen Chromsilberimprägnation, doch zog ich auch Präparate, die mit Hilfe anderer Methoden angefertigt wurden, in Betracht. In hohem Grade zweckmässig erwiesen sich Serienpräparate von Gehirnen, die mit der Schädelkapsel fixiert und mit den entkalkten Schädelknochen geschnitten wurden. Nur an der Hand solcher Präparate kann man eine richtige Anschauung über die Gestalt des Gehirnes gewinnen. Sogar beim sorgfältigsten Präparieren wird immer die äussere Gestalt des Gehirns geändert.

[1]) A. Bochenek. Drogi nerwowe przedmóżdża salamandry plamistej. (Die Nervenbahnen des Vorderhirns von Salamandra maculosa). Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie. Juillet 1899.

Die Hypophyse der Amphibien ist bis jetzt von Edinger[1]), Braem[2]) und Bela Haller[3]) genauer untersucht worden. Eine Beschreibung derselben bei verschiedenen Amphibiengruppen finden wir aber nur in der Arbeit von Haller.

Haller's Untersuchungen haben die Unterschiede des Baues der Hypophyse der Anuren und Urodelen festgestellt. Mit den sehr genauen Untersuchungen Haller's stehen auch meine Untersuchungen im allgemeinen in Uebereinstimmung. Dank der Golgi'schen Methode konnte ich jedoch manches nachweisen, was Haller bei seinen Untersuchungen entgangen ist.

Bei den Urodelen ist die Hypophyse viel einfacher gebaut als bei den Anuren, bei denen das ganze Gehirn eine weit compliciertere Structur aufweist. Der Drüsentheil der Hypophyse bildet bei den Urodelen ein einheitliches, aus Drüsenschläuchen zusammengesetztes Organ.

Der zweite vordere Abschnitt der Hypophyse, die „glandula infundibuli“[4]) ist beim Triton und Salamander „ein durchaus massives, mehr oder weniger mächtiges Gebilde“. Beim Salamander soll sich dasselbe mit dem „Hypophysenpolster“ in innigster Weise verbinden. Hypophysenpolster nennt Haller eine Verdickung des einfachen Epithels, das vom oberen Rande der Glandula Infundibuli zur Basis des III Gehirnventrikels hinzieht.

Die Glandula Infundibuli, die selbst als eine Verdickung des primären Nervenepithels des Infundibulums zu betrachten ist, steht durch eine einfache Epithelschicht mit dem unteren Theile des Infundibulums im Zusammenhang. Dieses Epithel liegt in seiner ganzen Breite der vorderen Fläche der Hypophysendrüse an. Eine

[1]) L. Edinger. Untersuchungen über die vergleichende Anatomie des Gehirns. 2. Das Zwischenhirn der Selachier und der Amphibien. Abh. der Senkenbrg. Naturforsch. Gesell. Frankfurt a. M.

[2]) F. Braem. Epiphysis und Hypophyse von Rana. Zeitschr. für wissenschaftliche Zoologie. Bd. 63. 1897.

[3]) Bela Haller. Untersuchungen über die Hypophyse und die Infundibularorgane. Morphologisches Jahrbuch. Bd. 25. 1896.

[4]) An der Hypophyse der Amphibien sind von Haller zwei drüsige Abschnitte nachgewiesen. Der vordere (Fig. 1. Gl. Inf.) steht mit dem Nervensysteme im Zusammenhang und bildet die „Glandula Infundibuli“ oder Infundibulardrüse, der hintere dagegen entspricht dem drüsigen Theile der Hypophyse der Säuger und bildet die sogenannte Hypophysendrüse.

ähnliche Epithelschicht zieht von der Glandula Infundibuli zur unteren Fläche des III Gehirnventrikels (Fig. 1.).

Die Glandula Infundibuli entspricht ihrer Lage nach genau diesem Abschnitte der Infundibularwand, in der Boeke die Sin-

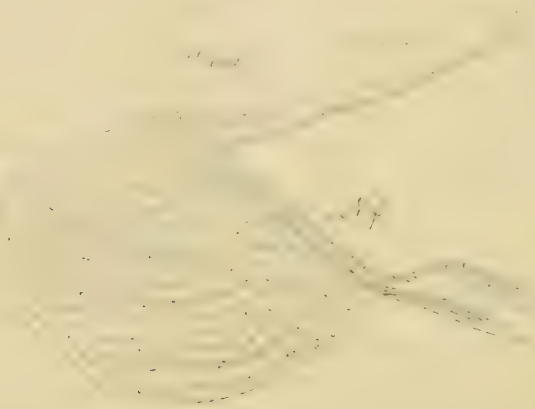


Fig. 1. Sagittalschnitt durch die Hypophyse vom Salamander (Schema). Gl. inf. Glandula Infundibuli; N. f. Nervenfasern.

neszellen bei Teleostierembryonen nachgewiesen hat; dass sie ein dem Infundibularorgane Boeke's homologes Gebilde darstellt, scheint mir ausser jedem Zweifel zu sein. Auf die Glandula Infundibuli beziehen sich auch meine neuen Befunde.

Aus dem untersten Theile der Infundibularwand, die aus Nervenzellen und Nervenfasern besteht, begeben sich zahlreiche Nervenfasern (Fig. 1 N. f.) in der Richtung der Glandula Infundibuli. Auf ihrem Verlauf gegen die Infundibulardrüse liegen sie unter der epithelialen Schicht, welche die vordere Wand der Hypophysendrüse bedeckt. Zur Hypophysendrüse geben die Fasern keine Zweige ab, sie bilden nur unter dem Epithel eine flache Schicht, in der sie sich in mannigfacher Richtung durchkreuzen. Infolge ihrer zahlreichen Kreuzungen erscheinen sie in Schnitten, welche mehr parallel zur Epithelschicht geführt wurden, als ein vielmaschiges Nervennetz, das der vorderen Fläche der Hypophysendrüse anliegt.

Indem ich nach dem Ursprung dieser Fasern suchte, konnte ich den Zusammenhang einiger derselben mit Nervenzellen der unteren Wand des Infundibulums ganz genau feststellen. Ob aber

manche von ihnen nicht auch aus anderen Regionen des Vorderhirns stammen, lässt sich nicht sicher ausschliessen.

An der vorderen Wand der Hypophysendrüse gelangen die Fasern in die Infundibulardrüse, wo sie einen äusserst dichten Nervenfilz bilden. An weniger imprägnierten Präparaten, in denen man einzelne Fasern ganz sicher verfolgen konnte, war es mir möglich, die Endverzweigungen der Fasern zu beobachten. In drei oder vier terminale kleine Ästchen getheilt, endeten sie in der Glandula Infundibuli. Der dichte Nervenfilz bildet den Hauptbestandtheil der Infundibulardrüse, die spärlichen Zellen derselben sind, wie es mir am wahrscheinlichsten erscheint, der Überrest der primären Sinneszellen, die Boeke nachgewiesen hatte; das Epithel, das die Glandula bedeckt, hat aber den Charakter des Sinnesepithels gänzlich verloren.

Der fibrilläre Bau der Glandula Infundibuli war auch Haller bekannt, er kam aber zu der irrigen Meinung, man habe es hier mit einem neurogliösen Gebilde zu thun. Indessen können wir ganz sicher feststellen, dass die Fibrillen nervöser Natur sind, da die Neuroglia bei Amphibien nur in Gestalt von Ependymzellen vorkommt.

Unsere Untersuchungen haben also nachgewiesen, dass Nervenfasern in die Infundibulardrüse hineindringen und hier enden. In derselben Gegend also, in welcher Boeke bei Teleostiern sein Infundibularorgan nachgewiesen hat, finden wir bei Amphibien eine Nervenbahn, die hier ihr Ende findet. Die Existenz eines Sinnesorganes ohne einer Nervenbahn wäre ja gar nicht denkbar.

Die Nervenfasern, die sich also in der Glandula Infundibuli der Amphibien auffinden liessen, scheinen dazu gedient zu haben, die Reize, welche die Sinneszellen des Infundibularorgans trafen, weiter zu leiten. Eine solche Bahn liess sich auch ganz sicher beim Karpfen darstellen.

Beim Salamander, wenigstens beim erwachsenen Thier, scheint die Infundibulardrüse ihre primäre Bedeutung als Sinnesorgan gänzlich verloren zu haben, da die kleinen Zellen derselben jedes Merkmals von Sinneszellen entbehren, die Nervenbahn aber, welche die Zellen mit dem übrigen Gehirn in Verbindung setzte, ist noch deutlich vorhanden.

Die Hypophyse des Frosches, den ich als Repräsentanten der Anuren untersucht habe, zeigt in mancher Hinsicht mehr compli-

cierte Verhältnisse als die der Urodelen. Die Hypophysendrüse bietet wenig veränderte Verhältnisse, dagegen ist die Glandula Infundibuli viel mächtiger entwickelt. Sie bildet ein längliches, an beiden Enden stark verdicktes Organ, an dem zwei verschiedene Segmente zu unterscheiden sind, das vordere ähnelt ganz der Glandula Infundibuli der Urodelen, das zweite hintere enthält zahlreiche Zellen, die ihrem Verhalten zu Farbstoffen nach als den Zellen der Hyphophysendrüse nahe stehende Elemente erscheinen. Die Golgi'sche Methode zeigt im vorderen Segmente derselben ganz ähnliche Verhältnisse wie die der Glandula Infundibuli der Urodelen. Eine Nervenbahn, die im unteren Abschnitte des Infundibulums

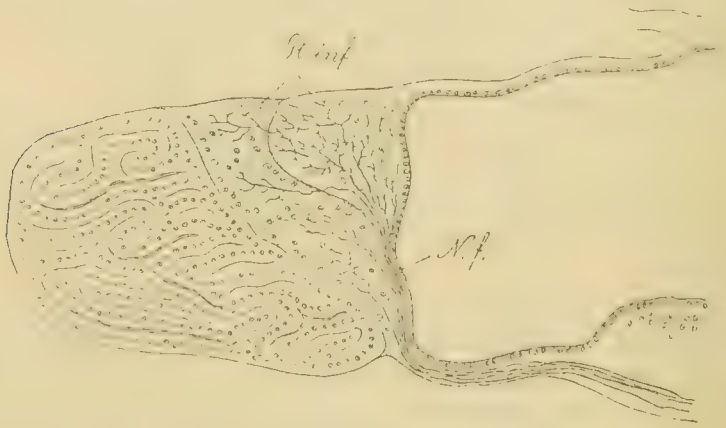


Fig. 2. Sagittalschnitt durch die Hypophyse des Frosches. (Schema) Gl. inf. Glandula Infundibuli; N. f. Nervenfasern.

beginnt, tritt unter dem nervösen Epithel in die Infundibulardrüse und bildet hier ein dichtes Geflecht. Da die Fasern beim Frosche sehr zahlreich sind, so bilden sie ein dichteres Netz, als wir es beim Salamander fanden.

Während aber die Glandula Infundibuli der Urodelen ein einheitliches Gebilde darstellte, tritt bei den Anuren der hintere Abschnitt der Glandula hinzu. Derselbe steht auch mit der in den vorderen Abschnitt der Glandula gelangenden Nervenbahn im Zusammenhang. Zahlreiche Nervenfasern verlassen die Hauptrichtung der Nervenbahn, die sich in den vorderen Abschnitt der Glandula begiebt, und treten in den hinteren Theil derselben hinein. Hier verzweigen sich diese Fasern und enden zwischen den Zellen

dieses Glandulasegmentes. Dasselbe ist ein neues Gebilde, das noch bei den Urodelen nicht aufzufinden war. Es bildet, wie es mir scheint, die Anlage der ganzen Infundibulardrüse höherer Wirbelthiere. Es scheint bei den Anuren phylogenetisch neu angelegt zu sein.

Die Resultate meiner Untersuchung sind also folgende:

1. In die Hypophyse tritt vom unteren Theile des Infundibulums eine Nervenbahn ein, die in der Glandula Infundibuli endet.

2. Die Glandula Infundibuli besteht bei Urodelen aus einem einzigen Segmente, sie ist auch bei ihnen fast ausschliesslich durch ein dichtes Nervenfaserngeflecht gebildet. Bei Anuren dagegen sind in der Glandula Infundibuli zwei Segmente zu finden, das vordere entspricht ganz dem Baue nach der Glandula Infundibuli der Urodelen, das hintere dagegen ist ein bei den Anuren neu erscheinendes Gebilde.

3. Die Meinung Boeke's, man habe das Infundibularorgan als ein Sinnesorgan zu betrachten, erhält durch den Nachweis einer in die Glandula Infundibuli (dem Infundibularorgane homologes Gebilde) hinziehenden Nervenbahn eine neue Stütze.

---

46. M. MIECISLAS JAWOROWSKI. „Apparato reticolare" Golgi'ego w komórkach zwojów międzykręgowych niższych kręgowców. (*„Apparato reticolare" von Golgi in Spinalganglienzellen der niederen Wirbelthiere). („L'apparato reticolare" de M. Golgi dans les cellules des ganglions spinaux des vertébrés inférieurs (oiseaux, amphibiens)).* Mémoire présenté par M. C. Kostanecki m. t.

(Planche XXXIII).

In den letzten Jahren hat Golgi in einer Reihe von Arbeiten[1]) im Protoplasma der Nervenzellen von erwachsenen Säuge-

[1]) C. Golgi: Intorno alla struttura delle cellule nervose. (Boll. della Soc. med. chir. di Pavia. 1898. No. 1 e Arch. ital. de Biologie t. XXX. fasc. 1).

— Sulla struttura delle cellule nervose dei gangli spinali. (Boll. della Soc. med. chir. di Pavia. 1898. No. 2 e Arch ital. de Biologie t. XXX. fasc. 2).

thieren und Säugethierembryonen auf Grund seiner ein wenig modificierten Chromsilbermethode ein neues Gebilde beschrieben, bestehend aus netzförmig sich verbindenden Fasern, welches er mit dem Namen „*apparato reticolare*“ belegt hat.

In den Präparaten, in welchen die Imprägnation gut gelungen ist, bildet der „apparato reticolare“ ein sehr unregelmässiges, aus gelbbräunlich gefärbten Fäden gebildetes Netz, welches einen grösseren Theil des Zellprotoplasmas einnimmt. Die Fäden, welche das Netz bilden, sind von ungleichmässiger Dicke; in einigen Zellen sind sie sehr fein und dünn, in anderen hingegen dicker, doch kommt es vor, dass auch in derselben Zelle das Netz aus Fasern verschiedener Dicke besteht. Die einzelnen Fäden verbinden sich miteinander, und von der Zahl dieser Verbindungen hängt die Dichte des Netzes ab, wodurch letzteres in manchen Zellen eng, in manchen wiederum weitmaschiger wird. An den Stellen, wo sich die Fäden miteinander verbinden, sieht man gewöhnlich mehr intensiv gefärbte Knötchen, welche Golgi als „dischetti nodali“ bezeichnet. Ähnliche Knötchen fand Golgi aber auch im Verlaufe des Fadens, nicht selten auf dem freien Ende desselben.

Die Lage des Netzes in der Zelle ist verschiedenartig, es ordnet sich entweder um den Kern oder an den Polen der Zelle an; in letzterem Falle ist es gegen die Zellperipherie mit seiner breiten, convexen Seite gerichtet, während einzelne Fäden der Mitte sich zuwenden. Öfters befinden sich in einer Zelle mehrere Netze, welche entweder getrennt oder durch einfache Fäden miteinander verbunden sind. Der „apparato reticolare“ stellt sich in diesem Falle wie aus Läppchen zusammengesetzt dar. Diesen lappigen Bau sah Golgi besonders deutlich in den Spinalganglienzellen des Pferdes ausgeprägt. In diesen Zellen bildete der „apparato reticolare“ grössere oder kleinere Knäuel, welche mit feinen Fäden verbunden waren.

Der „apparato reticolare“ kann sich in allen Schichten des Zellprotoplasmas befinden, sogar auch an den der Peripherie nahe

— Di nuovo sulla struttura delle cellule nervose dei gangli spinali. (Boll. della Soc. med. chir. di Pavia 1899. No. 1. e Arch. ital. de Biologie t. XXXI. fasc. 2).

— Sulla struttura delle cellule nervose del midollo spinale. (Società med. chir. di Pavia. Juglio 1899).

— Intorno alla stuttura delle cellule nervose della corteccia cerebrale. (Verhandl. der Anat. Gesellschaft. XIV Versammlung in Pavia. 1900).

gelegenen Theilen; immer jedoch findet sich zwischen der Zelloberfläche und dem Netze ein Raum, der von ganz fadenlosem Protoplasma eingenommen ist. Dieser kann kleiner oder grösser sein, ist aber stets deutlich wahrzunehmen; Golgi stellt also fest, dass der „apparato reticolare" ein deutlich endocelluläres Gebilde ist (... „apparato reticolare mentre é abbastanza nettamente limitato all'esterno"...), er steht in keinem Zusammenhange mit den interstitiellen Räumen und mit den Fasern, welche die Oberfläche der Zelle umgeben.

Sehr oft fand Golgi auch einen vom „apparato reticolare" freien Protoplasmastreif rings um den Kern herum, in manchen Fällen jedoch traten an die Oberfläche des letzteren einzelne Fasern des „apparato". Bei Untersuchung des intracellulären Netzes bei Säugethierembryonen in verschiedenen Entwicklungsstadien kam Golgi zur Überzeugung, dass dasselbe bei diesen seltener und weniger ausgebildet ist als in Nervenzellen älterer Thiere. Bei letzteren tritt sein charakteristischer Bau viel deutlicher hervor, das Netz ist dichter und stärker. In den Nervenzellen der Embryonen dagegen, besonders in den frühen Entwicklungsstadien, kann man an verschiedenen Stellen der Zelle, am häufigsten in der Nähe des Kernes, einzelne Schlingen nachweisen, welche ein feines und lockeres Netz bilden. Der Charakter des Netzes hängt auch von der Grösse der Zelle ab; in den kleineren Zellen war das Netz viel deutlicher als in den grösseren, in welchen die Bestandtheile des Netzes die Tendenz zur Bildung isolierter Bündel und Schlingen zeigen.

Golgi hat den „apparato reticolare" in den Spinalganglienzellen, in den grossen Zellen, von welchen der IV Gehirnnerv ausgeht, in den Purkinje'schen und in den Zellen des Rückenmarkes und der Gehirnrinde nachgewiesen.

Die Arbeiten Golgi's haben ein reges Interesse hervorgerufen und gaben Anlass zu einer ganzen Reihe von Untersuchungen, die sich zur Aufgabe nahmen, das Wesen dieses interessanten Gebildes zu erklären.

Veratti fand bald nach Golgi das intracelluläre Netz in Ganglienzellen des Sympathicus [1]).

[1]) E. Veratti: Ueber die feinere Structur der Ganglienzellen des Sympathicus (Anat. Anz., Bd. XV., No 11. 12. 1898).

In diesen Zellen besteht der „apparato reticolare“ ähnlich wie in Spinalganglienzellen aus sehr feinen oft miteinander anastomosierenden Fasern und nimmt das ganze Zellprotoplasma mit Ausnahme eines engen, oberflächlichen Streifens der Zelle ein. Die Fäden dringen niemals in den Kern selbst ein, oft jedoch hat man den Eindruck, dass sie seine Oberfläche berühren. Der Verlauf der Fäden ist sehr verwickelt und ihr Aussehen verschieden. Einige sind voneinander weiter entfernt und erscheinen intensiver gefärbt, andere liegen näher beieinander und weisen dunklere Knötchen auf.

Der Charakter des Netzes ist also bei dem Untersuchungsobject Veratti's im allgemeinen ähnlich dem von Golgi beschriebenen.

Die Resultate der Untersuchungen von Golgi und Veratti hat unlängst auch Soukhanoff[1]) für die Spinalganglienzellen des Kaninchens bestätigt.

Golgi und Veratti haben auch die Frage über die Natur des von ihnen nachgewiesenen „apparato reticolare“ erörtert.

Dass man es im „apparato reticolare“ nicht mit denselben Fibrillen zu thun hat, welche in letzten Zeiten Apáthy[2]) und Bethe[3]) in der Nervenzelle nachgewiesen haben, war leicht zu entscheiden. Der „apparato reticolare“ war den von Bethe beschriebenen Fibrillen nicht im mindesten ähnlich, von den Apáthy'schen Fibrillen unterschied er sich gänzlich, da er ein ausschliesslich in einer Zelle eingeschlossene Organ bildete, während Apáthy's Fibrillen von einer Zelle zur anderen sich begeben und dieselben direct verbinden.

Andere Gebilde, deren Identität mit dem „apparato retico-

[1]) S. Soukhanoff: Réseau endocellulaire de Golgi dans les éléments nerveux des ganglions spinaux. (Revue neurologique. T. IX. No 24. Paris 1901).

[2]) Apathy: Das leitende Element des Nervensystems und seine topographischen Beziehungen zu den Zellen. (Mittheilungen aus der zoologisch. Station zu Neapel. Vol. XII. 1897.

[3]) Bethe: Das Nervensystem von Carcinus Maenas. (I. II. III. Arch. für mikrosk. Anatomie. Vol. L, 1897.; Vol. LI, 1898).

— Ueber die Primitivfibrillen in den Ganglienzellen von Menschen und anderen Wirbelthieren. (Morphol. Arbeiten. Vol. VIII, 1898).

— Ueber die Neurofibrillen in den Ganglienzellen von Wirbelthieren und ihre Beziehung zu den Golginetzen. (Arch. f. mikrosk. Anat. Bd. LV. 1900).

lare“ man in Betracht ziehen konnte, waren „die Kanälchen“, welche Holmgren[1]) durch verschiedene Methoden in einer ganzen Reihe von Nervenzellen nachgewiesen hat. Holmgren selbst glaubt fest an die Identität dieser beiden Gebilde, Golgi jedoch trat seiner Auffassung entgegen, da „die Kanälchen“ von Holmgren deutlich mit den intercellulären Räumen communicieren, während sein „apparato reticolare“ mit der Oberfläche der Zelle in keiner näheren Beziehung steht.

Eine dritte Möglichkeit war die, dass man es hier mit einem specifisch differenzierten Protoplasma zu thun hat. Diese Vermuthung könnte in der Thatsache eine Unterstützung finden, dass einige Schüler Golgi's dem „apparato reticolare“ ähnliche Gebilde auch in anderen Zellen und nicht nur in den Nervenzellen fanden.

Pensa[2]) und Negri[3]) entdeckten ähnliche Gebilde in den Zellen mancher Drüsen (Nebenniere, Ohrspeicheldrüse, Bauchspeicheldrüse, Schilddrüse), Pensa ausserdem in den Knorpelzellen.

Alle oben erwähnten Autoren haben ihre Forschungen ausschliesslich an Säugethieren angestellt. Die Frage, ob der „apparato reticolare“ Golgi's sich nur in den Zellen der Säugethiere vorfindet, oder ob er auch bei den niederen Wirbelthieren vorhanden ist, blieb bis jetzt unbeantwortet. Golgi erwähnt nur gelegentlich in einer seiner Arbeiten, dass er den „apparato reticolare“ auch in Purkinje'schen Zellen des Kleinhirns eines Vogels (Strix flammea) fand.

Da an niederen Thieren, als den einfacheren Organismen, angestellte Forschungen die oftmals nicht ganz klaren Resultate der an Säugethieren ausgeführten Untersuchungen aufzuklären im

[1]) Holmgren: Zur Kenntnis der Spinalganglienzellen des Kaninchens und des Frosches. (Anat. Anz., XVI Bd., No 7. 1899).

— Weitere Mittheilungen über den Bau der Nervenzellen. (Anat. Anz., XVI Bd., No. 15, 16. 1899).

— Studien in der feineren Anatomie der Nervenzellen. (Anat. Hefte., XV. Bd., XLVII. Heft. 1900).

[2]) A. Pensa: Sopra una fina particolarità di struttura di alcune cellule delle capsule soprarenali (Soc. med. chir. di Pavia, 1899).

— Osservazioni sulla struttura delle cellule cartilaginee. (Soc. med. chir. di Pavia 1901.; Compte Rendu de l'Association des Anatomistes. 1901. III. Session).

[3]) A. Negri: Di una fina particolarità di struttura delle cellule di alcune ghiandole dei mammiferi. (Soc. med. chir. di Pavia. Dicembre 1899).

Stande sind, beschloss ich, mit der von Golgi angegebenen und von Veratti modificierten Imprägnationsmethode den Bau der Nervenzellen der Vögel und Amphibien zu untersuchen.

Als Repräsentanten der Vögel wählte ich hiezu die Taube (Columba domestica), als den der Amphibien den Frosch (Rana temporaria).

Vorsichtig präparierte Spinalganglien der Taube oder des Frosches legte ich ins Verratti'sche Gemisch, welches aus 10 Theilen einer 1% Osmiumsäure und aus ebenso vielen Theilen von 5% Kali bichromicum und Platinchlorid in einer Lösung von 1:1000 besteht. In diesem Gemisch verblieben die Präparate 5—6 Tage in einem dunklen Raum aufbewahrt. Diese Zeit erwies sich nach mehreren Proben als die beste zur Gewinnung einer guten Imprägnation der Nervenzelle. Nach dieser Zeit legte ich die Spinalganglien in eine 0·75% Lösung von Argentum nitricum. Um die Präparate hiebei von allen Seiten gleichmässig der Wirkung des Silbernitrats auszusetzen, legte ich sie auf ein kleines Stück Watte, worauf ich das Gefäss ins Dunkle stellte. Obwohl die Imprägnation der Zellen auch beim Verbleiben der Präparate im Tageslichte erfolgte, war sie doch viel deutlicher und gelang in einer grösseren Zahl von Zellen bei der Behandlung mit Silbernitrat im Dunklen. In der Silberlösung verblieben die Präparate 2 bis 3 Tage, dann führte ich dieselben durch 96% und absoluten Alkohol hindurch, worauf ich sie in Celloidin einbettete. Ich verfertigte nun grobe, 40—50 μ dicke Schnitte (um ganze Zellen auf einem Schnitt untersuchen zu können), worauf ich die Schnitte in Alkohol entwässerte und dann durch Chloroform in Cedernholzöl überführte, in welchem ich die Präparate auf Objectträgern aufbewahrte.

Die Spinalganglienzellen der Taube zeigen den Säugethieren ähnliche Typen. Ein grosser, bläschenförmiger Kern liegt in der Mitte der Zelle, und das Protoplasma zeigt in den mit der Nissl'schen Methode gefärbten Präparaten grosse Mengen der chromatophilen Körnchen. Was die Grösse der Zellen betrifft, so findet man unter ihnen ziemlich bedeutende Unterschiede; der Unterschied der Grösse ist aber niemals so stark, wie wir ihn später beim Frosche antreffen werden. Im Verhältnis zum Kerne, welcher sich immer in der Mitte der Zelle befindet, nimmt der „apparato reticolare“ eine ganz ähnliche Lage ein, wie bei den Säugethieren.

In der centralen Schicht des Protoplasmas zwischen dem Kern und der Zelloberfläche vertheilt sich das ganze Netz der Fäden, welche den „apparato reticolare“ bilden. Diesen Typus der Anordnung sieht man am besten auf dünnen Präparaten, wo die Zelle angeschnitten ist (Fig. 4). Man sieht ausserdem an der Oberfläche der Zelle rings um den „apparato“ eine helle Protoplasmaschicht, in welcher wir den „apparato“ nicht finden. Die Fäden selbst sind von sehr verschiedener Dicke (Fig. 2) und verbinden sich entweder korbförmig um den Kern (Fig. 1), oder sie bilden lose Schlingen und von einander unabhängige Bündel (Fig. 3), was besonders in den grösseren Zellen vorkommt.

An den Stellen, wo sich die einzelnen Fäden verbinden, bemerkt man sehr deutliche Ausbreitungen und Verdickungen, ähnlich wie es Golgi bei den Säugethieren beobachtete, sie kommen aber auch öfters an den freien Enden der Fäden des „apparato“, vor. Auf manchen Fäden selbst sieht man hie und da mehrere solcher Knötchen (Fig. 4), welche sich an einander reihend den Fäden ein rosenkranzartiges Aussehen verleihen. Überhaupt scheint das Netz bei den Vögeln nicht so dick zu sein und seine Maschen sind verhältnismässig gross und weniger zahlreich. Ich habe bei den Vögeln — geradeso wie Golgi bei den Säugethieren — den „apparato reticolare“ niemals in der äusseren Protoplasmaschicht vorgefunden, ebensowenig das Eindringen der Fäden in den Achsencylinderfortsatz gesehen.

Die Spinalganglienzellen des Frosches unterscheiden sich deutlich von jenen der Vögel und Säugethiere dadurch, dass der Kern grösstentheils nicht in der Mitte, sondern näher der Peripherie oder auch ganz nahe an der Zelloberfläche liegt (Fig. 6 und 7). Untereinander unterscheiden sich die Zellen deutlich durch ihre Grösse; aus den genauen Messungen Lenhossék's[1]) wissen wir, dass der Durchmesser der grössten Zellen 90μ, der kleinsten kaum 10μ beträgt.

Es ist mir gelungen, das Netz in den Zellen jeder Grösse nachzuweisen. Sein Charakter jedoch ist in verschiedenartigen Zel-

[1]) M. v. Lenhossék: Untersuchungen über die Spinalganglien des Frosches (Archiv. für mikrosk. Anat., 26. Bd. 1886).

— Centrosom und Sphäre in den Spinalganglienzellen des Frosches (Arch. für mikrosk. Anatomie, 46 Bd. 1895).

len verschieden. Da ich meine Untersuchungen über die Froschzellen in der Winterszeit begonnen hatte, so hatte ich es mit Fröschen zu thun, welche den Winter im Aquarium verlebten. In den Spinalganglienzellen dieser Frösche traten intensiv schwarz gefärbte Fettkügelchen auf, und der „apparato reticolare“ liess sich nur in wenigen Zellen, und nur in Gestalt einzelner Knäuel nachweisen. Als die Frühlingszeit es mir dann ermöglichte, frische Frösche als Material zu benützen, konnte ich in denselben den „apparato reticolare“ sehr deutlich wahrnehmen. Ob ich die ungenügende Ausbildung des „apparato“ in den von mir im Winter untersuchten Fröschen dem thatsächlichen Fehlen desselben oder meiner noch nicht hinreichenden Erfahrung in der Handhabung der Untersuchungsmethode zuschreiben soll, bin ich vorläufig nicht im Stande zu beurtheilen. Thatsache ist es jedenfalls, dass in den Zellen der frischen Frösche die Fettkügelchen, die sich bei den Winterfröschen immer vorfanden, gänzlich fehlten.

Lange Zeit hindurch erhielt ich die Bilder vom „apparato reticolare“ nur in Zellen kleiner und mittlerer Grösse, später jedoch auch eine grosse Reihe von Präparaten, in welchen das Netz ebenso scharf in kleineren, wie auch in grösseren Zellen hervortrat. Der „apparato“ bestand am häufigsten aus einzelnen Läppchen, welche sich mit einander mittels Fäden verbanden. Die Thatsache, dass es in kleineren Nervenzellen leichter ist, den „apparato reticolare“ deutlich sichtbar zu machen, steht wahrscheinlich im Zusammenhange mit der für die kleineren Zellen charakteristischen Eigenschaft der grösseren Absorbtionsfähigkeit von Chromsalzen. Bekanntlich absorbieren nämlich die kleineren Spinalganglienzellen des Frosches mehr Chromsalze als die grossen, weshalb sie auch „chromophile Zellen“ benannt werden. Dieselbe grössere Tinctionsfähigkeit der kleinen Zellen, welche Golgi auch bei den Säugethieren beobachtete, fand ich auch in den Spinalganglienzellen der Taube und des Frosches. Was das genauere Verhalten des Netzes betrifft, so muss ich vor allem erwähnen, dass sich nicht alle Fäden gleich imprägnieren. Einige sind ganz dunkel, andere heller gefärbt, andere wieder imprägnieren sich nur an ihren Rändern, während die Mitte lichter bleibt. Die Fäden sind von verschiedener Grösse, es sind dünnere und gröbere miteinander vermischt. Die dünneren anastomosieren häufiger miteinander als die gröberen und bilden ein mehr compactes Netz. An den Verbindungs-

stellen der Fäden sind oft dunklere, in Gestalt und Grösse verschiedenartige Körner sichtbar. Es sind gewöhnlich Knötchen, welche in ihrer Mitte eine kleine Öffnung besitzen, was ihnen das Aussehen eines Ringes verleiht. Auch am Ende und in dem Verlaufe des Fadens sah ich solche Verdickungen.

Wie ich schon oben erklärte, liegt der Kern in den Spinalganglienzellen des Frosches excentrisch und nicht selten ganz nahe der Oberfläche der Zelle. Der „apparato reticolare" richtet sich nach der Lage des Kernes. In manchen Fällen schliesst er (Fig. 6, a) den Kern ein, wie dies bei Säugethieren und Vögeln der Fall ist, in anderen dagegen wird er vom Kerne auf die Weise abgedrängt, dass er nur einen Theil der Zelle einnimmt (Fig. 6, b und 7). In grösseren Zellen entsendet der „apparato" in solchen Fällen einzelne Fäden, welche zwischen den Kern und die Zellperipherie eindringen. In diesen wie auch in vielen anderen Fällen liegen die einzelnen Fäden an der Oberfläche des Kernes (Fig. 6. b), niemals jedoch habe ich dieselben in letzteren selbst eindringen sehen. In der überwiegenden Mehrzahl bestand der „apparato reticolare" aus grösseren und kleineren Knäueln, welche sich miteinander durch längere Fäden verbanden (Fig. 5 und 7). Das Netz zeigte dadurch einen dem von Golgi in Nervenzellen des Pferdes beobachteten ähnlichen lappigen Bau.

Alle diese Einzelheiten im Baue des „apparato reticolare" beziehen sich auf die kleinen und mittleren Nervenzellen. In den grossen Zellen stellt er sich ein wenig anders dar. Der „apparato reticolare" nahm in ihnen immer nur einen Theil der Zelle ein und besass sehr unregelmässige Formen (Fig. 5).

In den Zellen aller Typen, in den grossen wie in den kleinen, befand sich der „apparato reticolare" nur in der mittleren Schicht des Zellprotoplasmas und um das Netz ringsum blieb immer ein freier, wenn auch bisweilen nur kleiner, Protoplasmastreifen. In keinem von meinen zahlreichen (von ungefähr 70 Fröschen stammenden) Präparaten habe ich jedoch die Fäden des „apparato reticolare" aus der Zelle herausgehen oder seine Oberfläche berühren gesehen.

Meine Untersuchungen stehen also in dieser Hinsicht in Übereinstimmung mit den von Golgi erhaltenen Resultaten und im Widerspruch mit denen Holmgren's, welcher Verbindungen dieser Fasern mit der Zelloberfläche erwähnt. Wir sehen also, dass

der „apparato reticolare“ bei Vögeln und Amphibien ein aus Fäden zusammengesetztes Gebilde ist, welches nur die inneren Protoplasmaschichten einnimmt und sich bezüglich seiner Lage der Lage des Kerns anpasst, und dass derselbe ein nicht nur den Nervenzellen der Säugethiere, sondern auch denen der Vögel und Amphibien eigenthümliches Gebilde darstellt. Eine Erklärung des Wesens des „apparato reticolare“ geben auch meine Untersuchungen nicht. Ähnlich wie es Golgi für die Säugethiere behauptet hat, müssen auch wir feststellen, dass der „apparato reticolare“ weder den Nervenfibrillen von Apáthy noch den von Holmgren beschriebenen „Kanälchen“ entspricht. Während nämlich die Apáthy'schen Fibrillen einerseits von einer Zelle zu der anderen hinüberziehen und sie unmittelbar mit einander verbinden, die „Kanälchen“ von Holmgren andererseits mit den pericellulären Räumen in Zusammenhang stehen, ist der „apparato reticolare“ sowohl bei Vögeln und Amphibien wie auch bei Säugethieren ein in einer Zelle eingeschlossenes Gebilde, welches in keinem Zusammenhange mit ihrer Oberfläche steht.

Da ich in meinen vergleichend-histologischen Untersuchungen keinen Aufschluss über das Wesen des „apparato reticolare“ erhielt, so habe ich in letzter Zeit eine Reihe von Versuchen vorgenommen, um mir über dessen Bedeutung eine Aufklärung zu verschaffen, und ich hoffe in einiger Zeit deren Ergebnisse mittheilen zu können.

In der Anschaffung der für meine Arbeit nöthigen Litteratur fand ich eine grosse Unterstützung dank dem freudlichen Entgegenkommen des Herrn Dr. E. Veratti aus Pavia, welcher so liebenswürdig war, mir fast alle diesbezüglichen Arbeiten zu übersenden; ich erfülle hiermit die angenehme Pflicht, ihm hiefür meinen besten Dank auszuprechen. Ebenso bin ich verpflichtet, den gleichgefühlten Dank gegenüber dem Herrn Privatdocenten Dr. A. Bochenek, welcher mir im Verlaufe meiner Untersuchungen öfters und stets gerne hilfbereit an die Hand ging, hier zum Ausdruck zu bringen.

Aus dem anatomischen Institut der Jagellonischen Universität in Krakau.

Tafelerklärung.

Fig. 1—4: Spinalganglienzellen der Taube. Zeiss. Apochr. Imm. 2 mm. Comp. Oc. No 8.

Fig. 5—7: Spinalganglienzellen des Frosches. Zeiss. Apochr. Imm. 2 mm. Comp. Oc No 4.

Die Zeichnungen hat Herr Dr. Johann Barącz mit Hülfe des Abbe'schen Zeichenapparates angefertigt.

---

47. M. ST. NIEMENTOWSKI m. c. **O granicach tworzenia się związków dwuazoaminowych i o pewnych barwikach azowych.** ***(Über die Grenzen der Bildung der Diazoaminoverbindungen und über gewisse Azofarbstoffe).*** *(Sur les limites de formation des composés diazoamidés et sur quelques colorants azoïques).*

Anschliessend an eine gemeinschaftlich mit J. Roszkowski „Über die Diazotierung des Anilins" publizierte Arbeit[1]), diejenigen Aufgaben verfolgend, welche ich mir vor zehn Jahren gelegentlich einer Untersuchung der m-h-Anthranilsäure[2]) gestellt habe, unterzog ich mich zum Theil in Gemeinschaft mit Hrn. Cezar Wichrowski der näheren Prüfung des Verhaltens einer Reihe primärer aromatischer Amine gegenüber salpetriger Säure. Es handelte sich hauptsächlich um Bestimmung derjenigen Säuremenge, bei welcher die Entstehung der Diazoaminoverbindungen unterbleibt, und um die Erforschung der Abhängigkeit dieser Grösse von der Natur und Stellung der neben der Aminogruppe im Benzolkern des aromatischen Amins enthaltenen Substituenten. In den Kreis der Untersuchung wurden einbezogen die 3 isomeren Toluidine, das m-Xylidin, die beiden isomeren Naphtylamine, alle drei isomeren Chlor- und Nitraniline, Aminophenole, Aminobenzonitrile und Aminobenzoesäuren. Ausserdem wurden von den früheren auf das Anilin bezüglichen Versuchen diejenigen nachgeprüft, deren Richtigkeit von Hantzsch und Schümann[3]) vor einigen Jahren angefochten worden ist. Was den letzteren Punkt anbetrifft, so soll

[1]) Stefan von Niementowski und Johann von Roszkowski: Ztschr. für physikal. Chemie. 22. 145. (1897).

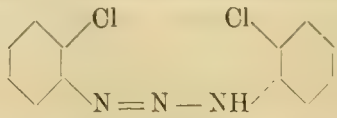
[2]) Rozpr. Wydz. mat.-przyrodn. Ak. Um. 24. 290. (1892).

[3]) A. Hantzsch und M. Schümann: Ber. d. d. chem. Ges. 32. 1691. (1899).

sogleich bemerkt werden, dass unter den von Niementowski und Roszkowski angegebenen Bedingungen, bei Anwendung der käuflichen Kahlbaum'schen Präparate, in allen Versuchen, welche jetzt zur Controlle von mir angestellt wurden, immer das Diazoaminobenzol, wenngleich in wechselnden Quantitäten, auftrat. Betreffs der übrigen oben aufgezählten Amine kann an dieser Stelle unter Vermeidung aller Einzelheiten nur angedeutet werden, dass sich im grossen und ganzen die Voraussicht bestätigt hat, dass die Entstehung der Diazoaminoverbindungen aus denjenigen Aminokörpern begünstigt wird, welche einen wenig ausgesprochenen chemischen Charakter haben, deren Basicität also durch Anwesenheit von Chlor, Nitrogruppen, Cyangruppen u. drgl. herabgesetzt ist; es sind das durchgehends Körper, deren Salze in wässerigen Lösungen stark hydrolytisch gespalten sind. Dahingegen erfolgt die Bildung der Diazoaminoverbindungen unter sonst gleichen Reactionsbedingungen in verhältnismässig geringen Mengen bei drei isomeren Toluidinen, beim m-Xylidin, den isomeren Aminophenolen und Aminobenzoesäuren. Die beiden Naphtylamine nehmen bezüglich ihrer Diazotierungsfähigkeit bis zu einem gewissen Grade eine Mittelstellung ein.

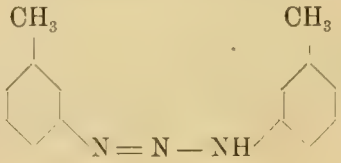
Im Laufe dieser Untersuchungen bot sich öfters die Gelegenheit dar zur Ergänzung mancher Lücken in den Reihen der Diazoaminoverbindungen und der einfachsten β-Naphtol-azofarbstoffe. Es wurden also zum ersten Mal rein dargestellt und näher untersucht:

2,2'-(o)-Dichlordiazoaminobenzol,



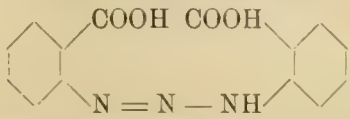
Goldgelbe Spiessen oder derbe Krystalle; erweichen bei 80°, schmelzen bei 90°. Sehr leicht löslich in organischen Solventien.

m-Diazoaminotoluol,



welches unterdessen schon von Mehner[1]) beschrieben worden ist.

o-Diazoaminobenzoesäure.



Braungelbe, sechsseitige Täfelchen vom Schmelzpunkt 123°. In organischen Solventien sehr leicht löslich. Unlöslich in Wasser, löslich in Ammoniak und Alkalien.

Die Untersuchung der Diazoaminoverbindungen der drei isomeren Aminophenole ist noch nicht abgeschlossen.

Von den β-Naphtolazokörpern sind folgende dargestellt worden:

m-Toluol-azo-β-naphtol,

$CH_3 . C_6 H_4 . N_2 . C_{10} H_7 O.$

Hellrothe Nadeln, Schmelzpunkt 141°. Löslich in organischen Solventien. Sehr schwer löslich in alkalischen Laugen. In concentrierter Schwefelsäure löslich mit violettrother Farbe.

as-m-Xylyl-azo-β-naphtol,

$(CH_3)_2 . C_6 H_3 . N_2 . C_{10} H_7 O.$

Feurig rothe, glänzende Nadeln, Schmelzpunkt 166°. Löslich in Alkohol, Aether und drgl., unlöslich in Wasser, Ammoniak, alkalischen Laugen und verdünnten Säuren. In concentrierter Schwefelsäure löslich mit dunkel kirschrother Farbe.

α-Naphtyl-azo-β-naphtol,

$C_{10} H_7 . N_2 . C_{10} H_7 O.$

Violettrothe Säulen, mit Kanthariden-ähnlichem Schimmer. Schmelzpunkt 228° bis 229°. Sehr schwer löslich in Alkohol, etwas leichter löslich in Toluol. Unlöslich in Wasser, Alkalien und verdünnten Säuren; in concentrierter Schwefelsäure mit violetter Farbe löslich.

o-Chlorbenzol-azo-β-naphtol,

$C_6 H_4 Cl . N_2 . C_{10} H_7 O.$

Rothe Säulen. Schmelzpunkt 163°. Löslich in organischen Solventien. In Wasser, Alkalien und verdünnten Säuren unlöslich.

[1]) Hans Mehner: Journ. f. pr. Chem., 65., 444. (1902).

m-Chlorbenzol-azo-β-naphtol,

$C_6H_4Cl . N_2 . C_{10}H_7O.$

Rothe Blättchen. Schmelzpunkt 158°; sonst ähnelt es dem vorhergehenden.

o-Oxybenzol-azo-β- naphtol,

$C_6H_4 . OH . N_2 . C_{10}H_7O.$

Krystallisiert aus Essigäther in dunkelvioletten, kupferglänzenden derben Krystallen vom Schmelzpunkt 193°. Löslich in organischen Solventien.

Lösungsfarbe: in verdünnter alkalischer Lauge: weinroth,
in concentrierter Schwefelsäure: violett.

p-Oxybenzol-azo-β-naphtol,

$C_6H_4OH . N_2 . C_{10}H_7O.$

Indischrothe, matte Kryställchen. Schmelzpunkt 194°. Löslichkeitsverhältnisse und sonstiges gleich dem orto-Isomeren.

β-Naphtol-o-azobenzoesäure,

$C_{10}H_7O . N_2 . C_6H_4 . COOH$

Ziegelrothe Nadeln. Schmelzpunkt 268°. Löslich in Aceton, Alkohol u. drgl. In concentrierter Schwefelsäure mit violettrother Farbe löslich, sehr schwer löslich in Alkalilaugen.

β-Naphtol-m-azobenzoesäure,

$C_{10}H_7O . N_2 . C_6H_4 . COOH.$

Hellrothe Nadeln. Schmelzpunkt 243°. Gleicht im Verhalten dem obigen Isomeren.

β-Naphtol-p-azobenzoesäure,

$C_{10}H_7O . N_2 . C_6H_4 . COOH.$

Rothe Nadeln. Schmilzt mit Zersetzung bei 301°. In den meisten organischen Solventien sehr schwer löslich, etwas leichter in Eisessig. Löslich in Alkalilaugen mit rother, in concentrierter Schwefelsäure mit intensiv kirschrother Farbe.

β-Naphtol-m-azobenzonitril,

$C_{10}H_7O . N_2 . C_6H_4 . CN.$

Orangerothe Kryställchen. Schmelzpunkt 186°. Sehr leicht löslich in Aceton, etwas schwerer löslich in Alkohol und Aether. Lös-

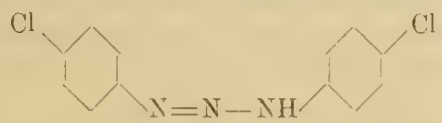
lich in Alkalilaugen und concentrierter Schwefelsäure mit kirschrother Farbe.

β-Naphtol-p-azobenzonitril,

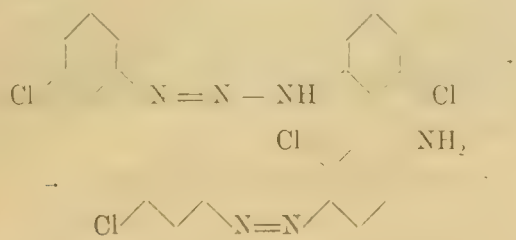
$C_{10}H_7O . N_2 . C_6H_4 . CN.$

Blutrothe Säulchen, welche sich zu hübschen Sternchen zusammenlagern. Schmelzpunkt 236°. Schwer löslich in organischen Solventien; löslich mit dunkelkirschrother Farbe in concentrierter Schwefelsäure; schwer löslich in kochender Lauge. Der Auflösung in Laugen geht wahrscheinlich an beiden Isomeren die Verseifung der Cyangruppe voraus.

Gelegentlich der näheren Untersuchung der drei isomeren Dichlordiazoaminobenzole wurde ein unerhoffter und recht merkwürdiger Unterchied beobachtet in ihrer Umwandlungfähigkeit zu isomeren Dichloraminoazoverbindungen. Es war nämlich vorauszusehen und wurde thatsächlich durch das Experiment bestätigt gefunden, dass das 4,4'-(p-)Dichlordiazominobenzol

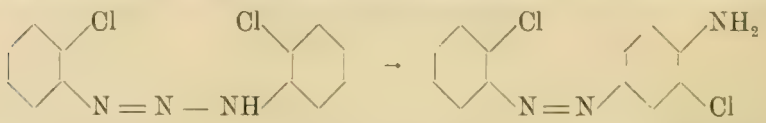


der Umwandlung in ein Aminoazoderivat unfähig ist, weil die para-Stellung durch Chlor besetzt ist; dahingegen hätte man erwarten sollen, dass die beiden anderen isomeren Dichlordiazoaminobenzole glatt in isomere Aminoazobenzole sich umlagern werden. Ich fand indessen, dass nur das 3,3'-(m)Dichlordiazoaminobenzol mit salzsaurem m-Chloranilin glatt unter Bildung des 4-Amino- 2,3'-dichlorazobenzols reagiert:



während das vom o-Chloranilin derivierende 2,2'-(o)-Dichlordiazoaminobenzol die Aminoazoumlagerung derart schwer eingeht, dass

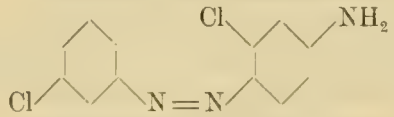
das entsprechende Derivat, das 4-Amino-3,2'-dichlorazobenzol, in einer kaum 2% der theoretisch zu erreichenden Ausbeute entsteht:



Wir haben es hier also mit einem seltenen Falle einer sterischen Hinderung der Aminoazoumlagerung zu thun, welcher interessant genug erscheint, um auch an anderen Verbindungen näher erforscht zu werden.

Im Verlaufe dieses Theiles der Arbeit habe ich noch folgende neue Körper dargestellt und analysiert:

4-Amino-2,3'-dichlorazobenzol,

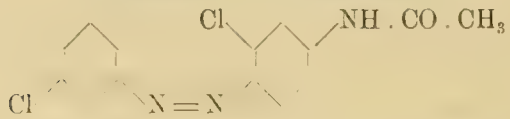


Goldgelbe Nadeln vom Schmelzpunkt 127°. Leicht löslich in organischen Solventien, es muss daher aus verdünntem Alkohol oder aus Benzin umkrystallisiert werden. Es ist ein basischer Farbstoff, dessen

Chlorhydrat,

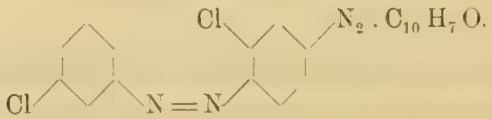
$C_{12} H_9 Cl_2 N_3 . HCl$, derbe violette Kryställchen bildet.

4-Acetamino-2,3'-dichlorazobenzol,



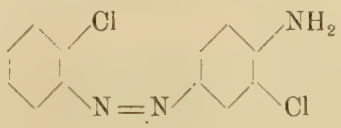
Aus verdünntem Alkohol gelbbraune, undeutlich krystallinische Massen, die unter vorhergehendem Erweichen bei ca. 165° schmelzen. In Wasser unlöslich, in organischen Solventien, auch in Aether, sehr leicht löslich.

2,3'-Dichlorazobenzol-4-azo-β-naphtol,



Scharlachrothe mikroskopische Kryställchen. Schmelzpunkt 226°. Nur in Eisessig etwas leichter löslich, sodann in Toluol, in anderen organischen Solventien sehr schwer löslich. Die Lösungsfarbe in concentrierter Schwefelsäure ist bläulich grün.

4-Amino-3,2'-dichlorazobenzol,

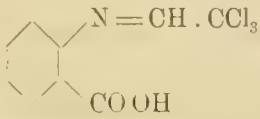


Gelbe, in Büscheln verwachsene Nadeln. Schmelzpunkt 113°. Sehr leicht löslich in organischen Solventien. Mit β-Naphtol gekuppelt, ergiebt der Körper einen dunkel rothen Diazofarbstoff vom Schmelzpunkt 226°, welcher in concentrierter Schwefelsäure sich mit bläulichgrüner Farbe löst. Angesichts des gleichen Schmelzpunktes und der sonstigen gleichen Eigenschaften dieses Diazofarbstoffes mit dem vom m-Chloranilin abgeleiteten Isomeren erscheint es überhaupt zweifelhaft, ob man es hier mit verschiedenen Körpern zu thun hat. Vom angeblichen 4-Amino-3,2'-dichlorazobenzol besass ich bis jetzt derartig winzige Quantitäten, dass es sehr wohl möglich ist, dass der niedrigere Schmelzpunkt dieses Körpers auf geringfügige Verunreinigungen zurückzuführen sei und dass durch wiederholtes Umkrystallisieren derselbe bis auf 127°, das ist der Schmelzpunkt des 4-Amino-2,3'-dichlorazobenzols, gebracht werden könnte.

Dadurch würde der Nachweis geliefert werden, dass der vom o-Chloranilin derivierende Diazoaminokörper sich in ein Aminoazoderivat unter den von mir eingehaltenen Reactionsbedingungen nicht umlagern könne; die geringen Mengen von 1 bis 2% des bei diesen Versuchen isolierten Aminoazokörpers würden von Verunreinigungen des o-Chloranilins mit etwas m-Chloranilin herrühren können. Eine definitive Entscheidung dieser Angelegenheit steht wegen Mangel an Material noch aus.

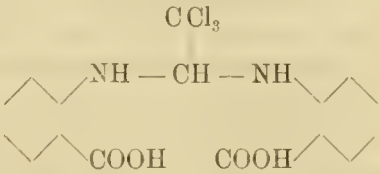
48. M. ST. NIEMENTOWSKI m. c. **O kwasie chloraldwuantranilowym.** *(Ueber die Chloraldianthranilsäure). (Sur l'acide chloraldianthranilique).*

Bei der Darstellung der Chloralanthranilsäure (Trichloräthylidenanthranilsäure)



wurde seiner Zeit[1]) das Auftreten eines in Alkohol schwerer löslichen Körpers beobachtet, welcher gegenwärtig als

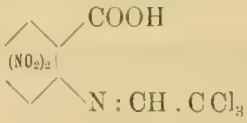
Chloraldianthranilsäure



erkannt wurde. Graue, undeutlich geformte Kryställchen vom Schmelzpunkt 165°. Etwas über den Schmelzpunkt erhitzt, erleidet derselbe unter Entwicklung von Chlorwasserstoff eine tiefgehende Zersetzung. Auch in Lösungen ist der Körper offenbar leicht spaltbar; bei Versuchen zur Bestimmung seines Molekulargewichtes auf kryoskopischem Wege wurden nämlich immer Werte erhalten, welche auf eine Aufspaltung in zwei oder drei Stücke hindeuten. Der Körper ist löslich in Alkalilaugen und Ammoniak, unlöslich in verdünnten Mineralsäuren; löslich in Alkohol, Aceton, kochendem Aether u. drgl.; unlöslich in Wasser.

Durch Salpetersäure vom sp. Gew. 1.52 bei 5°—10° nitriert, erlitt der Körper wenigstens theilweise eine Aufspaltung unter gleichzeitiger Nitrierung; es wurde nämlich aus einer Fraction der Reactionsproducte eine

Dinitro-trichloraethylidenanthranilsäure
(Dinitro-chloralanthranilsäure),



[1]) Stefan Niementowski i Bronisław Orzechowski: Rozpr. Wydz. mat.-przyrod. Ak. Um. 30., 233. Auch Berichte d. d. ch. Ges. 28., 2812. (1895).

isoliert. Hübsche wetzstein- und meisselförmige Kryställchen mit etwas gewölbten Flächen; wahrscheinlich Zerrformen in die Länge gezogener sechsseitiger Tafeln; gelblich-braun gefärbt; schmilzt mit Ausschäumen bei 187°. Unlöslich in Wasser und verdünnten Mineralsäuren, löslich mit blutrother Farbe in alkalischen Laugen. Sehr schwer löslich in kochendem Aether, leicht löslich in Aceton, minder leicht in Alkohol.

Die anderen Fractionen des rohen Nitrierungsproductes der Chloraldianthranilsäure sind noch nicht untersucht worden.

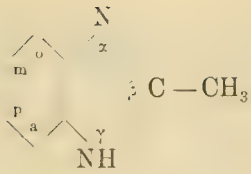
---

49. MM. WŁ. BACZYŃSKI et ST. NIEMENTOWSKI m. c. **Studya nad bromowaniem benzimidazolów.** *(Bromierung der Benzimidazole). (Études sur la bromuration des benzimidazols).*

Durch frühere Untersuchungen von Niementowski ist nachgewiesen worden, dass die Benzimidazole, sodann Azimide der Benzimidazole und die Dianhydroverbindungen

durch die Fähigkeit ausgezeichnet sind, mit Brom in Eisessig-Lösung zu reagieren unter Bildung orangeroth gefärbter Verbindungen [1]. Es wurde seiner Zeit als wahrscheinlich die Ansicht ausgesprochen, dass diese Körper zwei Bromatome im Imidazolring an der Stelle der doppelten Stickstoff-Kohlenstoffbindung enthalten. Hauptsächlich aus dem Bestreben, diese Anschauung durch möglichst exacte, experimentelle Beweise zu stützen, entstand eine Arbeit, deren erster nunmehr zu publizierender Theil hauptsächlich die Derivate des β-Methylbenzimidazols

[1]) Stefan Niementowski: Rozpr. Wydz. mat.-przyr. **22**, 217 [1892]; **38**, 114 [1899]; **35**, 83 [1898].

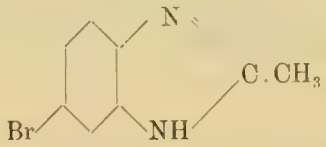


behandelt.

I. Abschnitt: **Derivate des β-Methylbenzimidazols aus bromierten o-Nitracetaniliden.**

Für die Constitutionsbestimmungen der beim directen Bromieren des β-Methylbenzimidazols entstehenden Substitutionsproducte war es nothwendig, einige Derivate dieser Gruppe auf anderen Wegen zu gewinnen. Am besten geeignet erwies sich hiezu nach einigen Vorversuchen der Weg durch Reduction der bromierten o-Nitracetanilide. Das p-Brom-o-nitracetanilid ist noch im J. 1874 von Remmers [1]) zur Anhydrobase reduciert worden, doch waren wir genöthigt wegen der Unterschiede in den Schmelzpunktangaben, diese Arbeit zu wiederholen. Bei der Darstellung des Ausgangsmaterials des p-Bromacetanilids durch Einleiten der Bromdämpfe in eine Eisessig-Lösung des Acetanilids wurde die Bildung eines orangerothen Körpers beobachtet, welcher die Reactionen der Chlorstickstoffe zeigte. Es erschien von vornherein nicht unwahrscheinlich, dass der Körper mit dem zuerst von Slosson [2]) entdeckten Acetylbromaminobenzol $C_6H_5NBrCOCH_3$ identisch sei; ein abschliessendes Urtheil können wir vorläufig darüber nicht fällen, weil die Substanz nicht einheitlich war, was die Untersuchung sehr erschwerte. Gewisse Beobachtungen würden sich vielleicht mit einer anderen Constitutionsauffassung besser decken, deswegen muss die Entscheidung dieser Angelegenheit der späteren Zeit vorbehalten bleiben.

Durch Reduction mit Zinnchlorür und Salzsäure wurde aus o-Nitro-p-Bromacetanilid das β-Methyl-p-brombenzimidazol



[1]) Ludw. Remmers: Ber. d. d. chem. Ges. 7, 346 [1874].
[2]) E. E. Slosson: Ber. d. d. chem. Ges. 28, 3265 [1895].

vom Schmelzpunkt 218° erhalten. Remmers gab für diesen Körper einen um 12° niedrigeren Schmelzpunkt an. Charakteristisch für diese Verbindung ist die Stabilität, mit welcher das Bromatom am Benzolkern haftet: erst nach achtzehnstündigem Kochenlassen von 1 Theil Base mit 6·5 Theilen Zinkstaub und 18 Th. Eisessig war kaum $^1/_4$ Th. zum β-Methyl-benzimidazol vom Schmelzpunkt 173° entbromt. Von den Salzen des β-Methyl-brombenzimidazols wurden folgende analysiert:

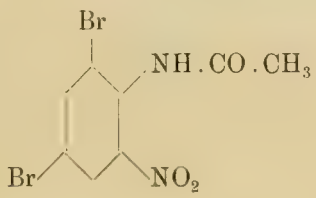
Chlorhydrat $C_8H_7N_2Br.HCl + 1$ aq; dicke Tafeln, in Wasser sehr leicht löslich; schmilzt mit Zersetzung bei 260°.

Nitrat $C_8H_7N_2Br.HNO_3$, feine Nadeln, Zersetzung bei 212°; in Wasser schwerer löslich als das Chlorhydrat.

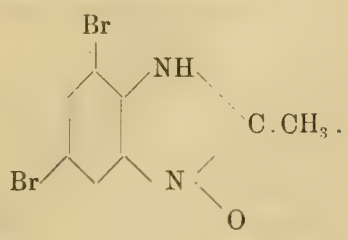
Platinsalz $[C_8H_7N_2Br]_2\ H_2PtCl_6 + 2$ aq, orangegelbe Nadeln, Schm. mit Zersetzung 260°, in Wasser leicht löslich.

Goldsalz $C_8H_7N_2Br.HAuCl_4 + 1$ aq, gelbe Nadeln, Schmelzpunkt 237°.

Die Reduction des Dibrom-o-Nitro-p-acetanilids, Schmelzp. 212°,



ergab in der Regel eine Oxanhydrobase



nur ein einziges Mal wurde das sauerstofffreie Benzimidazol beobachtet.

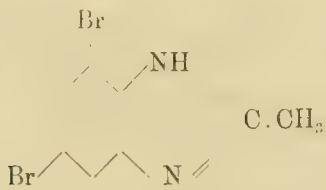
Das β-Methyl-m,a-dibrom-oxbenzimidazol krystallisiert in vierseitigen rhombischen, fast quadratischen Tafeln; es erweicht bei 255° und schmilzt bei 269°. In organischen Solventien sehr schwer löslich. Es bildet ein charakteristisches

Kaliumsalz $C_8H_5KN_2Br_2O$, ausserdem ein

Chlorhydrat $C_8H_6N_2Br_2O.HCl$, seideglänzende Nadeln; Schmelzpkt. mit Zersetzung; bei 320° erweicht, bei 350° bereits zersetzt; und ein

Nitrat $C_8H_6N_2Br_2O.2HNO_3$, welches merkwürdiger Weise zwei Moleküle Salpetersäure enthält. Blassgelbe Platten. Zersetzungstemperatur 130—135°.

β-Methyl-m, a-dibrombenzimidazol,

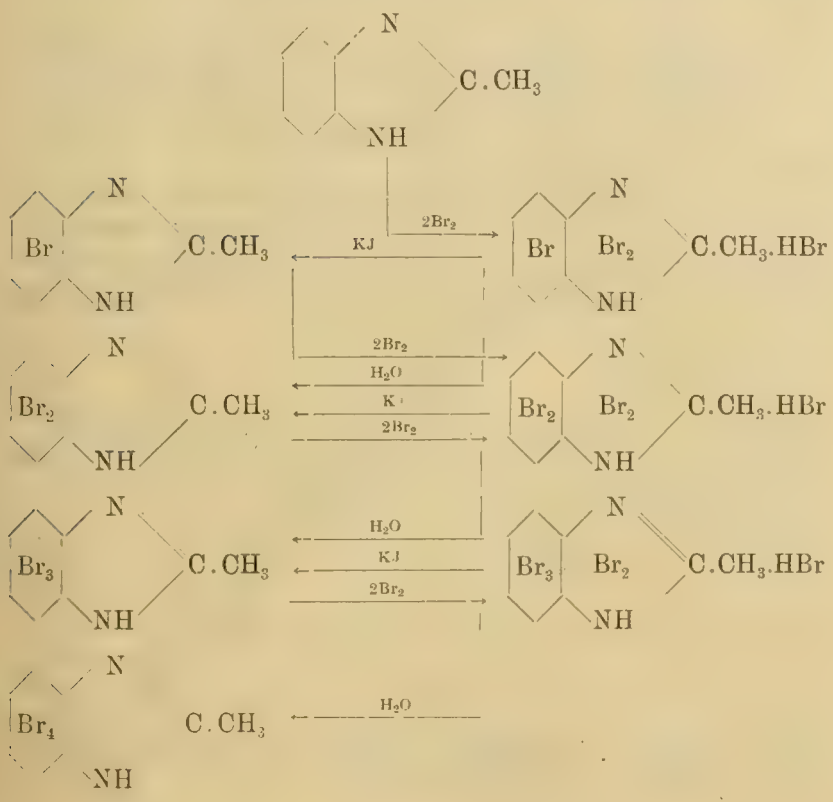


wurde, ausser auf dem üblichen Wege der Reduction der entsprechenden Nitroverbindung hauptsächlich aus der vorhergehenden Oxanhydroverbindung durch Einwirkung von Essigsäureanhydrid gewonnen. Es bildet einem Wetzstein ähnlich geformte Blättchen, welche bei 230° erweichen und bei 236° schmelzen. Bromhydrat $C_8H_6N_2Br_2.HBr$, krystallisiert wasserfrei in Blättchen. Zersetzungspunkt 290°. Nitrat $C_8H_6N_2Br_2.HNO_3$, weisse Nadeln. Zersetzungspunkt 194°

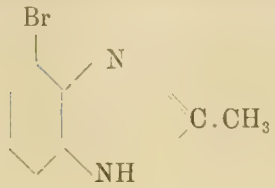
II Abschnitt: **Einführung von Brom in den Benzolring des β-Methylbenzimidazols durch directe Bromierung.**

Von den verschiedenen Wegen, welche man zur Darstellung von im Benzolkern durch Brom substituierter β-Methylbenzimidazole einschlagen könnte, ergab die Bromierung in Eisessiglösung und in alkalischer Lösung die besten Resultate. In beiden Fällen entstehen als primäre Producte der Reaction orangegefärbte Verbindungen, welche ein Molekül addierten Broms Br_2 im Imidazolring enthalten. Diese Additionsproducte sind beständig bei Zimmertemperatur und bei Ausschluss von Wasser, verändern sich aber beim Zusammentreffen mit Wasser, wasserhaltigen organischen Lösungsmitteln, Alkalien u. dgl., indem sie meistens auf Kosten des addierten Broms in weisse nunmehr im Benzolring durch Brom substituierte Derivate übergehen. Einen ganz glatten, fast quantitativen

Verlauf haben diese Reactionen bis einschliesslich zum 3-Methyldibrombenzimidazol, dann erfolgt aber die Übertragung des addierten Broms an den Benzolring bedeutend schwerer, in der Regel unter theilweisem Verlust von freiem Brom. Es erhellt schon aus dem eingangs gesagten, dass von der Isolierung der orangegefärbten Additionsproducte nur beim Arbeiten in Eisessiglösung die Rede sein kann, in alkalischen Lösungen lagern sich diese Verbindungen fast momentan in beständige Substitutionsproducte um. Der besseren Übersicht halber schicken wir der systematischen Beschreibung der dargestellten Verbindungen eine Tabelle voraus, welche ein Bild entwirft von den in der Eisessiglösung stattfindenden Vorgängen der gleichzeitigen Addition und Substitution, sowie die Veränderungen darstellt, welchen die orangefarbigen Körper beim Zusammentreffen mit den wichtigsten hier in Betracht kommenden Agentien, mit Wasser und Jodkali, unterliegen.

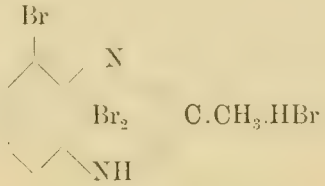


β-Methyl-o-brombenzimidazol.



Blättchen, Schmelzpunkt 210—211°.

Es entsteht aus dem orangefarbigen Einwirkungsproduct von $2\,Br_2$ auf β-Methyl-benzimidazol in Eisessiglösung

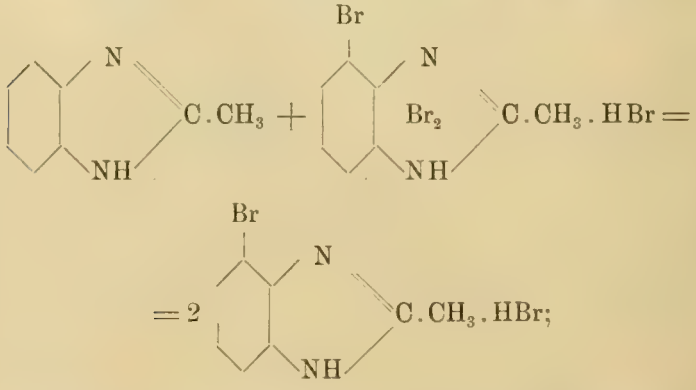


1) durch mehrtägiges Kochenlassen mit wasserfreiem Benzol.

2) durch Aufkochen mit Anilin.

3) durch Behandlung mit wässriger Jodkalilösung. Ausserdem kann es gewonnen werden

4) aus β-Methyl-benzimidazol und einem Molekül Brom, welche ursprünglich in Eisessig gelöst, so lange stehen gelassen werden, bis der Eisessig bei Zimmertemperatur völlig verdampft ist; der Vorgang beruht wahrscheinlich auf folgender Wechselwirkung



und schliesslich 5) aus β-Methyl-dibrombenzimidazol durch Reduction mit Zinkstaub in Eisessiglösung.

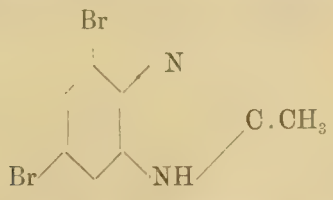
Der Körper ist sehr leicht löslich in Alkohol, Aether und anderen Solventien mit Ausnahme von Benzin; löslich in alkalischen Laugen, bedeutend weniger in Ammoniak, er fällt aus diesen alkalischen Lösungen durch Einleiten von Kohlensäure unverändert aus. Löslich in siedendem Wasser. Derselbe erleidet keine Spaltung des Imidazolringes durch Benzoylchlorid und Natronlauge; behält sein Brom trotz vierstündigen Erhitzens im Rohr auf 235° mit frisch gefälltem Silberoxyd, dagegen verliert er es infolge sechsstündigen Kochenlassens mit 6 Theilen Zinkstaub und 18 Theilen Eisessig, indem er in das β-Methylbenzimidazol v. Schm. 173° rückverwandelt wird (ein bemerkenswerter Unterschied im Verhalten der isomeren bei 218° schmelzenden Verbindung). Von Salzen wurden dargestellt:

Chlorhydrat $C_8H_7N_2Br.HCl + 1$ aq, weisse Blättchen. Zersetzungstemperatur 260 bis 285°. Sehr leicht löslich in Wasser.

Nitrat $C_8H_7N_2Br.HNO_3$. Nadeln, Zersetzungspunkt 215°; in Wasser schwerer löslich als das Chlorhydrat.

Platinsalz $(C_8H_7N_2Br)_2 H_2PtCl_6 + 1$ aq, goldgelbe Nadeln; Zersetzungstemp. 273—275°.

β-Methyl-o, p-dibrombenzimidazol,



wurde dargestellt 1) aus oben erwähntem orangefarbigen Tetrabromderivat durch Behandlung mit Wasser.

2) aus dem orangefarbigen Additionsproducte, welches aus β-Methyl-p-brombenzimidazol oder β-Methyl-o-brombenzimidazol und zwei Brommolekülen in Eisessiglösung entsteht, durch längeres Kochenlassen mit Benzol.

3) aus letzterem orangefarbigen Additionsproducte durch Jodkaliumlösung.

4) durch Bromierung des β-Methylbenzimidazols mit $2 Br_2$ in alkalischer Lösung in der Kälte.

Weisse, zu Körnern vereinigte Nadeln, Schmelzpunkt 238°, leicht löslich in Alkohol, Aceton und drgl., sehr schwer in Aether,

praktisch unlöslich in Benzin, Wasser und Ammoniak; löslich in alkalischen Laugen, daraus fällbar durch Kohlensäure. Durch Zinkstaub in Eisessiglösung geht es in das Methyl-o-brombenzimidazol über, was insoferne bemerkenswert ist, als bekanntlich von beiden isomeren Monobromderivaten das in o- Stellung bromierte minder beständig ist; es wird also aus dem Dibrombenzimidazol gerade dasjenige Bromatom entfernt, welches im Monobrombenzimidazol fester sitzt. Gegen Einwirkung von Benzoylchlorid in alkalischen Lösungen ist der Körper unempfindlich.

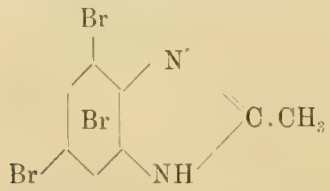
Chlorhydrat $C_8H_6N_2Br_2 . HCl$. Weisse Nadeln, welche in Wasser schwerer löslich sind als das Bromhydrat und das Chlorhydrat des bei 211° schmelzenden Monobromderivates.

Bromhydrat $C_8H_6N_2Br_2 . HBr + 3$ aq, weisse Nadeln, mässig löslich im heissen Wasser, Zersetzungspunkt 265°.

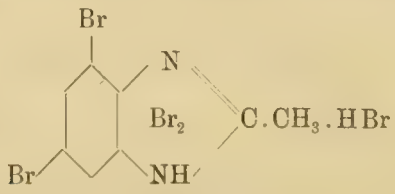
Nitrat $C_8H_6N_2Br_2 . 2HNO_3$, bemerkenswert wegen des Gehalts von 2 Molekülen Salpetersäure; längliche weisse Platten, in Wasser minder löslich als das Bromhydrat; Zersetzungspunkt 300°.

Platinsalz $(C_8H_6N_2Br_2)_2 H_2PtCl_6$, gelbe Nadeln, die bis 300° unverändert bleiben.

β-Methyl-o. p.? - tribrombenzimidazol.



entsteht 1) in schlechter Ausbeute (wegen theilweiser Bromentwickelung) neben β-Methyldibrombenzimidazol aus dem orangefarbigen Bromhydrat des Dibrom-β-methyl-dibrombenzimidazols



durch Behandeln mit heissem Wasser;

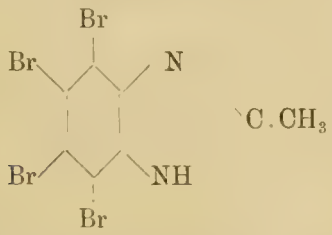
2) in besserer Ausbeute aus β-Methyl-o.p-dibrombenzimidazol durch Bromierung in alkalischer Lösung mit einem Brommolekül in der Wärme.

Weisse, körnige Kryställchen, die sich unter dem Mikroskop zu schön ausgebildeten Säulen auflösen. Es erweicht bei 273°, völlig geschmolzen ist es erst bei 278°. Mässig löslich in heissem Alkohol, besser in Aceton, sehr schwer löslich in Aether; praktisch unlöslich in Wasser, löslich in Alkalilaugen, daraus fällbar durch Kohlensäure. Durch achtstündiges Kochenlassen von 5 g. dieser Verbindung mit 18 g. Zinkstaub und 50 g. Eisessig wurde reines β-Methyl-o-brombenzimidazol erhalten.

Chlorhydrat $C_8H_5N_2Br_3 . HCl + 1$ aq, weisse glänzende Nadeln, schwer löslich in Wasser. Bei 260° färbt sich das Salz dunkel und schmilzt mit Zersetzung bei 280°.

Nitrat $C_8H_5N_2Br_3 . HNO_3$, weisse Nadeln. Schmelzpunkt bei 313°. Sehr schwer löslich in Wasser.

β-Methyl-o, m, p, a-tetrabrombenzimidazol.



In schlechter Ausbeute entsteht dieser Körper aus dem orangegefärbten nicht analysierten Additionsproducte, welches durch Einwirkung von fünf Brommolekülen $5 Br_2$ auf β-Methyl-tribrombenzimidazol in der Temperatur des kochenden Wasserbades in Eisessiglösung dargestellt wurde, durch Aufkochen mit Wasser neben dem zurückgebildeten β-Methyl-tribrombenzimidazol. Bedeutend reiner und in besserer Ausbeute lässt sich der Körper durch erschöpfende Bromierung in alkoholischer Lösung darstellen, ausgehend von einem beliebigen niedriger bromierten Derivate, ja sogar durch Bromieren des bromfreien Methylbenzimidazols, natürlich unter Anwendung entsprechender Quantitäten von Brom.

In sämmtlichen organischen Solventien sehr schwer löslich oder unlöslich; kann noch am besten aus Eisessig umkrystallisiert

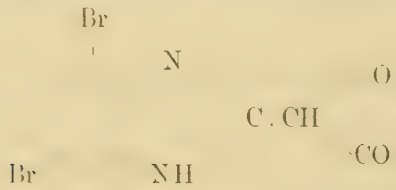
werden; es bildet weisse, lebhaft glänzende, grob krystallinische Körner vom Schmelzpunkt 317°. Unlöslich in Wasser; löslich in Alkalilaugen, daraus durch Kohlensäure fällbar.

Chlorhydrat $C_8H_4N_2Br_4.HCl$, weisse Nadeln, sehr schwer löslich in Wasser, es färbt sich dunkel bei 260°, schmilzt unter Zersetzung bei 278—280°.

Nitrat $C_8H_4N_2Br_4.HNO_3$, weisse Nadeln; schmilzt ohne Zersetzung bei 313°.

Zur Entscheidung der Frage, ob in den beschriebenen Mono-, Di-, Tri- und Tetra-bromderivaten des β-Methylbenzimidazols die sämmtlichen Bromatome faktisch, wie oben angenommen wurde, im Benzolring enthalten sind, wurden aus β-Methyl-o-p-dibrombenzimidazol und aus β-Methyltetrabrombenzimidazol die Phtalone und Benzylidenderivate dargestellt und schliesslich wurden noch die letzteren zu methylfreien Verbindungen, nämlich zum Dibrom- und Tetrabrombezimidazol oxydiert.

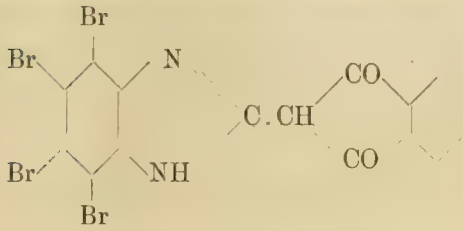
Phtalon des β-Methyl-o-p-dibrombenzimidazols,



Ein inniges Gemisch von 2 gr. Methyldibrombenzimidazol und 3 gr. Phtalsäureanhydrid wurde auf 250° zwei Stunden lang im Kolben erhitzt und die resultierende Schmelze mehrere Male mit 30% Essigsäure ausgekocht.

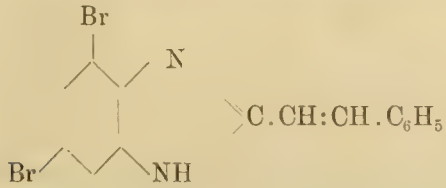
Der Rückstand schmolz noch nicht bei 370°, war unlöslich in den meisten organischen Solventien, äusserst schwer löslich in Eisessig und Nitrobenzol; er bestand aus orangegelben, mikroskopischen Nadeln und Plättchen und ergab, nachdem er noch mit Eisessig ausgekocht ward, für obiges Phtalon richtige Analysenresultate. In Laugen unlöslich, färbt es sich jedoch infolge der Salzbildung oberflächlich roth. In heisser concentrierter Schwefelsäure mit röthlicher Farbe löslich, wird es daraus unverändert durch Wasser in gelben Flocken ausgefällt.

Phtalon des β-Methyltetrabrombenzimidazols.



Die Darstellung und die Eigenschaften dieser Verbindung sind gleich denen der vorhergehenden. Schmelzpunkt ca. 270° unter Schwärzung.

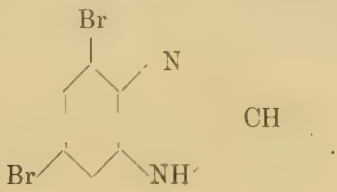
β-Benzylidenmethyl-dibrombenzimidazol.



5 gr. β-Methyl-dibrombenzimidazol wurden mit 2·25 gr. Benzaldehyd zwei Stunden auf 200° im Kolben unterm Kühlrohr erhitzt. Das Einwirkungsproduct wurde mit verdünnter Salzsäure aufgenommen, durch Abblasen mit Wasserdampf vom überschüssigen Benzaldehyd befreit und nach Zersetzung des salzsauren Salzes durch Ammoniak aus Alkohol umkrystallisiert. Es erweicht bei 182°, schmilzt bei 186°. Hellgelbe Nadeln, welche ein halbes Molekül Krystallwasser enthalten; löslich in Alkohol, Aether, Aceton und Benzol, sehr schwer löslich in Benzin; unlöslich in Wasser, Laugen und verdünnten Säuren.

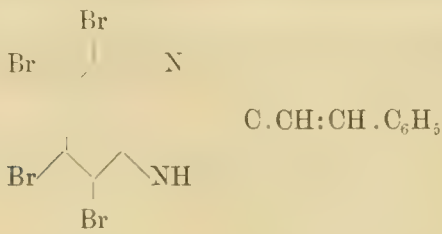
Mit Kaliumpermanganat oxydiert ergiebt dieser Körper direct das

o-p-Dibrombenzimidazol.



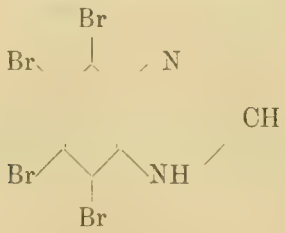
Ausbeute 44·5% der theoretisch berechneten. Mikroskopische weisse Plättchen. Schmelzpunkt 225°. Es enthält ein Molekül Krystallwasser, welches bei 110° entweicht. In Wasser praktisch unlöslich. Löslich in alkalischen Laugen, in Aceton, Alkohol, verdünnter Essigsäure u. drgl., sehr schwer löslich in Aether.

β-Benzylidenmethyltetrabrombenzimidazol,



Hellgelbe, langgezogene Plättchen, welche bei 240° erweichen, bei 246° schmelzen; ziemlich schwer löslich in Alkohol, Aether und Benzol, leichter in Aceton; praktisch unlöslich in Wasser und alkalischen Laugen. Es enthält ein Molekül Krystallwasser, welches bei 110° entweicht. Mit Kaliumpermanganat oxydiert ergiebt es

Tetrabrombenzimidazol,

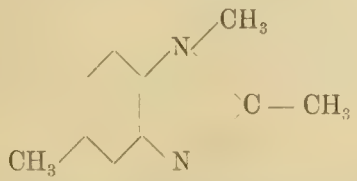


Mikroskopische, hellgelbe Säulen vom Schmelzpunkt 339°. Löslich in Essigsäure und Aceton, schwer löslich in Alkohol und Benzol, nur in Spuren löslich in Aether. Unlöslich in Wasser und verdünnten Säuren, löslich in Alkalien.

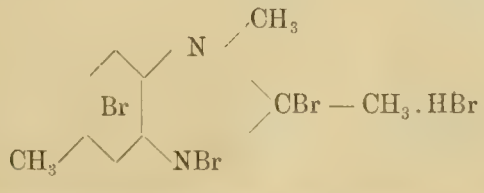
III Abschnitt: Benzimidazole mit addiertem Brom im Imidazolring.

Durch systematische analytische Untersuchung, deren kurze Wiedergabe unmöglich ist, wird in diesem Abschnitte der Beweis

erbracht, dass die orangeroth gefärbten ersten Einwirkungsproducte von Brom auf in Eisessig gelöstes β-Methyl-benzimidazol und dessen Substitutionsproducte bromwasserstoffsaure Salze der Dibromadditionsproducte darstellen. Die beiden addierten Bromatome lassen sich leicht durch Jodkaliumlösung entziehen, sind demnach auf jodometrischem Wege bestimmbar; die Anzahl der übrigen Bromatome gleicht der Differenz aus der Gesammtmenge von Brom, welche durch Glühen mit Calciumoxyd immer eruiert wurde und der jodometrisch gefundenen Zahl. Eine äusserst willkommene Stütze für ihre Auffassung der Constitution der orangegefärbten Verbindungen gewannen die Verfasser in der Analyse eines von Niementowski vor fünfzehn Jahren dargestellten Dibromproductes, welches vom 2, β, γ, -Trimethylbenzimidazol

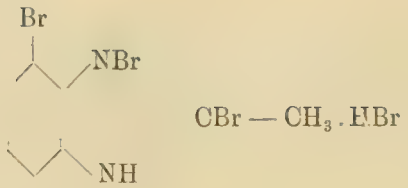


derivierte. Dieses enthielt nach der gegenwärtig ausgeführten jodometrischen Bestimmung zwei addierte Bromatome, es muss also folgende Constitution besitzen

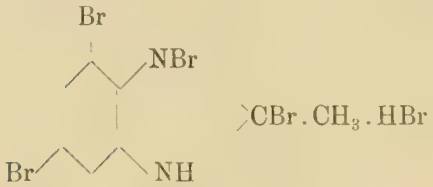


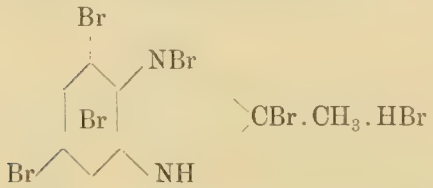
Das Ergebnis der Analyse ist noch insofern bemerkenswert, als es schlagend die Beständigkeit der orangerothen Additionsproducte in der trocknen Atmosphäre darthut und weiter beweist, dass zur Bildung dieser Additionsproducte die Anwesenheit der Imidgruppe im Imidazolring keineswegs nothwendig ist.

Im Laufe dieser Arbeit wurden folgende Dibromadditionsproducte dargestellt und erschöpfend untersucht:



Schmelzpunkt: 163°.





Der Tetrabromkörper wird am besten dargestellt durch Eintragen von zwei Molekülen Brom ($2\,Br_2$) in kalte eisessigsaure Lösung von 1 Molekül Benzimidazol. Es bildet orangegefärbte derbe Kryställchen vom Schmelzpunkt 163°; bei langsamen Erhitzen verliert der Körper die orangerothe, ihm eigenthümliche Farbe und geht in das weisse bromwasserstoffsaure Salz über.

Der Pentabromkörper wurde unter gleichen Bedingungen aus β-Methyl-p-brombenzimidazol oder aus β-Methyl-o-brombenzimidazol dargestellt. Beim Erhitzen verliert er die orangerothe Färbung und das weisse Product schmilzt noch nicht bei 270°.

Der Hexabromkörper kann nur aus dem β-Methyl-tribrombenzimidazol durch Bromeinwirkung in der Temperatur des kochenden Wasserbades dargestellt werden.

Alle drei hier aufgeführten Dibromadditionsproducte verlieren das addierte Brom in feuchter Atmosphäre, besonders rasch in directem Sonnenlichte, beim Behandeln mit Alkalien, Kochenlassen in alkoholischer oder benzolischer Suspension u. drgl. Selbstverständlich wird das addierte Brom auch beim Kochenlassen der wässrigen Suspensionen aus dem Imidazolringe eliminiert. Wie schon aus dem im II-ten Abschitte mitgetheilten, und besonders aus der dort

angegebenen tabellarischen Zusammenstellung zu ersehen ist, erfolgt unter dem Einfluss von Wasser bis einschliesslich zum β-Methyldibrombenzimidazol glatt eine Substitution der Wasserstoffatome des Benzolkernes auf Kosten des addierten Broms; beim hexabromierten Körper ist eine derartige Umwandlung durch Wasser quantitativ nicht mehr erreichbar, sie gelingt nur unvollkommen. Durch Jodkalium, Benzol und Anilin werden die addierten Bromatome glatt aus dem Molekül entfernt.

---

50. M. VICTOR SYNIEWSKI. **O działaniu formaldehydu na skrobię i o połączeniu jodu z amylodekstryną.** *(Ueber die Einwirkung von Formaldehyd auf Stärke und über eine Jodverbindung des Amylodextrins). (Sur l'action de l'aldéhyde formique sur l'amidon et sur une combinaison de l'iode avec l'amylodextrine).* Mémoire présenté par M. St. Niementowski m. c.

(Planche XXXIV)

Einwirkung von Formaldehyd auf Kartoffelstärke. Es wurden 20 gr. reiner Kartoffelstärke in einem Kolben mit 100 cc. käuflicher Formaldehydlösung (von 40%) übergossen und stehen gelassen. Nach drei Tagen begannen die Stärkekörner ihr Aussehen zu ändern. Beim Aufwirbeln sah man ein deutliches Zusammenkleben der Körner und ein Aufquellen derselben; unter dem Mikroskop betrachtet zeigten sie eine von den Rändern ausgehende „Verglasung". Jodlösung färbte diese Körner blos in ihrem mittleren unveränderten Theile. Bald verschwand diese Färbbarkeit vollständig, die Körner verglasten vollkommen und die Masse im Kolben quoll zu einer zusammenhängenden Gallerte auf. Die Gallerte wurde nach einiger Zeit dünner und es wurden dann noch weitere 100 cc. Formaldehydlösung hinzugegeben. Nach im ganzen zweimonatlicher Einwirkung war die Masse fast so dünnflüssig, wie es eine rein wässerige sogen. Stärkelösung von derselben Concentration wäre. Die Lösung war opalescent und diese Eigenschaft verschwand auch nach weiterer vierwöchentlicher Einwirkung nicht. Sie liess sich auch durch ein Vacuumfilter sehr schwer filtrieren und gab mit Jod keine Färbung.

Die Stärke war hier offenbar irgend eine Verbindung mit dem Formaldehyd eingegangen, da sie die charakteristische Jod-

reaction verloren hatte. Zuvor hatte ich mich nämlich überzeugt, dass eine mit Formaldehyd versetzte Stärkelösung gleich nach dem Zusammenmischen, also bevor eine Verbindung eintreten konnte, sich in der bekannten Weise mit Jod färbte, es also ausgeschlossen war, dass die blosse Anwesenheit von Formaldehyd die Jodfärbung verhinderte.

Verbindungen von Formaldehyd mit Stärke wurden von Claassen[1]) dargestellt. Eine derartige Verbindung, von ihm Amyloform benannt, soll auf 1 Mol. Stärke ($C_6H_{10}O_5$) 1 Mol. Formaldehyd enthalten, sehr beständig sein, so dass sie bis 180° erhitzt werden kann, ohne Zersetzung zu erleiden, mit Jod eine blaue Färbung geben und amorph sein. Die von mir erhaltene Verbindung von Stärke und Formaldehyd ist von der Claassen'schen durchaus verschieden. Sie kann nicht bis 180° erhitzt werden, ohne eine Zersetzung zu erleiden, gibt mit Jod überhaupt keine Färbung und ist nicht amorph. Über ihre Zusammensetzung kann ich mich nicht bestimmt aussprechen, sondern blos Vermuthungen anführen, die sich freilich auf gewisse Thatsachen stützen. Eine Lösung von Stärke in Formaldehyd trocknet beim langsamen Verdunsten schliesslich krystallinisch ein, ohne sich vorher in einen festen und einen flüssigen Theil getrennt zu haben, so dass man die festen Krystalle von der überschüssigen Formaldehydlösung nicht trennen konnte. Beim Erhitzen der Masse auf 105° verflüchtigt sich das Formaldehyd nach einiger Zeit vollständig und die zurückbleibende Substanz färbt sich mit Jod rein blau.

Mit viel Wasser verdünnt erleidet der durch Lösung von Stärke in Formaldehyd erhaltene Körper nach und nach eine Zersetzung. Diese Zersetzung geht äusserst rasch vor sich, wenn man die Lösung mit etwas Säure versetzt. Charakteristisch ist hiebei die Erscheinung, dass mit dem Fortschreiten dieser Zersetzung die Färbbarkeit mit Jod wiederkehrt und hiebei eine ganze Farbenscala vom schwachen Braun über Braun, Rothbraun, Roth, Violett bis zum reinen Indigoblau durchlaufen wird.

Diese Zersetzung des obigen Körpers ist der hydrolytischen Wirkung des Wassers auf andere Körper analog. Es unterliegt des-

[1]) Chem. Centr. Bl. 1897. I. 395.
ibid. 1897. I. 939.
ibid. 1897. II. 456.
ibid. 1899. I. 160.

halb, glaube ich, keinem Zweifel, dass der hier stattfindende Zersetzungsprocess eine Hydrolyse ist.

Aus einer derart zersetzten Lösung der Formaldehydverbindung der Stärke lässt sich durch Alkohol ein nach dem Trocknen weisser, in kaltem Wasser wenig, in heissem vollkommen löslicher Körper fällen. Seine wässerige, etwas opalisierende Lösung unterscheidet sich sonst durch nichts von einer Amylodextrinlösung.

Die Elementaranalyse dieser Substanz ergab folgende Resultate:

$$C = 43{,}71;\quad 43{,}54.\quad H = 6{,}30;\quad 6{,}37.$$

Dieselben entsprechen der Formel des von mir beschriebenen Amylodextrins [1]):

$$[C_{54}\,H_{90}\,O_{45} + \frac{3}{2}\,H_2\,O]_4 = C_{216}\,H_{372}\,O_{186},$$

welche $C = 43{,}63$ und $H = 6{,}26$ verlangt.

Wenn auch aus einigen geringen Unterschieden, wie der schwierigeren Lösung in kaltem Wasser und der Opalescenz dieser Lösungen der Verdacht geschöpft werden kann, dass dieser Körper mit Amylodextrin nicht vollkommen identisch ist, so geht aus der Analyse doch das eine ganz sicher hervor, dass nämlich diese Substanz ein hydrolytisches Zersetzungsproduct der Stärke ist.

Formaldehyd wirkt also in concentrierter Lösung auf Stärke hydrolytisch ein, und zwar ist dieser Process eine Carbinolhydrolyse, da die entstandene Substanz Fehling'sche Lösung nicht reduciert.

Mit diesem carbinolhydrolytischen, sehr wahrscheinlich mit Amylodextrin identischen Product geht Formaldehyd eine Verbindung ein, die äusserst leicht hydrolysierbar ist.

Diese Verbindung kann direct aus Amylodextrin erhalten werden. Wenn man Amylodextrin in Formaldehyd einträgt, so löst es sich fast so leicht wie Zucker auf und geht hiebei mit dem Lösungsmittel eine Verbindung ein. Anfangs färbt sich die Lösung mit Jod noch tiefblau, bald aber beginnt sich die Färbung mit Jod zu ändern. Die Lösung färbt sich mit Jod violett, dann roth, rothbraun, braun und schliesslich verschwindet die Färbbarkeit voll-

[1]) Siehe die folgende Abhandlung.

kommen. Wenn man mit Wasser verdünnt oder mit Säure versetzt, so vollzieht sich die oben beschriebene Hydrolyse und die Färbungen mit Jod laufen dieselbe Farbenscala in entgegengesetzter Richtung durch.

Wenn man einen Tropfen der Lösung von Amylodextrin in Formaldehyd auf einem Objectträger mit einem Deckgläschen bedeckt unter das Mikroskop bringt, so kann man bereits nach einigen Stunden den Beginn der Krystallisation bemerken. Nadelförmige Krystalle schiessen anfangs zu sternförmig gruppierten Büscheln an; mit der Zeit aber werden diese Büschel von regelmässig concentrisch gelagerten Schichten, gegen den Mittelpunkt gerichteter, äusserst feiner Nädelchen umgeben, welche dann unter dem Mikroskope den Stärkekörnern täuschend ähnliche Gebilde hervorbringen. Diese Nachahmung der Stärkekörner geht so weit, dass man auch zusammengesetzte Körner entstehen sieht. Alle diese Körner sind aus doppelbrechenden Nädelchen zusammengesetzt und zeigen im polarisierten Lichte prachtvoll das bei den Stärkekörnern bekannte dunkle Kreuz.

Die beigegebene Tafel (XXXIV) bringt photographische Abbildungen von solchen aus Krystallnadeln zusammengesetzten Körnern.

Fig. 1 und 2 sind Abbildungen von Körnern im gewöhnlichen Licht; sie zeigen deutlich die sogen. Schichtung. Fig. 3 stellt eine Abbildung der Körner im polarisierten Licht dar.

Über die Einwirkung von Jod auf Amylodextrin. Das aus Kartoffelstärke erhältliche Amylodextrin gibt mit Jodjodkaliumlösung die allbekannte schöne blaue Färbung. Über das Wesen dieser Erscheinung ist viel herumgestritten worden. Die einen haben die Färbung einer einfachen Lösung von Jod in Stärke zugeschrieben, andere sahen sie als die natürliche Farbe einer chem. Verbindung von Jod mit Stärke an.

Über die Zusammensetzung dieser Jodstärke haben F. Mylius[1]), F. Seyferth[2]), C. Meinecke[3]) und F. Rouvier[4]) grössere Arbeiten veröffentlicht. Völlige Übereinstimmung gibt es bei diesen Autoren nicht; aus ihren Arbeiten scheint aber das eine

[1]) Ber. d. d. chem. Ges., 20, p. 688.
[2]) Ztschr. f. ang. Ch., 1888, p. 18.
[3]) Chem. Ztg., 18., p. 157.
[4]) C. rendus, 117., p. 461.

mit Bestimmtheit hervorzugehen, dass die sog. Jodstärke etwa 20% Jod enthält.

Im Verlaufe meiner Versuche über das durch Formaldehyd aus Stärke erhältliche Amylodextrin bin ich dazu gekommen zu untersuchen, ob der aus Amylodextrin und Jod erhältliche in Kochsalzlösung unlösliche Niederschlag eine bestimmte Menge Jod enthält, ob er also als eine chem. Verbindung anzusehen sei.

Es wurde eine bestimmte Menge Amylodextrinlösung mit einem Überschuss von Jodlösung versetzt und nach dem Abcentrifugieren des Niederschlages das nicht verbrauchte Jod in der Lösung bestimmt, mittelbar also auch in Erfahrung gebracht, wie viel Jod in den Niederschlag überging.

Die Resultate sind in nachfolgender Tabelle zusammengestellt:

Nr.	Menge von Amylodextrin	Hinzugegebene Jodmenge	Jodmenge in der Lösung	Jodmenge im Niederschlag	100 Th. Amylodextrin verbrauchten Th. Jod
1	0,1788	0,061815	0,028847	0,032968	18,39
2	0,1788	0,206050	0,161749	0,044301	24,77
3	0,0894	0,103025	0,081275	0.021750	24,32
4	0,1070	0,312166	0,284349	0,027817	25,07
5	0,1070	0,830360	0,803595	0,026765	25,01

Aus den Jodbestimmungen ersieht man, dass der aus Jod und Amylodextrin erhaltene Niederschlag eine constante Zusammensetzung hat, sofern Jod in einem gewissen Überschuss vorhanden ist; dass dieser Niederschlag also als eine bestimmte chem. Verbindung anzusehen sei. Ich lege demselben nachstehende Formel bei:

$$[(C_{54}H_{90}O_{45} + \frac{3}{2}H_2O)J_3]_4.$$

Um eine Verbindung von dieser Formel zu geben, müssen 100 Th. Amylodextrin 25,8 Th. Jod binden; meine Bestimmungen haben ziemlich nahegelegene Zahlen ergeben.

Diese Verbindung sollte theoretisch 20,50% Jod enthalten. Ich habe die Zahlen 19,90 und 19,87 erhalten, während Mylius 19,69, Rouvier 19,6, Seyferth 18,56 und Harz[1]) 20,86% Jod gefunden haben.

[1]) Apoth. Ztg. 1893, p. 260. Nach Duclaux Traité de Microb. 1899, II. p. 395.

Aus obiger Formel des Jodamylodextrins, welche einen neuen Beweis für die von mir aufgestellte Formel des Amylodextrins und der Stärke liefert[1], folgt, dass die Substanz auf jeden Amylogenrest 3 Atome Jod enthält, dass dann auf jede der drei Gruppen (C_{18}) dieses Restes ein Atom Jod entfällt.

Wenn man die von mir aufgestellte Formel des Amylogenrestes hier zu Rathe zieht, so wirft sich gleich die Vermuthung auf, dass das Jod an den 3 endständigen primären Alkoholgruppen — CH_2OH gebunden wird. Diese Vermuthung wird fast zur Gewissheit, wenn man bedenkt, dass die Verbindung von Amylogen mit BaO von Jodlösung nicht gefärbt wird. BaO wird nämlich unzweifelhaft von der Gruppe — CH_2OH gebunden und diese ist dann eben nicht im Stande die gefärbte Verbindung mit Jod einzugehen.

Aus dem Obengesagten folgt mit grosser Wahrscheinlichkeit, dass das Formaldehydamylodextrin, welches mit Jod keine Färbung gibt, das Formaldehyd an den primären Alkoholgruppen gebunden enthält. Vollkommen erklärlich wird dann auch die Erscheinung der Farbenänderung während der Hydrolyse der mit Jod versetzten Lösung. Das Formaldehydamylodextrin enthält nämlich an den drei Gruppen — CH_2OH eines jeden Amylogenrestes auf irgend eine Art Formaldehyd gebunden, kann deshalb das Jod nicht mehr binden, mit ihm also keine Färbung geben. In dem Maasse jedoch als durch hydrolytische Abspaltung des Formaldehyds die einzelnen Gruppen — CH_2OH frei werden, binden sie Jod und geben gefärbte Verbindungen.

Ich nehme an, dass eine derartige Verbindung in der Lösung braun ist, wenn blos eine der drei Gruppen in den Amylogenresten frei wurde und Jod gebunden hat, carmoisinroth, wenn zwei dieser Gruppen in jedem Amylogenrest Jod gebunden haben und schliesslich blau, wenn alle drei Gruppen Jod addieren, also das Jodamylodextrin geben konnten.

Diese meine Annahme gründe ich auf die Thatsache, dass Amylodextrin während der diastatischen Hydrolyse ebenfalls mit Jod eine stete Farbenänderung zeigt.

Ich habe in meiner ersten Abhandlung über die Constitution

[1]) Siehe die folgende Abhandlung.

der Stärke gezeigt[1]), dass die von mir damals als typische Dextrine I u. II bezeichneten Substanzen, die sich in Lösung mit Jod carmoisinroth, resp. braun färben, aus Amylogenresten bestehen, aus denen bereits ein resp. zwei Maltosereste abgespalten wurden. Wie aus der Formel des Amylogenrestes zu ersehen ist, sind es eben diese Maltosereste in ihm, welche die endständige Gruppe — CH_2OH enthalten. Wenn also ein Maltoserest abgespalten wird, so verschwindet auch eine primäre Alkoholgruppe aus dem Amylogenreste, diese eben, von welcher ich annehme, dass sie Jod bindet, und durch successive Abspaltung erklärt sich die Farbenänderung während der diastatischen Hydrolyse.

---

51. M. VICTOR SYNIEWSKI. **O budowie skrobi.** *(Sur la constitution de l'amidon).* Mémoire présenté par M. St. Niementowski m. c.

Action d'un extrait chauffé de malt sur une solution d'amidon.

J'ai espéré obtenir l'amylogène en traitant la fécule par un extrait chauffé de malt lequel, comme on l'admet généralement dans la pratique des industries de fermentation, n'exerce aucune autre influence sur l'empois d'amidon que de le liquéfier. Dans ce but, j'ai entrepris des recherches sur l'action d'un extrait de malt chauffé préalablement à 78°.

On prépare une solution d'amidon en chauffant de l'empois de fécule pendant 12 heures à 140° à l'autoclave. On détermine la teneur en carbone d'un volume connu de cette solution et, en se servant du chiffre obtenu, on calcule ensuite la teneur en amidon, évaluée en amylogène.

L'hydrolyse du corps en solution est faite à la température ordinaire. De temps à autre, on dose par pesée le maltose apparent qui se forme dans la solution saccharifiée. On obtient ainsi les résultats suivants :

(*Voir* la table à la page 442).

On déduit de ces chiffres qu'il s'effectue ici un processus chimique qui cesse après l'apparition de 30 à 31 p. 100 de maltose apparent, formé aux dépens de l'amylogène. On a constaté au pola-

[1]) Lieb. Ann. 309, p. 307.

Durée de l'hydrolyse	Pour-cent du corps réducteur formé aux dépens de l'amylogène et calculé en maltose	Coloration par l'iode
1 minute		
10 minutes		
30 „		
60 „		
2 heures		
4 „		
7 „		
24 „		Bleu pur.
48 „		Avec une petite quantité d'iode, violette; avec une plus grande quantité, rouge.
72 „	15·12	Rouge.
96 „	19·21	Rouge brunâtre.
120 „	25·32	idem.
168 „	27·81	Coloration faible.
192 „	29·45	Traces de coloration.
216 „	30·72	Aucune coloration.
240 „	31·33	
672 „	35·80	
1824 „	46·93	
2832 „	50·12	

rimètre que l'amylogène avait dans cette solution, au début de l'expérience, le pouvoir rotatoire $[\alpha]^{20}_{D} = 193^{0}12'$. Après 216 heures, c'est-à-dire à la fin de cette phase de l'hydrolyse, la substance dissoute avait le pouvoir rotatoire $[\alpha]^{20}_{D} = 179^{0}48'$.

Une partie de la solution hydrolysée fut soumise à une nouvelle hydrolyse au moyen d'un extrait frais de malt. Le maltose ainsi obtenu fut dosé par la liqueur de Fehling. On a trouvé les résultats suivants :

(*Voir* la table à la page 443).

Il résulte de ces chiffres que la solution qui contenait au début 30,71 p. c. de maltose apparent formé aux dépens de l'amylogène fut saccharifiée très rapidement par l'infusion fraîche de malt jusqu'à ce qu'il se soit formé aux dépens de la substance dissoute

Durée de l'hydrolyse	Maltose en p. 100 d'amylogène
1 heure	71·31
2 heures	72·97
4 „	75·39
18 „	88·13
48 „	92·36
96 „	93·05

primitive 92 p. 100 de maltose apparent. A partir de ce moment-là, la saccharification devint très lente.

Cette hydrolyse, partagée en deux phases, a été effectuée à plusieurs reprises; on obtenait toujours les mêmes résultats.

De ces recherches nous concluons que l'amidon a subi une décomposition totale au moment de l'apparition de 30 à 31 p. 100 de maltose apparent formé aux dépens de l'amylogène.

Cette solution ne donne que de très petites quantités de glucosazone et de maltosazone; il résulte de ce fait qu'il n'y a pas eu production de sucre, le corps obtenu étant évidemment une dextrine. Je l'ai nommé dextrine-limite II, en réservant la dénomination dextrine-limite I pour la dextrine résistante, décrite déjà dans mon premier mémoire [1]).

On peut isoler la dextrine-limite II d'une solution saccharifiée par l'extrait chauffé de malt en employant de l'alcool comme réactif précipitant. Cette dextrine se trouve dans la fraction du précipité soluble dans l'alcool à 80—85° Tr. Le rendement de la dextrine brute est très fort; j'ai obtenu dans un cas 97 p. 100 de l'amidon traité.

La dextrine-limite II est une poudre d'un jaune pâle, amorphe, un peu douce, contenant des cendres. Elle est soluble assez aisément dans l'alcool bouillant à 80° Tr; dans l'alcool à 90° Tr, elle n'entre pas en solution. On n'a pas réussi à obtenir cette substance à l'état cristallin. Le pouvoir rotatoire est $[\alpha]^{20}_{D} = 179^{0}36'$, le pouvoir réducteur $R = 30{\cdot}0$ p. c. de $R_{maltose}$. La détermination cryoscopique fournit le nombre 1039 comme poids moléculaire.

[1]) Lieb. Ann. Bd. 309, p. 301.

L'analyse élémentaire a donné :

$$C = 43{\cdot}31 — 43{\cdot}70 \qquad H = 6{\cdot}38 - 6{\cdot}43 .$$

Ces nombres s'accordent avec la formule brute $C_{36} H_{62} O_{31}$ qui exige pour C = 43·63, pour H = 6·26 et 990 pour poids moléculaire.

Un extrait frais de malt saccharifie très rapidement la dextrine limite II. Après une action de 25 heures on a obtenu comme résultat de cette saccharification 95,31 p. 100 de maltose.

Si l'on compare le pouvoir rotatoire et le pouvoir réducteur de la dextrine-limite II pure avec le pouvoir rotatoire et le pouvoir réducteur ($[\alpha]_D^{20} = 179^0 48'$ et R = 30 à 31 p. 100 de $R_{maltose}$) de la solution d'amidon hydrolysée par l'extrait chauffé de malt et si l'on prend aussi en considération la réaction de l'extrait frais de malt sur la dextrine et sur cette solution, il faut conclure que l'amidon se transforme intégralement pendant cette hydrolyse en dextrine-limite II.

Il est sûr que ma dextrine-limite II est identique avec la maltodextrine-α de Ling et Baker, l'achroodextrine II de Lintner et la maltodextrine de Brown et Morris.

Si l'on ne pousse pas l'hydrolyse de cette dextrine jusqu'au bout, on peut au moyen de l'alcool isoler de cette solution encore une autre dextrine. On la trouve dans la partie du précipité qui est soluble dans l'alcool bouillant à 87—89° Tr. Je l'ai nommé γ-maltodextrine.

Cette substance est aussi une poudre d'une légère teinte jaunâtre, très fine, d'une saveur agréablement douce, contenant des cendres. Elle est soluble dans l'alcool à 85° Tr, mais elle l'est très faiblement dans l'alcool à 90° Tr. Le pouvoir rotatoire est $[\alpha]^{20}_D = 172^0 17'$. son pouvoir réducteur R = 42·7 p. 100 $R_{maltose}$. Par la méthode cryoscopique dans l'appareil de Beckmann on a obtenu le nombre 595 comme poids moléculaire.

L'analyse élémentaire a fourni les résultats suivants :

$$C = 43{\cdot}23 \qquad 43{\cdot}97 \qquad H = 6{\cdot}42 \qquad 6{\cdot}28$$

ce qui correspond à la formule $C_{24} H_{42} O_{21}$ qui exige pour C = 43·24; pour H = 6·30; et pour poids moléculaire le nombre 666.

La γ-maltodextrine est attaquée très facilement par l'extrait frais de malt. On a obtenu après 24 heures 94·06 p. 100 de maltose.

Le dédoublement hydrolytique de la γ-maltodextrine ne peut s'effectuer que selon l'équation suivante:

$$C_{24} H_{42} O_{21} + H_2 O = 2 C_{12} H_{22} O_{11}.$$

On devrait obtenir finalement du maltose pur, c'est à dire 100 p. 100 de ce corps. Mais je n'en ai jamais obtenu plus de 94,06 p. 100.

Si l'on évapore jusqu'à consistance de sirop cette solution hydrolysée et si l'on épuise ce sirop à plusieurs reprises par l'alcool bouillant à 96° Tr. le maltose entre en solution et il reste un résidu. En traitant ce résidu par la phénylhydrazine, on obtient une osazone qui fond à 150—153°. Cette osazone contient 9·85 p. 100 d'azote; c'est donc l'isomaltosazone de Lintner. Cela prouve que la γ-maltodextrine se dédouble par l'hydrolyse en maltose et en isomaltose de Lintner et cela explique pourquoi on n'obtient que 94 p. 100 de maltose apparent par l'action de l'extrait frais de malt sur cette substance.

En posant le pouvoir réducteur du maltose = 100 et le pouvoir réducteur de l'isomaltose = 84·5 p. 100 de $R_{maltose}$[1]) et en admettant qu'une molécule de γ-maltodextrine se dédouble en une molécule de maltose et une molécule de l'autre substance, on devra trouver dans la dissolution saccharifiée $51{\cdot}3 + \frac{51{\cdot}3 \times 84{\cdot}5}{100} =$ = 94·6 p. 100 de maltose rapporté à 100 de matière dissoute, ce qui s'accorde avec l'observation.

J'ai préparé cet isomaltose à l'état de pureté en partant de la dextrine-limite I.

On obtient la dextrine-limite I en traitant par l'extrait frais de malt à la température ordinaire une solution d'amidon, préparée en chauffant de l'empois de fécule à l'autoclave à une température de 140°. Cette dextrine est une poudre amorphe, tout à fait blanche. La détermination cryoscopique donne le nombre 1897 comme poids moléculaire de cette substance; Lintner a trouvé le nombre 1963 pour son achroodextrine I qui est sûrement identique avec ma dextrine-limite I.

L'analyse élémentaire de ce corps a fourni les résultats suivants:

[1]) On verra plus loin que l'isomaltose pur a le pouvoir réducteur R = 84·5 p. 100 de $R_{maltose}$.

$$C = 42{\cdot}54;\ 43{\cdot}63;\ 43{\cdot}37 \qquad H = 6{\cdot}30;\ 6{\cdot}71;\ 6{\cdot}67.$$

ce qui correspond à la formule $C_{72}H_{124}O_{62}$ qui exige $C = 43{\cdot}63$; $H = 6{\cdot}26$ et un poids moléculaire de 1980.

En ajoutant à une solution aqueuse à 5 p. 100 de cette dextrine une solution d'amylase pure précipitée, on lui fait subir une décomposition hydrolytique. On laisse l'action se prolonger trois semaines, on évapore jusqu'à consistance de sirop et on traite celui-ci par l'alcool bouillant à 96° Tr. Le glucose se dissout, l'isomaltose reste insoluble. On épuise ce résidu par l'alcool méthylique qui dissout l'isomaltose et on place cette solution avec de l'alcool absolu sous une cloche de verre. Après quelque temps, il apparaît une croûte cristalline sur les parois du verre. On lave cette croûte à l'alcool méthylique, puis à l'alcool absolu, et on la sèche dans le vide au moyen de l'acide phosphorique anhydre jusqu'à ce que son poids devienne constant.

L'analyse de ce corps a fourni les résultats suivants:

$$C = 41{\cdot}99;\ 41{\cdot}94 \qquad H = 6{\cdot}76;\ 6{\cdot}67.$$

La détermination cryoscopique a donné le nombre 321 comme poids moléculaire. Ces nombres sont en accord parfait avec la formule $C_{12}H_{22}O_{11}$ qui exige $C = 42{\cdot}10$; $H = 6{\cdot}43$ et le nombre 342 comme poids moléculaire. Le pouvoir rotatoire de ce corps était $[\alpha]^{20}_{D} = 141°40'$ et le pouvoir réducteur $R = 84{\cdot}5$ p. 100 de $R_{maltose}$.

L'osazone de cette substance fondait à 150—153° et avait la composition: $C = 55{\cdot}38$; $H = 6{\cdot}52$; $N = 10{\cdot}63$—$10{\cdot}70$. L'hexobiosazone $C_{12}H_{20}O_9(N_2HC_6H_5)_2$ exige pour $C = 55{\cdot}38$; $H = 6{\cdot}15$ et $N = 10{\cdot}76$.

Cette substance n'est pas identique avec l'isomaltose décrite par M. Émile Fischer; par conséquent elle doit être appelée autrement. Je l'ai nommé dextrinose, parce qu'elle est un composant des deux dextrines-limite et par conséquent de toutes les dextrines supérieures dérivant de l'amidon.

L'hydrolyse carbinolique de l'amidon.

Si l'on chauffe un empois d'amidon à 5 p. 100 à l'autoclave à une température de 140°, on obtient une solution limpide qui, traitée par l'alcool, donne un précipité blanc, soluble à froid dans l'eau. Cette solution se colore en bleu par l'iode et ne réduit pas la liqueur de Fehling. Dans mon premier mémoire sur la consti-

tution de l'amidon, j'ai déjà mentionné que le corps ci-dessus ne peut prendre naissance aux dépens de l'amidon que par une hydrolyse carbinolique. L'analyse élémentaire fournit les nombres suivants:

$$C = 43{\cdot}75;\ 43{\cdot}56 \qquad H = 6{\cdot}18;\ 6{\cdot}11.$$

On peut en conclure que ce corps est composé selon la formule suivante:

$$(C_{54}\,H_{90}\,O_{45})_n + \frac{3n}{2}\,H_2O \quad \text{ou} \quad (C_{54}\,H_{96}\,O_{48})_n - \frac{3n}{2}\,H_2\,O.$$

Cette formule exige pour $C = 43{\cdot}63$ et pour $H = 6{\cdot}26$. J'ai appelé ce corps amylodextrine. Son éther acétique, la peracétylamylodextrine, obtenu en chauffant de l'amylodextrine avec l'acide acétique anhydre en présence du carbonate de sodium, avait la composition suivante:

$$C = 49{\cdot}51;\ 49{\cdot}32 \qquad H = 5{\cdot}35;\ 5{\cdot}63.$$

Elle contenait 47·12 et 48·81 p. 100 de $C_2\,H_3\,O$. Ces nombres sont en accord avec la formule: $n\ [(C_{54}\,H_{66}\,O_{48} - \frac{3}{2}\,H_2\,O)\ (C_2\,H_3\,O)_{30}]$ qui exige pour $C = 49{\cdot}83$; pour $H = 5{\cdot}57$ et 46·99 p. 100 de $C_2\,H_3\,O$.

Je conclus de la formule de l'amylodextrine et de celle de la peracétylamylodextrine que la molécule du premier corps diffère de celle de l'amidon en ceci que les restes amylogènes dans l'amylodextrine contiennent 3 hydroxyles de plus que les restes amylogènes de l'amidon.

Une solution aqueuse, chaude, à 10 p. 100 d'amylodextrine, laisse précipiter après quelque temps un dépôt blanc, insoluble dans l'eau froide, dépourvu de cendres. Ce dépôt a la composition suivante:

$$C = 43{\cdot}74;\ 43{\cdot}82 \qquad H = 6{\cdot}55;\ 6{\cdot}35$$

qui est en accord avec la formule $(C_{54}\,H_{90}\,O_{45})_n + \frac{2n}{2}\,H_2\,O$. On voit par cette formule que c'est un produit de déshydratation différant de l'amylodextrine en ce qu'il n'a que 2 hydroxyles de plus dans chaque reste amylogène que les restes similaires de l'amidon, tandis que l'autre substance en a 3 de plus dans chaque reste amylogène.

L'extrait frais de malt attaque ce produit très facilement à la température ordinaire. Le maltose se détache et entre en solution et il reste un résidu insoluble. Ce résidu peut être saccharifié par l'extrait frais de malt après dissolution préalable dans de l'eau chaude.

Trois expériences de saccharification ont fourni les résultats suivants:

Durée de l'action de l'extrait frais	Maltose qui s'est détaché et qui est entré en solution	Maltose obtenu du résidu après sa dissolution dans l'eau chaude	Total
	pour 100 d'amylogène mis en oeuvre		
5 heures	23·08	51·62	74·70
3 jours	47·08	27·89	74·97
14 „	59·12	34·25	93·37

Il résulte de ces expériences que le produit de réversion donne en peu de temps sous l'action de l'extrait de malt les $^2/_3$ de la quantité de maltose que contient ce corps et que le dernier tiers résiste très longtemps à l'action de ce réactif. Après 14 jours il ne s'est dissout que 59·12 p. 100 de maltose, tandis qu'il y avait dans le produit de déshydratation 67·85 p. 100 de ce sucre.

On peut conclure de ces faits que la composition des produits hydrolytiques carbinoliques n'est pas sans influence sur le résultat de l'action hydrolytique de l'extrait de malt sur ces corps. Sous ce rapport on peut distinguer les différences suivantes:

La molécule d'amidon dont les restes amylogènes contiennent 27 hydroxyles, n'est point attaquée par l'extrait de malt à la température ordinaire. Si l'on veut la saccharifier, on doit lui faire subir préalablement une hydrolyse carbinolique.

L'amylodextrine, un des produits hydrolytiques carbinoliques dont les restes amylogènes contiennent 3 hydroxyles de plus que les restes similaires de l'amidon, est attaquée très facilement par l'extrait de malt, même à la température ordinaire et fournit $^3/_3$, c'est à dire la quantité totale de maltose qu'elle contient.

Le produit de déshydratation de l'amylodextrine dont les restes amylogènes ne contiennent que 2 hydroxyles de plus que les restes amylogènes de l'amidon est aussi attaqué facilement par

l'extrait de malt à la température ordinaire, mais on n'obtient que les $^2/_3$ de la quantité de maltose que pourrait produire la molécule de ce corps.

Ces faits prouvent que les restes maltose ne se détachent des restes amylogènes de la molécule d'amidon que quand ceux-ci se sont annexés des hydroxyles, par l'hydrolyse carbinolique bien entendu. Donc il correspond à chaque hydroxyle additionné un reste maltose se détachant sous l'action de l'extrait de malt.

Sur la structure du reste amylogène.

On doit conclure des résultats de l'action de l'extrait frais de malt sur l'amidon soluble et sur l'amylodextrine que le reste amylogène contient trois espèces de liaisons carbonyliques:

Des liaisons-α, comme je les ai appelées, qui se brisent pendant la première phase de la saccharification en donnant naissance à du maltose et à de la dextrine-limite I;

Des liaisons-β qui se brisent pendant la seconde phase de la saccharification en donnant naissance finalement à du glucose par la décomposition hydrolytique des restes dextrine-limite I;

Des liaisons-γ qui unissent les deux restes glucose dans la molécule de maltose.

En employant le symbole (C_6) pour désigner le reste glucose et les lettres α, β, γ pour désigner les dites liaisons, on peut exprimer la formule schématique du reste amylogène par:

$$\begin{array}{l}
(C_6) \quad \alpha - (C_6) - \gamma - (C_6) \\
\quad | \\
\quad \beta \\
\\
(C_6) - \alpha - (C_6) \quad \gamma - (C_6) \\
\quad \beta \\
\quad | \\
(C_6) - \alpha - (C_6) - \gamma - (C_6).
\end{array}$$

A l'aide de cette formule, la décomposition de l'amidon par les deux manières s'explique très facilement. En faisant agir de l'extrait frais de malt sur les restes amylogènes de l'amylodextrine, on brise les liaisons-α; on obtient du maltose et la dextrine-limite I, composée des restes $3\,(C_6)$. En faisant agir de l'extrait chauffé de malt sur les restes amylogènes de l'amylodextrine, on brise les

liaisons-β et il en résulte uniquement une dextrine composée des restes dextrine-limite II.

Le poids moléculaire de cette dernière dextrine étant 990, il est évident qu'elle est composée de six restes glucose; sa formule schématique pourra être exprimée par:

$$(C_6) - \gamma - (C_6) - \alpha - (C_6) - (C_6) - \alpha - (C_6) - \gamma - (C_6).$$

On voit par cette formule que la dextrine-limite II contient encore deux liaisons-α, et par conséquent deux restes maltose qui peuvent se détacher; l'expérience montre en effet que l'on peut effectuer ce dédoublement.

La dite formule nous apprend encore que les deux restes dextrine-limite II de ce corps dérivent de deux restes amylogènes, qu'ils sont par conséquent joints par une liaison carbinolique. Le corps $(C_6) - (C_6)$ qui reste après la disparition de deux liaisons-α, et que j'ai appelé dextrinose, se compose alors de deux restes glucose joints aussi par une liaison carbinolique.

Le reste amylogène contient 9 restes glucose; par conséquent il doit contenir aussi 9 groupes carbonyles. Entre ces restes glucose doivent exister au moins 8 liaisons et au plus 9. Dans le premier cas, une de ces huit liaisons devra être bicarbonylique, dans le second au contraire toutes ces liaisons ne pourraient être que des liaisons monocarbonyliques.

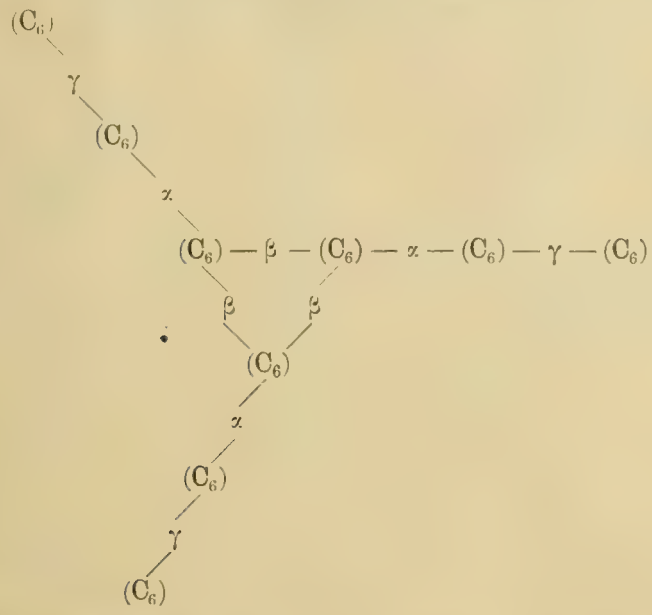
Dans le reste amylogène qui contiendrait une liaison bicarbonylique, cette liaison ne pourrait être qu'une des liaisons-α et la formule schématique de ce reste, en employant le symbole $<$ de Scheibler et Mittelmeier pour des groupes carbonyles, devra être exprimée par

$$\begin{array}{c} (C_6) > (C_6) > (C_6) \\ \wedge \\ (C_6) > (C_6) > (C_6) \\ \wedge \\ (C_6) <> (C_6) > (C_6). \end{array}$$

Cette formule ferait pressentir qu'on devrait obtenir deux dextrines-limite II, dont celle qui serait composée de restes $(C_6) <> (C_6) > (C_6)$ n'exercerait aucun pouvoir réducteur sur la liqueur de Fehling. Or on ne trouve pas une pareille dextrine parmi les produits d'action de l'extrait chauffé de malt sur l'amylodextrine, et par conséquent on ne peut pas admettre que le reste amylogène

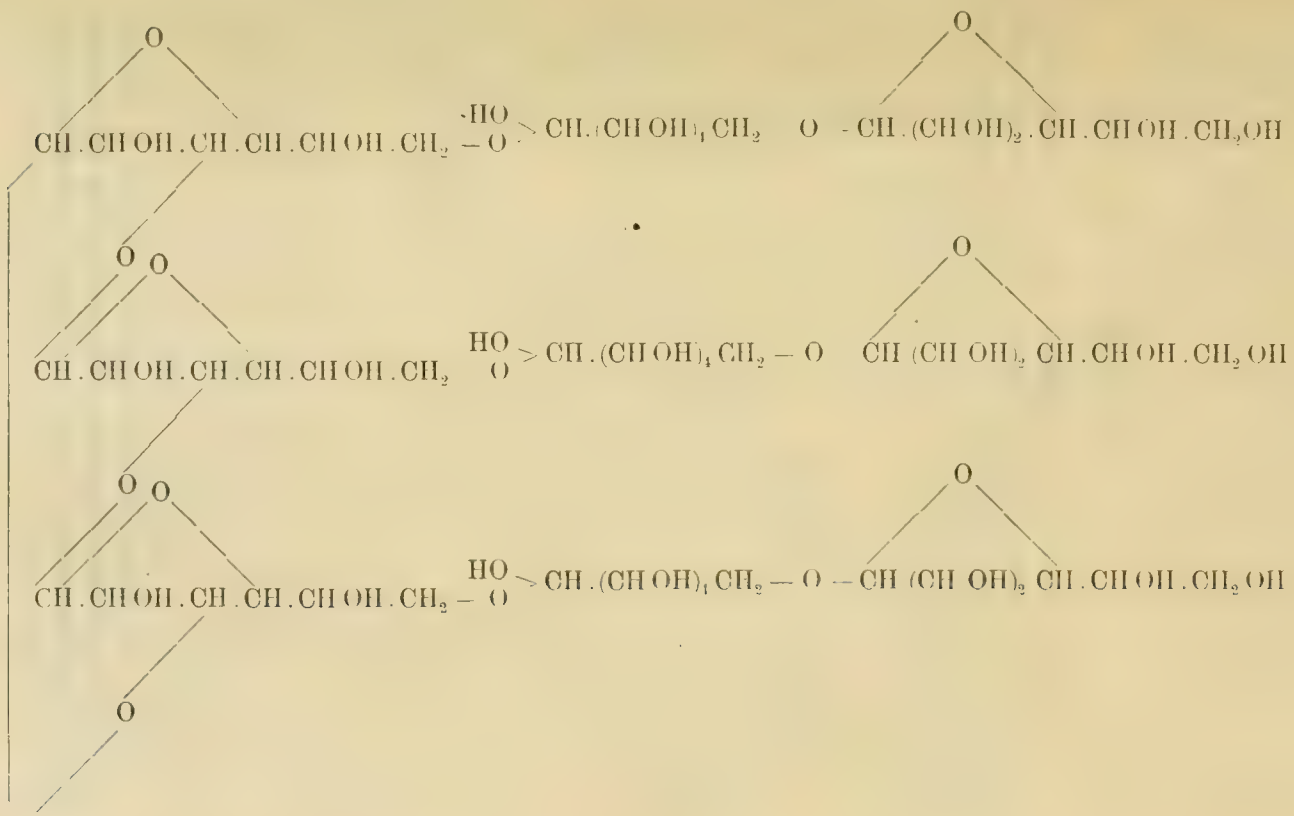
contienne une liaison bicarbonylique. Il ne nous reste alors que la seconde supposition: c'est que le reste amylogène ne contient exclusivement que des liaisons monocarbonyliques. Dans ce cas, on doit admettre de suite que le reste amylogène possède un anneau.

Les liaisons-γ ne peuvent pas avoir part à la formation de cet anneau, c'est certain, mais il est sûr aussi que les liaisons-α n'y participent pas; il ne reste alors que les liaisons-β que l'on doit et que l'on peut se représenter comme formant l'anneau.



Dans mon mémoire précédent[1]) j'avais donné à l'amylodextrine la formule $C_{18} H_{27} O_{12} . O_3 . (C_{12} H_{23} O_{11})_3$. En admettant maintenant une des formules de Fischer pour le maltose, on peut donner à l'amylogène la formule suivante ou une formule analogue:

[1]) Liebig's Annalen, Bd. 309, p. 303.



Sur la manière dont sont liés entre eux les restes amylogènes dans la molécule d'amidon.

La formule de l'amylogène est $C_{54} H_{96} O_{48}$, celle de l'amidon $(C_{54} O_{90} O_{45})_n$ ou $[(C_{54} H_{96} O_{48})_n - 3n H_2 O]$. La dernière formule exprime que *n* restes amylogènes se sont unis par déshydratation pour composer la molécule d'amidon.

En comparant les formules de ces deux corps, on arrive à la conclusion que chaque reste amylogène dans la molécule d'amidon est lié avec d'autres restes par 6 liaisons carbinoliques.

L'amylodextrine a la formule $(C_{54} H_{90} O_{45})_n + \frac{3n}{2} H_2 O$. J'en conclus que ce corps s'est formé de l'amidon par hydratation et cela par brisement de 3 liaisons carbinoliques dans chaque reste amylogène.

Les trois restes maltose dans chaque reste amylogène étant facilement séparables après la formation de l'amylodextrine, j'en conclus que les dits restes maltose ont part à la formation de ces trois liaisons carbinoliques qui disparaissent dans la molécule d'amidon pendant la formation de l'amylodextrine.

Après la séparation des molécules de maltose, il reste la dextrine-limite I composée des restes dextrine-limite I. Je conclus de ce fait que les 3 liaisons carbinoliques non brisées dans chaque reste amylogène de l'amylodextrine sont les mêmes que ceux qui unissent les restes dextrine-limite I pour former la dextrine susdite.

La molécule d'amidon est donc composée des restes amylogènes de la manière suivante: Les restes dextrine-limite I de chaque amylogène sont liés avec les restes similaires des autres amylogènes par 3 liaisons et les trois restes maltose de chaque amylogène par les 3 liaisons carbinoliques restantes avec les trois restes maltose des autres amylogènes. J'appelle d-carbinoliques les liaisons qui unissent les restes dextrine-limite I et m-carbinoliques les autres liaisons qui agissent entre les restes maltose.

Les restes dextrine-limite I restent liés après l'élimination des molécules de maltose de l'amylodextrine et la dextrine-limite I ayant un poids moléculaire qui s'accorde avec la formule $C_{72} H_{124} O_{62}$ il est évident qu'elle est constituée par 4 restes dextrine. Or un reste amylogène ne contenant plus qu'un reste dextrine-limite I, il s'ensuit que la molécule d'amidon de laquelle dérive cette dex-

trine est composée de quatre restes amylogènes. Donc on doit écrire la formule de l'amidon:

$$C_{216}\,H_{360}\,O_{180}.$$

En employant le symbole (C_6) pour le reste glucose et (C_{12}) pour le reste maltose, on peut figurer la constitution de l'amylogène par le schéma suivant:

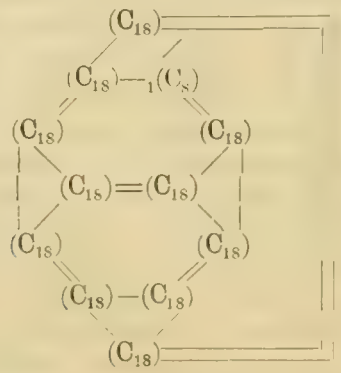
$$\begin{array}{c} (C_6)-(C_{12}) \\ \diagup \quad \diagdown \\ (C_{12})-(C_6)-(C_6)-(C_{12}) \end{array}$$

ou, après jonction de $(C_6)-(C_{12})$ que nous écrivons (C_{18}),

$$\begin{array}{c} (C_{18}) \\ \diagup \quad \diagdown \\ (C_{18})-(C_{18}). \end{array}$$

Les symboles (C_{18}) représentent ici les restes dextrine-limite II et les tirets entre ces symboles les liaisons β-carbonyliques.

A l'aide de cette formule schématique de l'amylogène, on parvient à figurer la molécule d'amidon par le schéma suivant:



Les tirets entre deux restes (C_{18}) des groupes ternaires représentent les susdites liaisons β-carbonyliques, les tirets doubles entre les restes (C_{18}) représentent deux liaisons carbinoliques, une d-et une m-carbinolique.

52. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

Rozprawy Akademii Umiejętności. Wydział matematyczno-przyrodniczy. Ser. II, tom XIX, ogólnego zbioru tom 39. (*Travaux de la Classe*, Ser. II. vol. XIX.), 8-o, p. 340, 7 planches et 10 gravures.

M. Seńkowski. O metodzie badania czynności wydzielniczej wątroby. *(Sur une méthode servant à étudier la fonction de sécrétion du foie)*, 8-o, p. 15.

M. Siedlecki. O rozwoju płciowym Gregaryny *Monocystis ascidiae* R. Lank. *(Sur la reproduction sexuelle de la Grégarine Monocystis ascidiae R. Lank.)*, 8-o, p. 29.

L. Wewiórski. O kondensacyi glyoksalu z aldehydem benzoesowym za pomocą amoniaku. *(Sur la condensation du glyoxale et de l'aldéhyde benzoïque au moyen de l'ammoniaque)*, 8-o, p. 8.

Katalog literatury naukowej polskiej. *(Catalogue of Polish Scientific Literature)*, vol. II., 1902, fasc. I., 8-o, p. 22.

Polskie słownictwo chemiczne. *(Terminologie chimique polonaise)*, 16-o, p. 31.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcyą
Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Władysława Natansona.

Kraków, 1902 — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego

26 Sierpnia 1902

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE

1873—1902

Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II — XXXIII (vol. I épuisé). — 258 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XLII. (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 276 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes-rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 41 livr. 51 k. 80 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII. Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV. Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI, XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed, Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674. ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2. Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler 30 k. Vol. VI, Acta Regis Joannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski 12 k. — Vol VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 41 vol. (319 planches). — 376 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 35 volumes (III. VI — XXXIII, 67 planches, vol I. II. IV. V épuisés). — 274 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 12 livraisons (64 planches) (à suivre). — 114 k. 80 h.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—V, (44 planches, 10 cartes et 106 gravures). — 32 k.

—

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo, 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1890. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo, vol. I—II. 1897. 13. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 33 k. 60 h.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

12,229

N° 8. OCTOBRE 1902.

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE:

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR: S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemand ou en latin, des travaux présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction de **M. Ladislas Natanson,**
Membre délégué de la Classe des Sciences mathématiques et naturelles.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 8. **Octobre** **1902.**

Sommaire: 53. M. S. ZAREMBA. Sur les méthodes de la moyenne arithmétique de Neumann et de Robin dans le cas d'une frontière non connexe.
54. M. LADISLAS NATANSON. Sur la fonction dissipative d'un fluide visqueux.
55. M. LADISLAS NATANSON. Sur la déformation d'un disque plastico-visqueux.
56. M. JEAN ZALESKI. Recherches sur la mésoporphyrine.
57. MM. ST. BONDZYŃSKI et K. PANEK. Sur l'acide alloxyprotéique, principe constant de l'urine de l'homme.
58. M. LADISLAS KULCZYŃSKI Erigonae Europaeae. Addenda ad descriptiones.
59. M. MICHEL SIEDLECKI. Cycle évolutif de la Caryotropha mesnilii, coccidie nouvelle des polymnies; note préliminaire.
60. M. JEAN SOSNOWSKI. Contribution à l'étude de la physiologie du développement des mouches.
61. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 13 Octobre 1902.

PRÉSIDENCE DE M. E. GODLEWSKI.

53. M. S. ZAREMBA. **O metodach średniej arytmetycznej Neumanna i Robina w przypadku, gdy ograniczenie nie jest spójne.** ***(Sur les méthodes de la moyenne arithmétique de Neumann et de Robin dans le cas d'une frontière non connexe).*** Mémoire présenté par M. C. Żorawski m. c.

I. Introduction.

Nr. 1. M. Ernest Richard Neumann[1]) a publié dernièrement deux intéressants mémoires sur la méthode de la moyenne arithmétique de M. C. Neumann. La voie suivie par M. E. R. Neumann, très voisine de celle qu'avait choisie autrefois M. C. Neumann lui-même, se rattache étroitement à une idée de M. Hilbert.

M. E. R. Neumann ne parvient à s'affranchir complètement de l'hypothèse de la convexité de la frontière que dans le cas du

[1]) Ernst Richard Neumann. Zur Integration der Potentialgleichung vermittelst C. Neumann's Methode des arithmetischen Mittels; erster und zweiter Aufsatz. Mathematische Annalen, Band 55 und 56.

plan et cela dans des conditions assez particulières: il démontre que la méthode de la moyenne arithmétique de M. C. Neumann est applicable à toute courbe plane qui peut être regardée comme la figure inverse d'une courbe plane convexe, ainsi qu'à toute frontière formée de deux cercles situés dans un même plan et ne se coupant pas.

Ajoutons que M. E. R. Neumann ne s'occupe pas de la méthode de Robin.

On voit que les résultats définitifs de M. E. R. Neumann ont une généralité bien moins grande que ceux qui ont été obtenus par les géomètres qui ont suivi la voie ouverte par M. Poincaré[1]). Mais M. E. R. Neumann établit, pour arriver aux résultats définitifs énoncés plus haut, des propositions intéressantes en elles-mêmes et, de plus, il parvient à éclairer d'un jour nouveau certains côtés de la question. En particulier, il met en évidence la forme nouvelle que doit prendre la méthode de C. Neumann dans le cas d'une frontière se composant de plusieurs parties entièrement séparées, si tant est que la méthode soit applicable dans ces cas-là. C'est précisément l'étude que fait M. E. R. Neumann d'une frontière composée de plusieurs portions entièrement séparées, qui nous a suggéré l'idée de publier le présent travail.

La théorie générale que nous avons établie dans nos travaux antérieurs[2]) sur les méthodes de C. Neumann et de Robin est applicable quel que soit le nombre de parties dont se compose la frontière; mais nous ne l'avons développée d'une façon complète que dans des circonstances qui impliquent que la frontière est d'un seul tenant, bien que, dans l'espace, elle puisse être une surface dont l'ordre de connexité est quelconque. Nous nous proposons maintenant d'étudier d'une façon détaillée le cas d'une frontière composée d'un nombre quelconque de parties séparées les unes des autres. La méthode que nous allons suivre est aussi bien applicable

[1]) Poincaré. La Méthode de Neumann et le Problème de Dirichlet. Acta mathematica 1896.

[2]) Zaremba. Sur la théorie de l'équation de Laplace et les méthodes de Neumann et de Robin. Bulletin international de l'Académie de Cracovie, 4 Mars 1901. Zaremba. Sur l'intégration de l'équation aux dérivées partielles $\Delta u + \xi u = 0$. C. R. de l'Ac. de Paris, 24 Juin 1901. Zaremba. Sur l'intégration de l'équation $\Delta u + \xi u = 0$, Journal de Mathématiques pures et appliquées 1902.

au plan qu'à l'espace mais, comme dans nos précédents travaux, c'est pour l'espace que nous allons développer la théorie.

Nr. 2. Il est nécessaire de préciser certaines notions qui joueront un rôle fondamental dans les considérations qui vont suivre. Considérons un système de n surfaces fermées

$$(S_1),\ (S_2),\ \ldots\ (S_n) \tag{1}$$

entièrement séparées les unes des autres. Elles partagent évidemment tout l'espace en $n+1$ régions. Comme aucune des surfaces (1) n'a de points situés à l'infini, il n'y aura, parmi les régions précédentes, qu'une région unique (R_0) s'étendant à l'infini. Nous l'appellerons „la région infinie". Cela posé, nous diviserons les n régions qui restent en plusieurs catégories de la manière suivante: toute région contigue à la région (R_0) sera dite de première catégorie, toute région autre que (R_0) mais contigue à une région de première catégorie, sera dite de seconde catégorie; enfin d'une façon générale, toute région contigue à une région de catégorie k sans être elle-même une région de catégorie $k-1$, sera dite de catégorie $k+1$. Cela posé, nous conviendrons de dire que les surfaces fermées (1) sont des nappes différentes d'une même surface fermée, non connexe, (S). Nous dirons en outre que l'ensemble des régions de catégories impaires constitue le domaine intérieur (D) de la surface (S) et que l'ensemble de toutes les autres régions, y compris la région infinie (R_0), constitue le domaine extérieur (D'). D'après cela, la surface (S) sera la frontière commune des domaines (D) et (D').

Nous nous servirons dans ce mémoire de certains termes et de certaines notations dont nous avons déjà fait usage dans d'autres travaux sur les équations de la Physique; on trouvera les définitions de tous ces termes et de toutes ces notations dans l'Introduction à notre mémoire „Sur l'intégration de l'équation $\Delta u + \xi u = 0$" (Journal de Mathématiques pures et appliquées, 1902). C'est à ce mémoire aussi que l'on voudra bien se reporter pour l'énoncé des hypothèses que nous adoptons au sujet de la surface (S).

II. Problème et méthode de Robin.

Nr. 3. Soit φ une fonction continue quelconque définie sur la surface (S), λ un paramètre variable et u un potentiel de simple couche vérifiant l'équation:

$$(2) \qquad \left(\frac{du}{dN}\right)_e - \left(\frac{du}{dN}\right)_i = \lambda \left\{ \left(\frac{du}{dN}\right)_e + \left(\frac{du}{dN}\right)_i \right\} + 2\varphi.$$

Nous dirons que le problème qui consiste à déterminer le potentiel de simple couche u en fonction du paramètre λ, est le problème de Robin.

Lorsque le nombre caractéristique[1]) du potentiel u est un nombre réel et non négatif, on a le théorème suivant:

1. L'équation (2) admet toujours, par rapport à l'inconnue u, une solution qui, considérée comme fonction du paramètre λ, est une fonction analytique n'ayant, à distance finie, d'autres points singuliers que des pôles simples, faisant partie d'une suite à termes réels

$$(3) \qquad \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$$

où

$$(4) \qquad |\lambda_k| \leq |\lambda_{k+1}|, \quad (k = 1, 2, 3 \ldots)$$

suite indépendante de la fonction φ et parfaitement déterminée par la surface (S) et le nombre caractéristique du potentiel u. (Nous ne considèrerons dans la suite que cette solution là de l'équation (2)).

2. On peut faire correspondre à chaque terme λ_k de la suite (3) un nombre fini de potentiels de simples couches linéairement indépendants

$$(5) \qquad U_k^{(1)}, \; U_k^{(2)}, \; \ldots \; U_k^{(j_k)},$$

jouissant des propriétés suivantes:

a) On a

$$(6) \left(\frac{dU_k^{(h)}}{dN}\right)_e - \left(\frac{dU_k^{(h)}}{dN}\right)_i = \lambda_k \left\{ \left(\frac{dU_k^{(h)}}{dN}\right)_e + \left(\frac{dU_k^{(h)}}{dN}\right)_i \right\} \quad (h = 1, 2, 3, \ldots j_k)$$

b) Si le nombre λ_k est un pôle de la fonction u, le résidu correspondant est une combinaison linéaire et homogène à coefficients constants des fonctions (5).

Les fonctions (5) s'appellent „fonctions fondamentales" de M. Poincaré.

3) On ne peut avoir

$$(7) \qquad |\lambda_1| = 1$$

[1]) Voir l'Introduction au mémoire „Sur l'intégration de l'équation $\Delta u + \xi u = 0$" Journal de Mathématiques pures et appliquées, 1902.

que dans le cas où le nombre caractéristique du potentiel u se réduit à zéro, cas où u devient un potentiel newtonien; lorsqu'au contraire le nombre caractéristique du potentiel u est un nombre positif non nul, on a nécessairement

$$|\lambda_1| > 1 \,. \tag{8}$$

Nous avons établi ce théorème d'abord pour les potentiels newtoniens[1]) et nous l'avons étendu ensuite au cas où le potentiel u est un potentiel généralisé[2]) ayant un nombre positif quelconque pour nombre caractéristique. Nos démonstrations des propositions précédentes subsistent sans aucun changement, quand on passe du cas où la frontière se compose d'une seule nappe fermée, au cas général que nous nous proposons d'approfondir dans le présent travail. Nous pourrons prendre par conséquent pour base des considérations ultérieures, les propositions que nous venons de rappeler, sans revenir sur leurs démonstrations. J'ajoute que nous n'envisagerons dans la suite que le cas des potentiels newtoniens et cela parce que ce n'est que dans ce cas là qu'une surface composée de plusieurs nappes nécessite une étude spéciale. En effet, on sait qu'il importe tout particulièrement d'avoir la solution du problème de Robin pour $\lambda = +1$ et pour $\lambda = -1$; or ce n'est que dans le cas des potentiels newtoniens que ces valeurs du paramètre λ peuvent être des valeurs singulières et, par conséquent, c'est seulement lorsque le potentiel demandé u est un potentiel newtonien qu'il y a lieu d'examiner de plus près le cas où la frontière se compose de plusieurs nappes.

Nr. 4. Abordons de suite le cas général où le domaine extérieur (D') se compose de $p+1$ régions, soit

$$(R_0),\ (R_1),\ \ldots\ (R_p)$$

et le domaine intérieur (D) de q régions soit

$$(R_{p+1}),\ (R_{p+2})\ \ldots\ (R_{p+q}).$$

[1]) Zaremba. Sur la théorie de l'équation de Laplace et sur les méthodes de Neumann et de Robin. Bulletin international de l'Académie de Cracovie, 4 Mars 1901.

[2]) Zaremba. Sur l'intégration de l'équation $\Delta u + \xi u = 0$. C. R. de l'Ac. de Paris 24 Juin 1901 et Journal de Mathématiques pures et appliquées 1902.

On aura

$$p + q = n \tag{9}$$

en désignant par n, comme plus haut, le nombre de nappes de la surface (S).

D'après le théorème fondamental rappelé au numéro précédent, la fonction u du paramètre λ ne peut posséder, en dehors des pôles simples -1 et $+1$, que des points singuliers situés, dans le plan de la variable complexe λ, à l'extérieur du cercle de rayon 1 ayant l'origine des coordonnées pour centre. Soit U_1 le résidu relatif au pôle -1 et U_2 le résidu relatif au pôle $+1$. Nous aurons:

$$u = \frac{U_1}{\lambda + 1} + \frac{U_2}{\lambda - 1} + \sum_{k=0}^{\infty} u'_k \lambda^k \tag{10}$$

où la série

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} u'_k \lambda^k = \mathfrak{P}(\lambda) \tag{11}$$

aura un rayon de convergence supérieur à l'unité.

Nous avons, en vertu du théorème fondamental du numéro précédent:

$$\left(\frac{dU_1}{dN}\right)_e = 0 \tag{12}$$

et

$$\left(\frac{dU_2}{dN}\right)_i = 0. \tag{13}$$

L'équation (12) nous apprend que, dans chacune des $p+1$ régions dont se compose le domaine extérieur (D'), la fonction U_1 conserve une valeur constante. Dans la région infinie (R_0), la fonction U_1 est nécessairement nulle puisqu'elle est nulle à l'infini. Soient

$$c_1, c_2, \ldots c_p \tag{14}$$

les valeurs constantes de la fonction U_1 dans les régions (R_1), (R_2), ... (R_p).

Considérons maintenant la fonction U_2. Il résulte de l'équation (13) qu'elle se réduit à une constante à l'intérieur de chacune des q régions (R_{p+1}), (R_{p+2}), ... (R_{p+q}) dont se compose le domaine intérieur (D). Désignons par

$$c_{p+1},\ c_{p+2},\ \ldots\ c_{p+q} \tag{15}$$

les valeurs constantes de la fonction U_2 dans les régions (R_{p+1}), $(R_{p+2}), \ldots (R_{p+q})$ respectivement.

Le théorème fondamental (Nr. 3) qui sert de base à ce travail nous apprend qu'il est possible de faire correspondre au nombre $\lambda_1 = -1$ un système de fonctions linéairement indépendantes,

$$U_1^{(1)},\ U_1^{(2)}, \ldots\ U_1^{(j_1)} \tag{16}$$

jouissant de la propriété suivante: quelle que soit la fonction φ, on pourra toujours mettre la fonction U_1 sous forme d'une combinaison linéaire et homogène à coefficients constants des fonctions précédentes. Ajoutons que chacune des fonctions (16) sera un potentiel de simple couche portée par la surface (S), que chacune de ces fonctions s'annulera dans toute l'étendue de la région infinie (R_0) et enfin que chacune de ces fonctions se réduira à une constante dans chacune des régions $(R_1), \ldots (R_p)$. Désignons par

$$c_1^{(i)},\ c_2^{(i)},\ \ldots\ c_p^{(i)} \tag{17}$$

les valeurs constantes de la fonction $U_1^{(i)}$ à l'intérieur des régions (R_1), $(R_2), \ldots (R_p)$ respectivement. Nous verrons plus tard que le nombre des fonctions (16) est précisément égal à p, mais dès maintenant, nous allons nous assurer que le nombre en question, j_1, ne peut être supérieur à p. A cet effet, considérons l'expression

$$\sum_{i=1}^{j_1} f^{(i)}\ U_1^{(i)} \tag{18}$$

où les $f^{(i)}$ sont des facteurs constants. L'expression précédente représente un potentiel de simple couche portée par la surface (S). Ce potentiel est nul identiquement dans toute l'étendue de la région infinie (R_0) et, à l'intérieur des régions $(R_1), \ldots (R_p)$ respectivement, il prend les valeurs constantes

$$\sum_{i=1}^{j_1} f^{(i)}\ c_k^{(i)} \quad (k = 1, 2, 3, \ldots p) \tag{19}$$

Si l'on avait $j_1 > p$, on pourrait trouver pour $f^{(1)}, f^{(2)}, \ldots f^{(j_1)}$, un système de valeurs non toutes nulles mais tel que chacune des expressions (19) se réduise à zéro. Mais alors l'expression (18) représenterait un potentiel de simple couche se réduisant à zéro dans chacune des régions:

$$(R_0), (R_1) \ldots (R_p)$$

et prenant par conséquent la valeur zéro en chaque point de chaque nappe de la surface (S). L'expression (18) serait donc nulle identiquement et les fonctions (16) ne seraient pas linéairement indépendantes. Cela prouve bien que le nombre de ces fonctions ne peut jamais dépasser le nombre p.

Le pôle $\lambda_2 = +1$ de la fonction u et le résidu correspondant U_2 donnent lieu à des considérations tout à fait analogues à celles que nous venons de développer au sujet du pôle $\lambda_1 = -1$ et du résidu correspondant U_1. Voici quels sont les résultats que l'on obtient: il est possible de constituer pour le nombre $\lambda_2 = +1$ un système de j_2 potentiels de simples couches linéairement indépendants, soit

$$U_2^{(1)}, U_2^{(2)}, \ldots U_2^{(j_2)}, \tag{20}$$

tels que la fonction U_2 puisse, de quelque façon que l'on ait choisi la fonction φ, être mise sous forme d'une combinaison linéaire et homogène à coefficients constants des fonctions précédentes; le potentiel $U_2^{(1)}$ prendra à l'intérieur des régions $(R_{p+1}), (R_{p+2}), \ldots (R_{p+q})$ formant le domaine intérieur (D) des valeurs constantes, soit

$$c_{p+1}^{(1)}, c_{p+2}^{(1)}, \ldots c_{p+q}^{(1)}; \tag{21}$$

enfin le nombre j_2 des fonctions (20) ne pourra jamais être supérieur au nombre q des régions dont se compose le domaine (D). J'ajoute qu'en réalité on a précisément $j_2 = q$. C'est ce que nous allons démontrer, conjointement avec la proposition analogue énoncée plus haut au sujet du nombre des fonctions (16). Mais préalablement il est nécessaire de mettre en évidence certains autres faits analytiques.

Nr. 5. Rappelons d'abord certains résultats que nous avons déjà établis dans les travaux cités plus haut, résultats que nous avons démontrés par une méthode qui n'implique aucune restriction en ce qui concerne le nombre de nappes dont pourrait se composer la surface (S): La fonction u, premier membre de l'équation (10), est développable en une série procédant suivant les puissances entières et positives de λ, soit

$$u = \sum_{k=0}^{\infty} u_k \lambda^k. \tag{22}$$

série dont le rayon de convergence, égal à l'unité, en général, et jamais inférieur à ce nombre, peut le dépasser lorsque la fonction φ n'est pas quelconque; posons, pour abréger l'écriture

$$\left(\frac{du_k}{dN}\right)_e + \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i = 2\,\rho_{k+1} \tag{23}$$

et soit pour la symétrie des notations:

$$\rho_0 = \varphi, \tag{24}$$

nous aurons

$$\left(\frac{du_k}{dN}\right)_e - \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i = 2\,\rho_k \tag{25}$$

et par conséquent

$$u_k = \frac{1}{2\pi}\int_{(S)} \rho_k \frac{ds}{r} \tag{26}$$

où r représente la distance du point courant à l'élément ds de la surface (S); enfin on aura les développements en séries

$$\left(\frac{du}{dN}\right)_e = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{du_k}{dN}\right)_e \lambda^k \tag{27}$$

$$\left(\frac{du}{dN}\right)_i = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i \lambda^k, \tag{28}$$

valables et uniformément convergents dans toute l'étendue de la surface (S) pour toute valeur de λ dont le module est inférieur au rayon de convergence de la série (22). D'après cela, aucune des séries (27) et (28) ne peut avoir un rayon de convergence inférieur à celui de la série (22); en général les trois séries (22), (27) et (28) ont un même rayon de convergence, mais exceptionnellement les rayons de convergence des séries (27) et (28) peuvent être inégaux et, dans ce cas, le rayon de convergence de celle de ces deux séries dont le rayon de convergence est le plus petit, sera égal au rayon de convergence de la série (22).

Ces faits rappelés, désignons par $\rho_k^{(\nu)}$ la valeur de la fonction ρ_k en un point de la nappe (S_t) de la surface (S) et posons

$$A_k^{(\nu)} = \int_{(S_t)} \rho_k^{(\nu)}\, ds \tag{29}$$

où l'intégration doit être étendue à toute la nappe (S_t) de la surface (S). Nous allons établir la proposition suivante: Lorsque la fonction φ est choisie de façon que le rayon de convergence de la série (22) soit supérieur à l'unité, en d'autres termes, lorsque les fonctions U_1 et U_2 qui figurent dans la formule (10), sont nulles identiquement l'une et l'autre, on a

$$A_k^{(t)} = 0 \qquad \begin{pmatrix} t = 1, 2, \ldots n \\ k = 0, 1, 2, 3, \ldots \end{pmatrix} \tag{30}$$

où la lettre n désigne, comme plus haut, le nombre de nappes de la surface (S).

Lemme I. Lorsque la nappe (S_β) de la surface (S) ne contient à son intérieur aucune autre nappe de cette surface, on a:

$$A_{k+1}^{(\beta)} = \pm A_k^{(\beta)} \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots)$$

et par conséquent:

$$A_{k+1}^{(\beta)} = \pm A_0^{(\beta)} = \pm \int_{(S_\beta)} \rho_0^{(\beta)} ds = \pm \int_{(S_\beta)} \varphi^{(\beta)} ds,$$

en désignant par $\varphi^{(\beta)}$ la valeur de φ au point de la nappe (S_β) auquel se rapporte l'élément de surface ds.

En effet, le potentiel u_k est lui-même la somme de potentiels de simples couches de densités

$$\frac{1}{2\pi} \rho_k^{(1)}, \frac{1}{2\pi} \rho_k^{(2)}, \ldots \frac{1}{2\pi} \rho_k^{(n)}$$

portées respectivement par les nappes

$$(S_1), (S_2), \ldots (S_n)$$

de la surface (S). Soient

$$u_{k,1}, u_{k,2}, \ldots u_{k,n}$$

ces potentiels. Le potentiel $u_{k,\beta}$ mis à part, tous les autres potentiels du système précédent dérivent de masses attirantes situées à l'extérieur de la surface (S_β). Par conséquent l'inégalité

$$t \neq \beta$$

entraînera les relations:

$$\int_{(S_\beta)} \left(\frac{du_{k,t}}{dN}\right)_e ds = \int_{(S_\beta)} \left(\frac{du_{k,t}}{dN}\right)_i ds = 0$$

et l'on aura, à cause de cela:

$$\begin{aligned} A_{k+1}^{(\beta)} &= \tfrac{1}{2} \int_{(S_\beta)} \left\{ \left(\frac{du_k}{dN}\right)_e + \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i \right\} ds \\ &= \tfrac{1}{2} \int_{(S_\beta)} \left\{ \left(\frac{du_{k,\beta}}{dN}\right)_e + \left(\frac{du_{k,\beta}}{dN}\right)_i \right\} ds. \end{aligned} \tag{31}$$

D'ailleurs

$$\left(\frac{du_{k,\beta}}{dN}\right)_e - \left(\frac{du_{k,\beta}}{dN}\right)_i = 2\,\rho_k^{(\beta)}, \tag{32}$$

mais deux cas sont à distinguer:

1. Les points situés à l'intérieur de la surface (S_β) appartiennent au domaine (D).

On a alors

$$\int_{(S_\beta)} \left(\frac{du_{k,\beta}}{dN}\right)_i ds = 0$$

et les équations (31) et (32) donnent

$$A_{k+1}^{(\beta)} = + A_k^{(\beta)}.$$

2. Les points situés à l'intérieur de la surface (S_β) font partie du domaine (D'). On aura dans ce cas:

$$\int_{(S_\beta)} \left(\frac{du_{k,\beta}}{dN}\right)_e ds = 0$$

et les équations (31) et (32) nous donneront:

$$A_{k+1}^{(\beta)} = - A_k^{(\beta)}.$$

En résumé la relation que nous voulions établir a lieu dans chacun des deux cas qui peuvent se présenter.

Lemme II. Supposons qu'il y ait à l'intérieur de la nappe (S_β) plusieurs autres nappes

$$(S_{\beta_1}),\ (S_{\beta_2}),\ \ldots\ (S_{\beta_j})$$

de la surface (S); mais soit alors pour toutes les valeurs de l'indice k:

$$\overset{(\beta_h)}{A_k} = \int\limits_{(S_{\beta_h})} \overset{(\beta_h)}{\rho_k}\, ds = 0 \quad (h = 1, 2, 3, \ldots j);$$

on aura encore

$$\overset{(\beta)}{A_{k+1}} = \pm \overset{(\beta)}{A_k} \quad .$$

En effet, dans le cas du lemme actuel, les potentiels

$$u_{k,1},\ u_{k,2},\ \ldots\ u_{k,\beta-1},\ u_{k,\beta+1},\ \ldots\ u_{k,n}$$

ne dérivent pas tous de masses situées à l'extérieur de la surface (S_β), mais ceux de ces potentiels qui dérivent de masses situées à l'intérieur de cette surface, dérivent de masses dont la somme algébrique est nulle. Donc ici encore, la relation (31) aura lieu et la démonstration s'achèvera comme celle du lemme précédent. Pour reconnaître qu'il en est bien ainsi il n'y a qu'à appliquer le théorème classique que voici: Soit Φ un potentiel newtonien dérivant de masses situées à l'intérieur d'une surface fermée (Σ), on aura:

$$\int\limits_{(\Sigma)} \frac{d\Phi}{dN}\, ds = 4\,\pi\, M,$$

en désignant par M la somme algébrique des masses dont dérive le potentiel Φ et en supposant que la normale soit dirigée vers l'intérieur de la surface (Σ).

Lemme III. Lorsque le rayon de convergence de la série (22) est supérieur à l'unité et lorsque la nappe (S_β) ne contient à son intérieur aucune autre nappe de la surface (S), on a:

$$\overset{(\beta)}{A_k} = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \ldots).$$

En effet le rayon de convergence de chacune des séries (27) et (28) sera supérieur à l'unité. On aura donc certainement

$$lim \left\{ A_k^{(t)} \right\}_{k=\infty} = 0 \quad (t = 1, 2, 3, \ldots n)$$

et l'on en conclut au moyen du Lemme I, que l'on aura bien

$$\overset{(\beta)}{A}_k = 0 \quad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots)$$

comme il s'agissait de le démontrer.

Pour aller plus loin, il est nécessaire d'effectuer un certain classement des nappes composant la surface (S): considérons une nappe quelconque (S_γ) de cette surface; elle pourra contenir à son intérieur une ou plusieurs autres nappes de notre surface. Soit (S_{γ_1}) une des nappes de la surface (S) située à l'intérieur de la nappe (S_γ), mais non enveloppée elle-même par une autre nappe située aussi à l'intérieur de la nappe (S_γ). Il pourra y avoir à l'intérieur de (S_{γ_1}) une nouvelle nappe (S_{γ_2}) de la surface (S) située par rapport à (S_{γ_1}) comme (S_{γ_1}) est située par rapport à (S_γ). Soit en général (S_{γ_k}) une nappe de la surface (S) située par rapport à la nappe $(S_{\gamma_{k-1}})$ comme (S_{γ_1}) est située par rapport à (S_γ). Cela posé, on pourra former avec des nappes de la surface (S) la suite que voici:

$$(S_\gamma),\ (S_{\gamma_1}),\ (S_{\gamma_2}), \ldots (S_{\gamma_l}), \tag{33}$$

laquelle, parcourue de gauche à droite, jouira des propriétés suivantes: le dernier terme (S_{γ_l}) n'enveloppera aucune nappe de la surface (S) et chaque autre terme enveloppera le terme suivant sans être séparé de lui par quelque nappe de la surface (S). Il peut arriver, cela est évident, qu'en partant d'une nappe donnée (S_γ) l'on puisse former plusieurs suites telles que la suite (33). Supposons que parmi ces suites, s'il y en a plus d'une, la suite (33) soit celle qui contient le plus de termes. Le nombre de ces termes étant $l + 1$, nous dirons que la nappe (S_γ) est de la catégorie $l + 1$. Si la nappe (S_γ) ne contient aucune autre nappe de la surface (S) à son intérieur, elle sera dite de première catégorie.

Cela posé, le lemme III peut être énoncé ainsi: Lorsque la nappe (S_β) est de première catégorie et lorsque le rayon de convergence de la série (22) est supérieur à l'unité, on a:

$$\overset{(\beta)}{A}_k = 0 \qquad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots)$$

D'autre part, en raisonnant comme nous l'avons fait pour déduire du Lemme I. le Lemme III, on établira, au moyen du Lemme II, la proposition suivante: Lorsque le rayon de convergence de la série (22) est supérieur à l'unité et lorsque les égalités

$$A_k^{(\delta)} = 0 \quad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots)$$

sont vérifiées toutes les fois que la nappe (S_δ) est de catégorie inférieure à un certain nombre g, les égalités précédentes seront encore vérifiées lorsque la nappe (S_δ) sera de la catégorie g.

Voici ce qui résulte des deux propositions énoncées en dernier lieu: Lorsque le rayon de convergence de la série (22) est supérieur à l'unité, on a

$$A_k^{(t)} = 0 \quad \begin{matrix}(k = 0, 1, 2, \ldots) \\ (t = 1, 2, \ldots . n)\end{matrix}; \tag{34a}$$

or c'est précisément la proposition que nous voulions établir.

Remarquons parmi les égalités (34 a) les égalités:

$$A_0^{(1)} = A_0^{(2)} = \ldots = A_0^{(n)} = 0,$$

égalités qui joueront plus tard un rôle important; elles peuvent s'écrire ainsi:

$$\int_{(S_t)} \varphi^{(t)}\, ds = 0 \quad (t = 1, 2, 3, \ldots n) \tag{34}$$

en désignant par $\varphi^{(t)}$ la valeur de la fonction φ au point de la nappe (S_t) auquel se rapporte l'élément de surface ds.

Nr. 6. Prouvons maintenant que le nombre exact des fonctions (16) est p et que celui des fonctions (20) est q. A cet effet, portons la valeur (10) de la fonction u dans l'équation (2). Il viendra:

$$\begin{aligned}\left(\frac{du'}{dN}\right)_e - \left(\frac{du'}{dN}\right)_i = \lambda \left\{\left(\frac{du'}{dN}\right)_e + \left(\frac{du'}{dN}\right)_i\right\} + 2\varphi + \\ + \left(\frac{dU_1}{dN}\right)_i + \left(\frac{dU_2}{dN}\right)_e .\end{aligned} \tag{35}$$

Cette équation montre que l'on passe de la fonction u à la fonction u' en remplaçant la fonction φ par la fonction: $\varphi + \frac{1}{2}\left(\frac{dU_1}{dN}\right)_i + \frac{1}{2}\left(\frac{du_2}{dN}\right)_e$.

D'ailleurs nous savons que le rayon de convergence de la série (11) est supérieur à l'unité; par conséquent, nous pouvons appliquer à la fonction

$$\varphi + \frac{1}{2}\left(\frac{dU_1}{dN}\right)_i + \frac{1}{2}\left(\frac{dU_2}{dN}\right)_e$$

le théorème établi au numéro précédent, théorème d'après lequel les

relations (34) seraient vérifiées si le rayon de convergence de la série (22) était supérieur à l'unité. On trouve:

$$\int_{(S_t)} \varphi^{(t)}\, ds = -\tfrac{1}{2}\int_{(S_t)} \left(\frac{dU_1}{dN}\right)_i ds - \tfrac{1}{2}\int_{(S_t)} \left(\frac{dU_2}{dN}\right)_e ds. \tag{36}$$

Or la fonction U_1 est une combinaison linéaire et homogène à coefficients constants des fonctions (16), soit

$$U_1 = \sum_{m=1}^{j_1} f_m\, U_1^{(m)} \tag{37}$$

et la fonction U_2 s'exprime d'une façon analogue au moyen des fonctions (20), de sorte que l'on peut poser:

$$U_2 = \sum_{m=1}^{j_1} f_{j_1+m}\, U_2^{(m)}, \tag{38}$$

en désignant par $f_{j_1+1}, f_{j_1+2}, \ldots f_{j_1+j_2}$ de nouvelles constantes. Voici la conclusion que l'on peut tirer des formules (36), (37) et (38) en tenant compte de ce que les fonctions (16) et (20) ne dépendent en aucune façon de la fonction φ: chacune des n intégrales

$$\int_{(S_t)} \varphi^{(t)}\, ds \quad (t = 1, 2, 3, \ldots n) \tag{39}$$

est une fonction linéaire et homogène des $j_1 + j_2$ nombres

$$f_1, f_2, f_3, \ldots f_{j_1+j_2}.$$

Par conséquent, si l'on avait $j_1 + j_2 < n$, les intégrales (39) vérifieraient, de quelque façon que l'on choisisse la fonction φ (c'est à dire l'ensemble des n fonctions $\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}, \ldots \varphi^{(n)}$), une certaine relation linéaire et homogène à coefficients non tous nuls. Or cela est évidemment impossible. On aura donc nécessairement:

$$j_1 + j_2 \geqq n.$$

Mais nous avons vu au Nr. 4 que l'on a

$$j_1 \leqq p;\ j_2 \leqq q.$$

D'ailleurs

$$p + q = n,$$

on a donc forcément

$$j_1 = p \text{ et } j_2 = q$$

comme nous voulions l'établir.

Nr. 7. Les résultats déjà acquis conduisent aisément à une méthode propre à calculer, lorsque la surface (S) est donnée, les fonctions (16) et (20) pour cette surface.

Le problème qui consiste à calculer ces fonctions, offre une certaine indétermination. En effet, si les $p+q$ fonctions

$$(40) \qquad \begin{cases} U_1^{(t)} & (t = 1, 2, 3, \ldots p) \\ U_2^{(k)} & (k = 1, 2, 3, \ldots q) \end{cases}$$

en représentent une solution, il en sera évidemment de même des $p+q$ fonctions:

$$(41) \qquad \begin{cases} \sum_{t=1}^{p} C_{i,t}\, U_1^{(t)} & (i = 1, 2, 3, \ldots p) \\ \sum_{k=1}^{q} b_{j,k}\, U_2^{k} & (j = 1, 2, 3, \ldots q) \end{cases}$$

où les $C_{i,t}$ et les $b_{j,k}$ sont des constantes quelconques, à cela près qu'aucun des déterminants

$$| C_{i,t} | \quad (i, t = 1, 2, 3, \ldots p)$$

et

$$| b_{j,k} | \quad (j, k = 1, 2, 3, \ldots q)$$

ne se réduise à zéro.

D'ailleurs le système (40) étant une solution particulière du problème, la solution la plus générale sera donnée, cela est évident, par les expressions (41). Il suffira donc de trouver une solution particulière quelconque du problème qui nous occupe. A cet effet, considérons les fonctions U_1 et U_2 qui entrent dans la formule (10) et voyons comment on pourrait les déterminer, étant donné la fonction φ. La comparaison des formules (10) et (22) nous donne:

$$(42) \qquad u_k = U_1 (-1)^k - U_2 + u'_k$$

d'où

$$(43) \qquad \begin{cases} \left(\frac{du_k}{dN}\right)_i = \left(\frac{dU_1}{dN}\right)_i (-1)^k + \left(\frac{du'_k}{dN}\right)_i \\ \left(\frac{du_k}{dN}\right)_e = -\left(\frac{dU_2}{dN}\right)_e + \left(\frac{du'_k}{dN}\right)_e, \end{cases}$$

en remarquant que

$$\left(\frac{dU_1}{dN}\right)_e = \left(\frac{dU_2}{dN}\right)_i = 0.$$

Observons maintenant que le rayon de convergence de la série (11) est supérieur à l'unité et que, comme cela résulte des propositions rappelées au commencement du Nr. 5. il en est de même des rayons de convergence des séries

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{du'_k}{dN}\right)_e \lambda^k \quad \text{et} \quad \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{du'_k}{dN}\right)_i \lambda^k.$$

Nous concluons de ces faits que l'on aura:

$$lim\,\{u'_k\}_{k=\infty} = lim\left\{\left(\frac{du'_k}{dN}\right)_e\right\}_{k=\infty} = lim\left\{\left(\frac{du'_k}{dN}\right)_i\right\}_{k=\infty} = 0.$$

Par conséquent les équations (42) et (43) donneront:

$$\left.\begin{aligned} lim\,\{u_{2m}\}_{m=\infty} &= U_1 - U_2 \\ lim\,\{u_{2m+1}\}_{m=\infty} &= -U_1 - U_2 \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

$$\left.\begin{aligned} lim\left\{\left(\frac{du_{2m}}{dN}\right)_i\right\}_{m=\infty} &= \left(\frac{dU_1}{dN}\right)_i \\ lim\left\{\left(\frac{du_{2m+1}}{dN}\right)_i\right\}_{m=\infty} &= -\left(\frac{dU_1}{dN}\right)_i \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

$$lim\left\{\left(\frac{du_k}{dN}\right)_e\right\}_{k=\infty} = -\left(\frac{dU_2}{dN}\right)_e. \tag{46}$$

Les équations précédentes permettront de calculer les fonctions U_1 et U_2 ainsi que leurs dérivées suivant la normale à la surface (S). dérivées qui représentent des éléments aussi importants que les fonctions U_1 et U_2 elles-mêmes.

La solution du problème que nous avions en vue se présente maintenant d'elle-même: définissons sur la surface (S) $p+q=n$ fonctions $F_1, F_2, \ldots F_n$, en ayant soin de les choisir de façon que le déterminant:

$$|E_{i,k}| \qquad (i, k = 1, 2, 3 \ldots n) \tag{47}$$

où l'on a posé

$$E_{i,k} = \int_{(S_k)} F_i\, ds$$

soit différent de zéro. Cela posé, remplaçons successivement la fonction φ par les fonctions $F_1, F_2, \ldots F_n$ et calculons chaque fois les expressions correspondantes des fonctions U_1 et U_2. Parmi les n expressions ainsi obtenues pour U_1, il y en aura p qui seront linéairement indépendantes et d'une façon analogue, on trouvera parmi les n expressions obtenues pour U_2, q expressions linéairement indépendantes. Si cette assertion est exacte, les $p + q$ fonctions précédentes pourront être regardées comme formant le système (40) et, par le calcul de ces fonctions, le problème serait résolu. Assurons-nous donc qu'il en est bien ainsi. A cet effet posons:

$$\varphi = \sum_{k=1}^{n} \eta_k F_k$$

où les η_k représentent des indéterminées et formons pour cette valeur de φ les équations (36). Avec un peu d'attention on reconnaîtra aisément que, si la proposition que nous voulons établir n'était pas exacte, les intégrales (39) vérifieraient une relation linéaire et homogène à coefficients indépendants des indéterminées η_k. Or, à cause du non évanouissement du déterminant (47), cela est manifestement impossible. Donc la proposition dont l'exactitude était mise en question est démontrée et, par conséquent, la méthode exposée plus haut permettra bien de calculer un système de fonctions tel que le système (40).

La méthode précédente n'est autre chose que l'extension de la célèbre méthode de Robin au cas d'une surface qui se compose d'un nombre quelconque de nappes.

Nous indiquons dans les numéros suivants les applications principales des fonctions (40).

Nr. 8. Proposons-nous de calculer une fonction Φ vérifiant l'équation de Laplace en chaque point non situé sur la surface (S), continue même à la traversée de cette surface, prenant la valeur zéro à l'infini, se réduisant à des constantes sur les diverses nappes de la surface (S), telle que les dérivées

$$\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_e \quad \text{et} \quad \left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_i$$

soient des fonctions continues de la position du pied de la normale à laquelle elles se rapportent et telle enfin que les n intégrales

$$\frac{1}{4\pi}\int_{(S_k)}\left\{\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_e-\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_i\right\}ds \tag{48}$$

aient des valeurs données arbitrairement à l'avance.

Dans le langage de la Physique, ce problème se présentera sous la forme suivante: on donne un système de conducteurs isolés chargés de quantités données d'électricité; déterminer le potentiel correspondant à l'équilibre électrique.

Les méthodes classiques permettent d'établir immédiatement que le problème précédent, s'il a une solution, n'en a qu'une. Montrons qu'il en a une et donnons en même temps une méthode pour l'obtenir. Chacune des fonctions (40) est un potentiel newtonien prenant des valeurs constantes sur les diverses nappes de la surface (S) et dérivant d'une simple couche répandue sur cette surface. On est donc conduit à poser:

$$\Phi=\sum_{k=1}^{p} C_k\, U_1^{(k)}+\sum_{l=1}^{q} C_{p+l}\, U_2^{(l)} \tag{49}$$

où les $C_1, C_2, \ldots$ sont des constantes. La question se réduit alors à ceci: sera-t-il possible de déterminer les constantes $C_1, C_2, \ldots C_{p+q}$ de façon que les expressions (48) aient des valeurs données arbitrairement à l'avance. Pour que la chose soit possible, il est nécessaire et suffisant qu'un certain déterminant ne dépendant que des fonctions (40) et qu'il est inutile d'écrire, soit différent de zéro. Mais cette condition est bien remplie. Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à reprendre les considérations du Nr. 6; elles établissent incidemment le fait en question. Il résulte de tout cela que la formule (49) donne la solution générale du problème que nous voulions résoudre.

Nr. 9. Considérons maintenant le problème suivant: Déterminer une fonction vérifiant l'équation de Laplace en chaque point non situé sur la surface (S), continue, même à la traversée de cette surface, s'annulant à l'infini et prenant des valeurs constantes données sur les diverses nappes de la surface (S).

Ce problème n'est qu'un cas particulier du problème de Dirichlet. Des théorèmes classiques nous apprennent qu'il ne peut avoir qu'une solution unique et des méthodes plus ou moins récentes, mais bien connues, permettent d'en trouver la solution. Mais la solution que nous allons donner de ce problème offre un intérêt particulier parce qu'elle met en évidence le fait capital que la fonc-

tion demandée Φ possède les dérivées $\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_e$ et $\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_i$ et que ces dérivées sont des fonctions continues du pied de la normale à laquelle elles se rapportent.

Tout naturellement on est conduit à se demander s'il ne serait pas possible de choisir dans la formule (49) les constantes $C_1, C_2, \ldots C_{p+q}$ de façon que la fonction Φ représente la solution du problème. Pour que la chose soit possible, il est nécessaire et suffisant qu'un certain déterminant soit différent de zéro. Or, sans qu'il soit nécessaire d'écrire ce déterminant, on aperçoit aisément ceci: si le déterminant en question était nul, il serait possible de trouver pour les constantes $C_1, C_2, \ldots C_{p+q}$ un système de valeurs non toutes nulles et tel cependant que la fonction Φ s'annule sur chacune des nappes de la surface (S). Mais alors la fonction Φ, puisqu'elle s'annule aussi à l'infini, serait nulle identiquement dans tout l'espace. Par conséquent les $p+q$ fonctions (40) ne seraient pas linéairement indépendantes, ce qui, nous le savons, n'a pas lieu. Donc le déterminant qui nous occupe est différent de zéro et la formule (49) est propre à fournir la solution du problème. C'est précisément ce que nous voulions établir.

Ajoutons que notre solution met bien en évidence, comme nous l'avions annoncé, l'existence et la continuité des dérivées $\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_e$ et $\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_i$ de la fonction demandée Φ: en effet, cette fonction se présente sous forme d'un potentiel de simple couche.

Nr. 10. Proposons-nous maintenant de déterminer une fonction Φ vérifiant l'équation de Laplace dans le domaine (D) ou dans le domaine (D'), étant donné la dérivée $\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_i$ dans le premier cas et la dérivée $\left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_e$ dans le second, la fonction Φ devant, en outre, dans le second cas, s'annuler à l'infini. En réalité, nous avons à considérer deux problèmes dont l'un concerne le domaine intérieur (D) et l'autre le domaine extérieur (D'). Nous dirons pour abréger, que le premier problème est le problème intérieur et que le second est le problème extérieur.

Désignons, comme au Nr. 4, par $(R_0), (R_1), \ldots (R_p)$ les $p+1$ régions dont se compose le domaine (D') et par $(R_{p+1}), (R_{p+2}), \ldots (R_{p+q})$ les q régions dont l'ensemble forme le domaine (D). Il va

sans dire que le symbole (R_0) continuera à représenter la région infinie, c'est à dire celle qui s'étend à l'infini.

Pour que l'un au moins des problèmes précédents soit possible, il est nécessaire que la fonction φ représentant les valeurs de la dérivée normale de la fonction demandée, vérifie certaines conditions. Pour nous en rendre compte, envisageons successivement les deux problèmes en commençant par le problème intérieur. Considérons l'intégrale

$$\int \left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_i ds$$

étendue, non pas à toute la surface (S), mais seulement à toute la frontière d'une des régions entrant dans la composition du domaine (D). La théorie classique nous apprend que l'intégrale précédente est nécessairement nulle. Par conséquent, si l'on désigne par g_k la valeur de l'intégrale

$$\int \varphi \, ds$$

étendue à toute la frontière de la région (R_k), on devra avoir, pour que la fonction Φ existe:

$$g_{p+1} = g_{p+2} = g_{p+3} = \ldots = g_{p+q} = 0 . \tag{50}$$

Passons au problème extérieur. La région infinie (R_0) ne donnera aucune condition de possibilité, mais il n'en sera pas de même des régions (R_1), (R_2), ... (R_p); en effet l'intégrale

$$\int \left(\frac{d\Phi}{dN}\right)_e ds ,$$

étendue à toute la frontière de l'une quelconque des régions précédentes, aura zéro pour valeur. Par conséquent, pour que le problème soit possible, il faut que l'on ait

$$g_1 = g_2 = \ldots = g_p = 0 , \tag{51}$$

le symbole g_k ayant la même signification que plus haut.

Lemme I. Les équations (50) constituent les conditions nécessaires et suffisantes pour que la fonction u définie par l'équation (2) n'ait pas le nombre $+1$ pour pôle.

Désignons par (Σ_k) la frontière totale de la région (R_k). Cette frontière (Σ_k) pourra se réduire à une des nappes de la surface (S)

mais, en général, elle se composera de plusieurs nappes de cette surface. Nous aurons dans tous les cas

$$g_k = \int_{(\Sigma_k)} \varphi \, ds .$$

Cela posé, reprenons les équations (36). En les combinant convenablement par voie d'addition et en remarquant que l'on a

$$\int_{(\Sigma_k)} \left(\frac{d U_1}{dN}\right)_i ds = 0, \quad (k = p+1, p+2, \ldots, p+q)$$

on trouve:

$$(52) \qquad g_k = -\int_{(\Sigma_k)} \left(\frac{d U_2}{dN}\right)_e ds \quad (k = p+1, p+2, \ldots p+q).$$

Portons dans ces équations la valeur (38) de U_2 et rappelons-nous que $j_1 = p$ et que $j_2 = q$. Les équations (52) pourront être regardées comme formant un système de q équations linéaires aux q inconnues $f_{p+1}, f_{p+2}, \ldots f_{p+q}$. Le déterminant de ces équations ne sera pas nul, car s'il l'était, les q nombres:

$$(53) \qquad g_{p+1}, \; g_{p+2}, \; \ldots \; g_{p+q}$$

vérifieraient, de quelque façon que l'on choisisse φ, une certaine relation parfaitement déterminée, linéaire et homogène à coefficients non tous nuls. Or cela est impossible. En effet, parmi les q surfaces:

$$(\Sigma_{p+1}), \; (\Sigma_{p+2}), \; \ldots \; (\Sigma_{p+q}),$$

il n'en existe pas deux ayant un point commun et cela parce que, en vertu de la définition des régions $(R_{p+1}), (R_{p+2}), \ldots (R_{p+q})$, il n'en existe pas deux qui soient contigues. On pourra par conséquent, en choisissant convenablement la fonction φ, faire acquérir aux nombres (53) les valeurs que l'on voudra. Donc il ne peut y avoir aucune relation nécessaire entre ces nombres et par suite, le déterminant des équations (52), considérées comme un système de q équations aux q inconnues $f_{p+1}, f_{p+2}, \ldots f_{p+q}$, sera, comme nous l'avons annoncé, différent de zéro. Ce déterminant étant différent de zéro, la condition nécessaire et suffisante pour que l'on ait

$$f_{p+1} = f_{p+2} = f_{p+3} = \ldots = f_{p+q} = 0,$$

c'est à dire pour que le nombre $+1$ ne soit pas un pôle de la fonction u, sera constituée par l'ensemble des équations (50). C'est précisément ce en quoi consiste le lemme que nous voulions établir.

Lemme II. Les équations (51) constituent les conditions nécessaires et suffisantes pour que la fonction u définie par l'équation (2) n'admette pas le nombre -1 pour pôle.

La démonstration de ce lemme est tout à fait analogue à celle du lemme précédent; nous croyons donc pouvoir nous dispenser de la développer.

Je fais maintenant les remarques suivantes:

1. Lorsque la fonction u définie par l'équation (2) n'admet pas le nombre $+1$ pour pôle, le problème intérieur est possible, puisque une solution de ce problème est fournie par la fonction

$$-\{u\}_{\lambda=+1}. \tag{54}$$

2. Lorsque la fonction u n'admet pas le nombre -1 pour pôle, le problème extérieur est possible et une solution de ce problème est constituée par l'expression:

$$\{u\}_{\lambda=-1}. \tag{55}$$

Voici les conclusions fondamentales qui découlent des lemmes et des remarques précédentes:

1. Pour que le problème intérieur soit possible, il est nécessaire et suffisant que les équations (50) soient vérifiées.

2. Pour que le problème extérieur soit possible, il est nécessaire et suffisant que les équations (51) soient vérifiées.

J'ajoute que les résultats acquis permettent de résoudre effectivement les problèmes précédents quand ils sont possibles. En effet, on pourra toujours calculer les expressions (54) et (55), quand elles ont un sens, au moyen de la formule (10) dont on sait calculer tous les éléments.

Observons en terminant que les solutions que nous venons d'indiquer ne sont pas les solutions les plus générales des problèmes considérés. Mais, connaissant une solution particulière quelconque de l'un de ces problèmes, il est aisé d'en obtenir la solution la plus générale. En effet, soit d'abord Φ une solution particulière du problème intérieur. On établira au moyen de théorèmes classiques que la solution la plus générale du problème est une fonction dont les valeurs dans les régions (R_{p+1}), (R_{p+2}), ... (R_{p+q}) respectivement seront représentées par les formules

$$\Phi + c_{p+1}, \ \Phi + c_{p+2}, \ \ldots \ \Phi + c_{p+q},$$

les lettres $c_{p+1}, c_{p+2}, \ldots c_{p+q}$ représentant des constantes arbitraires.

Soit maintenant Φ une solution particulière du problème extérieur. Dans la région infinie (R_0), la solution la plus générale coïncidera avec la fonction Φ mais dans les autres régions (R_1), $(R_2), \ldots (R_p)$ du domaine (D'), elle sera représentée respectivement par les formules:

$$\Phi + c_1, \ \Phi + c_2, \ \ldots \ \Phi + c_p,$$

les $c_1, c_2, \ldots c_p$ étant des constantes arbitraires.

Nr. 11. En terminant ce chapitre, nous voudrions dire quelques mots des cas particuliers qui peuvent se présenter. Il peut arriver que le domaine extérieur (D') se réduise à la seule région (R_0), c'est précisément ce qui a lieu quand les diverses nappes de la surface (S) sont elles-mêmes des surfaces fermées, extérieures les unes aux autres. La théorie développée dans les numéros précédents nous montre que, dans ce cas, le nombre -1 n'est jamais un pôle de la fonction u définie par l'équation (2). Donc, dans ce cas là, le problème appelé par nous, au numéro précédent, „problème extérieur" est toujours possible; ajoutons qu'il n'a, dans le cas considéré, qu'une seule solution.

Lorsque les domaines (D) et (D') se réduisent chacun à une région unique, la surface (S) ne se compose plus que d'une seule nappe et nous retrouvons les résultats déjà établis dans d'autres travaux.

Nous venons de voir qu'il est possible de choisir la surface (S) de façon que, quelle que soit la fonction φ, le nombre -1 ne puisse jamais être un pôle de la fonction u. Cela suggère immédiatement l'idée de se demander s'il n'existerait pas une surface telle que le nombre $+1$ ne puisse jamais être un pôle de la fonction u, de quelque façon que l'on choisisse la fonction φ. Un instant de réflexion suffira pour s'assurer qu'une telle surface ne peut exister.

II. Problème et méthode de Neumann.

Nr. 12. Le problème de Neumann consiste à déterminer, en fonction d'un paramètre variable λ, un potentiel de double couche v vérifiant l'équation:

$$(v)_i - (v)_e = \lambda \{(v)_i + (v)_e\} + 2\varphi , \tag{56}$$

où φ est une fonction donnée, définie sur la surface (S), surface devant porter la double couche donnant naissance au potentiel v. La solution que nous avons donnée de ce problème [1]) est applicable dans les conditions générales où nous nous sommes placés et nous n'avons qu'à développer ici les circonstances particulières qui se présentent lorsque d'une part, le potentiel v est un potentiel newtonien [2]) et lorsqu'en même temps la surface (S) se compose de plusieurs nappes.

Supposons d'abord que la fonction φ soit telle que le potentiel de double couche v_0 défini par l'équation

$$(v_0)_i - (v_0)_e = 2\varphi$$

admette une dérivée déterminée et continue suivant la normale à la surface (S). Cela posé, soit u le potentiel de simple couche vérifiant l'équation:

$$\left(\frac{du}{dN}\right)_e - \left(\frac{du}{dN}\right)_i = \lambda \left\{\left(\frac{du}{dN}\right)_e + \left(\frac{du}{dN}\right)_i\right\} + 2\frac{dv_0}{dN}. \tag{57}$$

Désignons par $(u)_s$ la valeur de la fonction u en un point de la surface (S). Nous aurons, en vertu des résultats établis dans notre mémoire cité un peu plus haut, l'expression suivante pour la fonction demandée v:

$$v = \frac{1}{4\pi} \int_{(S)} \left\{ \frac{\lambda (u)_s + (v_0)_i}{1 - \lambda} - \frac{\lambda (u)_s + (v_0)_e}{1 + \lambda} \right\} \frac{\cos \gamma}{r^2} \, ds \tag{58}$$

où γ représente l'angle formé par la normale intérieure menée à la surface (S) par le point auquel se rapporte l'élément de surface ds avec le rayon r dirigé de ce point au point courant (x, y, z).

Les théorèmes classiques nous apprennent que l'on aura, pour toute nappe (S_k) de la surface (S):

$$\int_{(S_k)} \frac{dv_0}{dN} \, ds = 0 .$$

[1]) Zaremba. Sur l'intégration de l'équation $\Delta u + \xi u = 0$, Ch. III, p. 103; Journal de Mathématiques pures et appliquées, 1902.

[2]) Le cas des potentiels généralisés n'est pas à considérer, pour des raisons tout à fait analogues à celles pour lesquelles nous n'avons pas eu à l'envisager en traitant du problème de Robin.

Nous concluons de là, en nous appuyant sur ce qui a été établi au Nr. 10, que la fonction u définie par l'équation (57) n'aura, considérée comme fonction du paramètre λ, que des pôles supérieurs en valeur absolue à l'unité.

Cela posé, voici ce qu'on reconnaît à la simple inspection de la formule (58): la fonction v, considérée comme fonction du paramètre λ, est une fonction analytique qui, à distance finie, n'a d'autres points singuliers que des pôles simples et réels, à savoir: tous ceux de la fonction u et peut-être les pôles -1 et $+1$. Aura-t-elle réellement ces deux pôles? Nous allons voir qu'il en est bien ainsi en général. Désignons par $u(-1)$ et $u(+1)$ les valeurs de u pour $\lambda = -1$ et pour $\lambda = +1$ et cherchons les relations qui existent entre les fonctions $u(-1)$, $u(+1)$ et v_0. L'équation (57) nous donne:

$$\left(\frac{du(-1)}{dN}\right)_e = \frac{dv_0}{dN}.$$

Il en résulte que la différence:

$$v_0 - u(-1) \tag{59}$$

se réduit à une constante dans chacune des $p+1$ régions qui composent le domaine extérieur (D'). Dans la région infinie (R_0) la valeur constante de l'expression (59) est nulle, puisque, à l'infini, chacune des fonctions u et v_0 se réduit à zéro. Soient

$$c_1, c_2, c_3, \ldots, c_p \tag{60}$$

les valeurs constantes de cette expression dans les régions (R_1), (R_2), (R_3), ... (R_p) respectivement. Faisons maintenant $\lambda = +1$ dans l'équation (57). Il viendra:

$$\left(\frac{du(+1)}{dN}\right)_i = -\frac{dv_0}{dN}.$$

Cela prouve que la somme

$$v_0 + u(+1) \tag{61}$$

se réduit à une constante dans chacune des q régions qui composent le domaine extérieur (D). Désignons par

$$c_{p+1}, c_{p+2}, \ldots c_{p+q} \tag{62}$$

les valeurs constantes de la somme (61) dans les régions (R_{p+1}), (R_{p+2}), (R_{p+q}) respectivement.

Nr. 13. Assurons-nous, pour donner plus de précision aux considérations ultérieures, que les $p+q$ constantes (60) et (62) peuvent être tout à fait quelconques.

Pour établir ce point avec netteté, reportons-nous au Nr. 2. Après avoir mis la région infinie (R_0) à part, nous avons divisé les autres régions en lesquelles l'espace est partagé par la surface (S) en catégories. Maintenons cette division en convenant en outre de dire que la région (R_0) forme, à elle seule, la catégorie zéro. Cela posé, convenons de dire qu'une nappe (S_α) de la surface (S) est de catégorie k quand elle est une surface de séparation d'une région de catégorie k et d'une région de catégorie $k-1$. On ne confondra pas ce classement des nappes de la surface (S) avec un autre classement que nous avons eu à considérer dans une autre partie de ce travail. Envisageons maintenant le potentiel de double couche ψ dérivant d'une double couche de densité Θ répandue sur la surface (S). Désignons par Θ_k la valeur de la fonction Θ en un point variable de la nappe (S_k) et supposons que chacune des quantités:

$$\Theta_1\,,\ \Theta_2\,,\ \ldots\ \Theta_{p+q} \tag{63}$$

soit une constante. Dans ces conditions, la fonction ψ conservera une valeur constante dans chacune des régions déterminées dans l'espace par la surface (S), mais elle subira une variation brusque à la traversée d'une nappe de cette surface. Dans la région infinie (R_0), la fonction ψ sera nulle évidemment. Montrons qu'il est possible de choisir les constantes (63) de façon que, dans chacune des autres régions, la fonction ψ ait une valeur quelconque donnée à l'avance. Considérons une région (R_α) de première catégorie et soit (S_t) la nappe de première catégorie qui la sépare de la région infinie (R_0). La valeur de ψ dans la région (R_α) ne dépend que de Θ_t: elle est égale à $4\pi\Theta_t$. Il suffira donc de choisir convenablement le seul nombre Θ_t pour que, quels que soient les autres nombres formant le système (63), la fonction ψ ait, dans la région (R_α), la valeur voulue. Il est donc prouvé que l'on pourra toujours faire en sorte que, dans chacune des régions de première catégorie, la fonction ψ ait une valeur donnée; on voit aussi que, pour cela, il n'y aura qu'à disposer des valeurs de Θ sur les nappes de première catégorie. Envisageons maintenant toutes les nappes de la surface (S) depuis celles qui forment la première catégorie jusqu'à celles qui forment la catégorie $k-1$ inclusivement et considérons toutes

les régions, depuis celles de la première catégorie jusqu'à celles de la catégorie $k-1$ inclusivement. Il est évident que les valeurs de ψ dans ces régions là ne dépendent que des valeurs de Θ sur les nappes que nous venons d'envisager. J'admets provisoirement qu'il soit possible de disposer de ces valeurs de Θ de façon que, dans chacune des régions précédentes, la fonction ψ ait une valeur constante donnée. Je dis qu'il suffira de disposer convenablement des valeurs de Θ sur les nappes de la catégorie k pour que, dans chacune des régions de la catégorie k, la fonction ψ ait aussi une valeur donnée. En effet, soit (R_j) une des régions de la catégorie k et (S_h) la nappe de catégorie k qui la sépare d'une région (R_ν) de catégorie $k-1$. Désignons par M_ν la valeur constante de la fonction ψ dans la région (R_ν). On verra aisément que la valeur de ψ dans la région (R_j) sera donnée par la formule:

$$\psi = M_\nu + 4\pi\Theta_h(-1)^{k+1}.$$

Cela prouve qu'il suffira de disposer convenablement de la constante Θ_h pour que, dans la région (R_j), la fonction ψ acquière la valeur voulue. Par conséquent, dans l'hypothèse où nous nous sommes placés, on pourra, en choisissant convenablement les valeurs de Θ sur les nappes de la catégorie k, faire en sorte que les valeurs de ψ dans les régions de la catégorie k soient égales à des constantes données. De là et de ce que nous avons établi au sujet des régions de première catégorie résulte la conséquence suivante: exception faite de la région (R_0), où la fonction ψ est toujours nulle, elle prend dans toutes les autres régions des valeurs qui, par un choix convenable des constantes (63), peuvent être rendues égales à des constantes données quelconques.

Il est aisé de prouver maintenant qu'il ne saurait y avoir aucune relation nécessaire à laquelle devraient satisfaire les constantes (60) et (62). En effet, remplaçons φ par $\varphi + \Theta$; cela n'influera pas sur la valeur de $\frac{dv_0}{dN}$ et par conséquent la fonction u ne changera pas; au contraire les valeurs de l'expression (59) dans les p régions non infinies du domaine (D') auront varié de constantes arbitraires. Pareillement les nouvelles valeurs de l'expression (61), dans les q régions formant le domaine intérieur (D), se déduiront des valeurs primitives en ajoutant à celles-ci des constantes arbitraires. En résumé, nous avons prouvé que, par une modification

convenable de la fonction φ, on peut faire varier la valeur de chacun des nombres (60) et (62) d'une quantité donnée quelconque. Par conséquent, il ne saurait y avoir de relation que les nombres (60) et (62) vérifiassent nécessairemet dans tous les cas. En d'autres termes: lorsque la fonction φ est quelconque, les constantes (60) et (62) sont elles-mêmes quelconques. C'est précisément ce dont nous voulions nous assurer.

Nr. 14. Les considérations développées dans les deux numéros précédents nous amènent aux conclusions suivantes: Le potentiel de double couche v défini par l'équation (58) et vérifiant l'équation (56), possède en général, considéré comme fonction du paramètre λ, en dehors des pôles supérieurs en valeur absolue à l'unité, le pôle -1 et le pôle $+1$; le résidu relatif au pôle -1 est un potentiel P_1 de double couche dont la densité, nulle sur la frontière de la région infinie (R_0), est égale à $\frac{-1}{4\pi} c_1, \frac{-1}{4\pi} c_2, \ldots \frac{-1}{4\pi} c_p$ respectivement sur les frontières des régions $(R_1), (R_2), \ldots (R_p)$; le potentiel P_1 prend les valeurs $c_1, c_2, \ldots c_p$ à l'intérieur des régions $(R_1), (R_2), \ldots (R_p)$ respectivement et il est égal à zéro à l'intérieur de chaque autre région déterminée dans l'espace par la surface (S); le résidu relatif au pôle $+1$ est un potentiel P_2 de double couche dont la densité est égale à: $\frac{-1}{4\pi} c_{p+1}, \frac{-1}{4\pi} c_{p+2}, \ldots \frac{-1}{4\pi} c_{p+q}$ sur les frontières respectives des régions $(R_{p+1}), (R_{p+2}) \ldots (R_{p+q})$; le potentiel P_2 prend, à l'intérieur des régions $(R_{p+1}), (R_{p+2}), \ldots (R_{p+q})$ respectivement les valeurs constantes $-c_{p+1}, -c_{p+2}, \ldots -c_{p+q}$ et il est nul à l'intérieur de chacune des autres régions déterminées dans l'espace par la surface (S).

D'après ce qui précède, nous aurons:

$$v = \frac{P_1}{\lambda + 1} + \frac{P_2}{\lambda - 1} + \sum_{k=0}^{\infty} v'_k \lambda^k \tag{64}$$

où la série

$$v' = \sum_{k=0}^{\infty} v'_k \lambda^k \tag{65}$$

aura un rayon de convergence supérieur à l'unité. Portons la valeur (64) de v dans l'équation (56). Il viendra:

$$(v')_i - (v')_e = \lambda \{(v')_i + (v')_e\} + 2\varphi + (P_1)_e + (P_2)_i, \tag{66}$$

en tenant compte de l'équation (65) et des relations

$$(P_1)_i = (P_2)_e = 0 .$$

Voyons comment on pourrait déterminer d'une façon directe les fonctions P_1 et P_2. Observons à cet effet que, comme le montre la formule (64), la fonction v est certainement développable en une série procédant suivant les puissances entières et positives de λ, série dont le rayon de convergence est en général et au moins égal à l'unité. Soit

$$v = \sum_{k=0}^{\infty} v_k \lambda^k . \tag{67}$$

On trouve en identifiant les expressions (64) et (67) de la fonction v:

$$v_k = P_1 (-1)^k - P_2 + v'_k . \tag{68}$$

Nous avons vu que la fonction P_1 se réduit, à l'intérieur des régions $(R_1), (R_2), \ldots (R_p)$, à des constantes désignées plus haut par $c_1, c_2, \ldots c_p$ et que cette fonction est nulle à l'intérieur de chaque autre région définie par la surface (S). Nous avons vu aussi que la fonction P_2 se réduit, à l'intérieur des régions $(R_{p+1}), (R_{p+2}), \ldots (R_{p+q})$, à des constantes $-c_{p+1}, -c_{p+2}, -c_{p+q}$ et qu'elle est nulle à l'intérieur des autres régions. D'autre part, puisque le rayon de convergence de la série (65) est supérieur à l'unité, on aura en chaque point de l'espace:

$$lim \{ v'_k \}_{k=\infty} = 0 .$$

Il résulte de ces remarques que le problème se réduit au calcul des constantes $c_1, c_2, \ldots c_{p+q}$ et que, en vertu de la relation (68), ce calcul peut être effectué de la manière suivante: soit A_k un point choisi arbitrairement à l'intérieur de la région (R_k); si l'on désigne d'une façon générale par le symbole $[F]_{A_k}$ la valeur d'une fonction F au point A_k, on aura pour la détermination des constantes $c_1, c_2, \ldots c_{p+q}$ les formules suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{ll} c_j = lim \{ [v_{2m}]_{A_j} \}_{m=\infty} = - lim \{ [v_{2m+1}]_{A_j} \}_{m=\infty} & (j = 1, 2, \ldots p) \\ c_k = lim \{ [v_t]_{A_k} \}_{t=\infty} & (k = p+1, p+2, \ldots p+q) . \end{array} \right. \tag{69}$$

Il est aisé maintenant de déduire des résultats déjà acquis

une solution du problème de Dirichlet et d'établir par cela-même le principe qui porte le nom de ce célèbre géomètre. Posons

$$2\varphi' = 2\varphi + (P_1)_e + (P_2)_i .$$

L'équation (66) prendra la forme

$$(70) \qquad (v')_i - (v')_e = \lambda \{(v')_i + (v')_e\} + 2\varphi' .$$

D'ailleurs, d'après ce que nous avons vu, nous saurons calculer la fonction φ'. Cela posé, considérons la série (65). La fonction φ' étant connue, on calculera de proche en proche, de la façon bien connue, les coefficients v_0', v_1', $v'_2, \ldots$ de cette série. Or le rayon de convergence de la série précédente est supérieur à l'unité. Par conséquent, cette série permettra de calculer la fonction v' aussi bien pour $\lambda = +1$ que pour $\lambda = -1$. D'autre part, l'équation (70) donne:

$$(71) \qquad \begin{cases} \{(v')_i\}_{\lambda=-1} = \varphi' \\ -\{(v')_e\}_{\lambda=+1} = \varphi' \end{cases}$$

Or, d'une part, la différence $\varphi - \varphi'$ reste constante sur chaque nappe de la surface (S) et, d'autre part, nous avons appris, au Nr. 9, à former un potentiel Φ de simple couche, répandue sur la surface (S), prenant sur les diverses nappes de la surface (S) des valeurs égales à des constantes données. Déterminons le potentiel de simple couche Φ de façon que ses valeurs sur les diverses nappes de la surface (S) soient représentées par l'expression $\varphi - \varphi'$ et reportons-nous aux équations (71). Il est évident que le problème de Dirichlet intérieur sera résolu par la fonction

$$\{v'\}_{\lambda=-1} + \Phi ,$$

tandis que la solution du problème extérieur sera fournie par l'expression

$$-\{v'\}_{\lambda=+1} + \Phi .$$

Par conséquent le problème de Dirichlet est résolu et le principe de Dirichlet est démontré. On voit que la solution se présente en général sous forme d'une somme d'un potentiel de double couche et d'un potentiel de simple couche.

Le résultat que nous venons d'obtenir n'est autre chose que l'extension de la méthode de Neumann au cas où la frontière se compose d'un nombre quelconque de nappes entièrement séparées les unes des autres.

Il n'est peut-être pas sans intérêt de comparer les conditions dans lesquelles se présente la solution du problème de Dirichlet par la méthode de Neumann, dans le cas où la frontière est connexe et dans le cas où elle ne l'est pas. La solution générale se présente dans les deux cas sous forme de la somme d'un potentiel de double couche et d'un potentiel de simple couche mais, lorsque la frontière est connexe, les valeurs périphériques du potentiel de double couche ne se distinguent de celles de la fonction demandée que par une constante, tandis qu'il en est autrement lorsque la frontière n'est pas connexe: la différence des valeurs périphériques de la fonction demandée et du potentiel de double couche est, il est vrai, constante sur chaque nappe de la frontière mais, en général, elle varie quand on passe d'une nappe à une autre.

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé que la fonction donnée φ est telle que le potentiel de double couche v_0 défini par l'équation

$$(v_0)_i - (v_0)_e = 2\varphi$$

admette une dérivée normale, fonction continue de la position du pied de la normale. On se débarrassera de cette restriction et l'on étendra les résultats que nous avons établis au cas où la fonction φ n'est que continue ou même à celui où elle admet certaines lignes de discontinuité soit par la méthode due à M. Korn et que nous avons indiquée au Nr. 17, p. 107 de notre mémoire „Sur l'intégration de l'équation $\Delta u + \xi u = 0$" (Journal de Mathématiques pures et appliquées, 1902), soit mieux encore par la méthode de M. Liapounoff[1]).

---

54. M. LADISLAS NATANSON m. t.: **O funkcyi dysypacyjnej płynów lepkich.** ***(Sur la fonction dissipative d'un fluide visqueux).***

§ 1. Pour arriver à une définition entièrement générale de la fonction dissipative d'un fluide, on peut procéder de la manière suivante. Représentons par ρ la densité du fluide, par u, v, w les composantes de la vitesse, par $p_{xx}, p_{yy}, p_{zz}, p_{yz}, p_{zx}, p_{xy}$

[1]) Sur le Principe fondamental de la méthode de Neumann dans le Problème de Dirichlet. (Communications de la Société mathématique de Kharkoff, 1902).

les composantes de la pression, par p la pression moyenne, en un point x, y, z et au moment t. Soient X, Y, Z les composantes de l'accélération que produisent, au point et au moment considéré, les forces extérieures données. Avec ces notations, on a trois équations entièrement générales dont la première est la suivante

$$\rho\left(\frac{du}{dt}-X\right)+\frac{\partial p_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial p_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial p_{zx}}{\partial z}=0\,. \tag{1 a}$$

Soient $\mathfrak{T}$ et $\mathfrak{F}$ l'énergie cinétique et l'énergie libre [1]) du fluide; posons:

$$e=\frac{\partial u}{\partial x}\,; \qquad a=\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\,; \tag{2 a}$$

$$f=\frac{\partial v}{\partial y}\,; \qquad b=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\,; \tag{2 b}$$

$$g=\frac{\partial w}{\partial z}\,; \qquad c=\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\,; \tag{2 c}$$

désignons par $\tilde{\omega}$ la somme $e+f+g$ et par $d\Omega$ un élément du volume Ω occupé par le fluide. Les équations (1) entraînent évidemment l'équation suivante:

$$\begin{aligned} d\mathfrak{T}+d\mathfrak{F}= {} & dt\iiint d\Omega\rho\,(uX+vY+wZ) \\ & -dt\iiint d\Omega\left\{p\tilde{\omega}+u\left(\frac{\partial p_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial p_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial p_{zx}}{\partial z}\right)\right. \\ & \qquad +v\left(\frac{\partial p_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial p_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial p_{zy}}{\partial z}\right) \\ & \qquad \left.+w\left(\frac{\partial p_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial p_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial p_{zz}}{\partial z}\right)\right\}. \end{aligned} \tag{3}$$

Soit S la surface qui limite le volume Ω et dS un élément de cette surface. Désignons par P_x, P_y, P_z les composantes de la pression extérieure appliquée à l'élément dS. L'équation (3) pourra se mettre sous la forme

$$\begin{aligned} d\mathfrak{T}+d\mathfrak{F}= {} & dt\iiint d\Omega\rho\,(uX+vY+wZ)+dt\iint dS\,(uP_x+vP_y+wP_z) \\ & +dt\iiint d\Omega\{(p_{xx}-p)e+(p_{yy}-p)f+(p_{zz}-p)g+p_{yz}a+p_{zx}b+p_{xy}c\}, \end{aligned} \tag{4}$$

les intégrales triples s'étendant à tous les éléments du volume Ω et l'intégrale double à tous les éléments de la surface S. Les

[1]) *Voir* Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Mars 1896, p. 117.

équations (3) et (4) expriment évidemment le principe de la conservation de l'énergie appliqué au cas particulier qui nous occupe; on peut donc dire, d'une façon tout à fait générale, que la fonction dissipative d'un fluide, par unité de volume, est la quantité

$$(5) \quad \chi = (p_{xx} - p)e + (p_{yy} - p)f + (p_{zz} - p)g + p_{yz}a + p_{zx}b + p_{xy}c\,.$$

Cette expression: *fonction dissipative* a été employée pour la première fois, en 1873, par Lord Rayleigh, au cours d'un mémoire important se rapportant à la Théorie généralisée de la Dynamique[1]). Mais la notion de la fonction dissipative d'un fluide, ainsi que la proposition dont l'équation (4) constitue l'énoncé, est due à Sir G. G. Stokes qui l'a indiquée dans un Mémoire présenté, le 9. Décembre 1850, à la Société philosophique de Cambridge[2]).

Si, conformément à la théorie de la Viscosité proposée par Poisson et par Stokes, on pose dans l'équation (5)

$$(6\,a) \qquad p_{xx} - p = -2\mu e - \lambda\tilde{\omega}\ ; \qquad p_{yz} = -\mu a\ ;$$

$$(6\,b) \qquad p_{yy} - p = -2\mu f - \lambda\tilde{\omega}\ ; \qquad p_{zx} = -\mu b\ ;$$

$$(6\,c) \qquad p_{zz} - p = -2\mu g - \lambda\tilde{\omega}\ ; \qquad p_{xy} = -\mu c\,,$$

λ et μ désignant deux constantes, on parvient à l'expression

$$(7) \qquad \chi = -2\mu\left(e^2 + f^2 + g^2 + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}\right) - \lambda\tilde{\omega}^2$$

également donnée par Stokes en 1850.

§ 2. Dans plusieurs Mémoires, présentés à l'Académie en Février et en Mars 1901 ainsi qu'en Janvier 1902[3]), nous nous sommes proposés de généraliser la théorie de la Viscosité de Poisson et de Stokes. La conception fondamentale qui sert de base

[1]) Proceedings of the London Mathematical Society, Vol. IV., p. 357. 1873. Scientific Papers, Vol. I., p. 170. 1899. Souvent d'ailleurs c'est l'expression $-\frac{1}{2}\chi$ que l'on appelle fonction dissipative.

[2]) Transactions of the Cambridge Philosophical Society, Vol. IX. Mathematical and Physical Papers, Vol. III., p. 1 (1901); voir en particulier p. 67. On a attribué quelquefois, à tort, la découverte de ce théorème à Helmholtz (Verhandlungen d. nat. med. Vereins Heidelberg, Bd. V., 1869; Wissenschaftliche Abhandlungen, Bd. I, p. 223. 1882).

[3]) Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Année 1901, pp. 95 et 161; Année 1902, p. 19.

à nos recherches est due à Poisson; elle a été adoptée et développée par Maxwell; c'est l'hypothèse de la relaxation. Nous supposons que ce phénomène intime se produit sans cesse au sein de tous les corps fluides. La vitesse avec laquelle il s'accomplit varie très considérablement suivant les circonstances. Elle peut être extrêmement grande, sans jamais cependant devenir infinie; souvent, au contraire, elle diffère à peine de zéro.

Désignons par k et par h les deux modules de compressibilité, par n le module de rigidité, par T la durée, pour le fluide en question, du temps caractéristique de relaxation. Représentons par p°, p°_{xx}, p°_{yy}, p°_{zz}, p°_{yz}, p°_{zx}, p°_{xy} les valeurs des pressions qui, au point x, y, z, correspondent au moment initial $t = 0$. Posons

$$nT = \mu \;; \tag{1}$$

$$(k - h - \tfrac{2}{3} n)\, T = \lambda \;; \tag{2}$$

$$\varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} e = E \;; \qquad \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} a = A \tag{3 a}$$

$$\varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} f = F \;; \qquad \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} b = B \tag{3 b}$$

$$\varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} g = G \;; \qquad \varepsilon^{-t/T} \int_0^t \frac{dt}{T} \varepsilon^{t/T} c = C \tag{3 c}$$

$$E + F + G = \Theta. \tag{4}$$

D'après notre théorie, les équations (6) du § 1. doivent être remplacées par les suivantes:

$$p_{xx} - p = (p^\circ_{xx} - p^\circ)\, \varepsilon^{-t/T} - 2\mu E - \lambda\Theta \tag{5 a}$$

$$p_{yy} - p = (p^\circ_{yy} - p^\circ)\, \varepsilon^{-t/T} - 2\mu F - \lambda\Theta \tag{5 b}$$

$$p_{zz} - p = (p^\circ_{zz} - p^\circ)\, \varepsilon^{-t/T} - 2\mu G - \lambda\Theta \tag{5 c}$$

$$p_{yz} = p^\circ_{yz}\, \varepsilon^{-t/T} - \mu A \tag{6 a}$$

$$p_{zx} = p^\circ_{zx}\, \varepsilon^{-t/T} - \mu B \tag{6 b}$$

$$p_{xy} = p^\circ_{xy}\, \varepsilon^{-t/T} - \mu C. \tag{6 c}$$

En vertu de ces équations, l'expression (5), § 1, de χ se transforme et devient

$$\chi = \varepsilon^{-t/T} \{ (p^\circ_{xx} - p^\circ) e + (p^\circ_{yy} - p^\circ) f + (p^\circ_{zz} - p^\circ) g + p^\circ_{yz} a + p^\circ_{zx} b + p^\circ_{xy} c \}$$
$$- \{ 2\mu (eE + fF + gG) + \mu (aA + bB + cC) + \lambda\tilde{\omega}\Theta \} \;; \tag{7}$$

c'est la valeur qu'il faut attribuer à la fonction dissipative d'un fluide visqueux d'après la théorie dont il vient d'être question.

Dans l'égalité (7) posons $t = 0$. Dans ce cas, les termes E, F, G, A, B, C, Θ deviennent nuls et nous retrouvons la forme de la fonction dissipative donnée par l'équation générale (5) du § 1.

§ 3. La fonction dissipative définie ainsi que nous venons de le dire, jouit d'une propriété remarquable; nous nous proposons de l'établir. Imaginons un fluide incompressible et très visqueux. Admettons que les déformations auxquelles on assujettit ce fluide soient très lentes en sorte que l'on puisse négliger à tout moment son énergie cinétique. En outre, supposons nulles les forces extérieures qui, en (x, y, z), produisent l'accélération dont les composantes sont X, Y, Z. Dans ces conditions, l'équation (4) du § 1 nous donne

$$(1) \qquad \iint dS\,(uP_x + vP_y + wP_z) + \iiint d\Omega\,\chi = 0.$$

Ici χ est une quantité dont la forme, dans le cas général, est déterminée par l'égalité (5) du § 1; si l'on adopte la théorie proposée dans nos Mémoires précédents, elle prend la forme (7) du § 2. Dérivons l'équation (1) par rapport au temps; en désignant par l, m, n les cosinus des angles que la normale à l'élément dS, dirigée vers l'intérieur du volume Ω, fait avec les axes de coordonnées, nous aurons

$$(2) \quad \frac{d}{dt}\iint dS(uP_x + vP_y + wP_z) + \iiint d\Omega\,\frac{d\chi}{dt} = \iint dS(lu + mv + nw)\chi = 0.$$

Calculons la valeur de $d\chi/dt$ en adoptant l'expression (7), § 2, pour la fonction χ. En négligeant les termes qui contiennent de/dt, df/dt, dg/dt, da/dt, db/dt, dc/dt nous trouverons

$$(3) \qquad \frac{d\chi}{dt} = -\frac{\chi}{T} - \frac{2\mu}{T}\left(e^2 + f^2 + g^2 + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}\right).$$

En se reportant à l'équation (7), § 1, on constate que le second terme du second membre représente (au facteur constant $1/T$ près) la valeur de la fonction dissipative, pour un fluide visqueux incompressible, calculée d'après la théorie de Poisson et de Stokes. On peut donc énoncer la proposition suivante. Soient χ et ζT les valeurs de la fonction dissipative d'un fluide visqueux in-

compressible, calculées respectivement d'après la théorie que nous avons proposée et d'après celle de Poisson et Stokes. Si les déformations que l'on impose au fluide sont lentes et si les forces extérieures n'agissent pas, on a

$$\frac{d\chi}{dt} + \frac{\chi}{T} - \varsigma = 0. \tag{4}$$

Jointe à l'équation (1), l'équation (4) permet d'écrire

$$\iiint d\Omega \frac{d\chi}{dt} = \frac{1}{T} \iint dS\,(uP_x + vP_y + wP_z) + \iiint d\Omega\,\varsigma\,; \tag{5}$$

l'équation (2) peut donc se mettre sous la forme

$$\frac{d}{dt} \iint dS\,(uP_x + vP_y + wP_z) + \frac{1}{T} \iint dS\,(uP_x + vP_y + wP_z)$$
$$+ \iiint d\Omega\,\varsigma - \iint dS\,(lu + mv + nw)\,\chi = 0\,. \tag{6}$$

Les équations (4) et (6) expriment le théorème que nous nous proposions d'établir.

§ 4. Qu'il nous soit permis, en concluant, d'attirer l'attention du lecteur sur la forme intéressante que l'on peut donner à un théorème connu de la Théorie de l'Élasticité. Lamé, qui l'expose au cours de ses *Leçons* [1]), en attribue la découverte à Clapeyron. Soient ξ, η, ζ les composantes du déplacement élastique en un point x, y, z. Posons

$$\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}\,; \qquad \alpha = \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z}\,; \tag{1 a}$$

$$\varphi = \frac{\partial \eta}{\partial y}\,; \qquad \beta = \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial x}\,; \tag{1 b}$$

$$\psi = \frac{\partial \zeta}{\partial z}\,; \qquad \gamma = \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y}\,. \tag{1 c}$$

Si l'on fait abstraction de l'action des forces extérieures caractérisées par les termes X, Y, Z, les équations déduites de l'équilibre

[1]) Leçons sur la Théorie mathématique de l'Élasticité des Corps Solides. Paris 1866, p. 80. *Voir* Todhunter and Pearson, A History of the Theory of Elasticity and of the Strength of Materials, Cambridge 1886—1893, Vol. I., p. 578.

des éléments de volume permettent facilement de démontrer l'exactitude de la proposition dont l'équation suivante:

$$\iint dS\,(\xi P_x + \eta P_y + \zeta P_z) +$$

$$(2) \qquad + \iiint d\Omega\,(p_{xx}\varepsilon + p_{yy}\varphi + p_{zz}\psi + p_{yz}\alpha + p_{zx}\beta + p_{xy}\gamma) = 0$$

constitue l'énoncé. Remplaçant les p_{xx} etc. par leurs valeurs, l'équation (2) devient

$$(3) \qquad \iint dS\,(\xi P_x + \eta P_y + \zeta P_z)$$

$$- \iiint d\Omega \left\{ 2n\left(\varepsilon^2 + \varphi^2 + \psi^2 + \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2}\right) + (k - \tfrac{2}{3}n)\,\Delta^2 \right\} = 0,$$

en désignant par k et n les modules de compressibilité et de rigidité du milieu et par Δ la somme $\varepsilon + \varphi + \psi$. Ce sont ces équations qui constituent le théorème de Clapeyron. Il est aisé de voir que cette proposition est tout à fait analogue aux théorèmes d'Hydrodynamique dont nous nous sommes occupés dans cette Communication.

---

55. M. LADISLAS NATANSON m t.: **O odkształcaniu krążka plastyczno-lepkiego.** *(Sur la déformation d'un disque plastico-visqueux).*

Imaginons une plaque cylindrique, c'est-à-dire un cylindre circulaire droit dont la hauteur serait petite par rapport aux dimensions de sa section transversale. Supposons que la substance de la plaque appartienne à la classe des corps plastico-visqueux; nous aurons soin, dans la suite, de définir le sens que nous attachons à cette expression. Pour l'assujettir à la déformation, on comprime la plaque entre deux plans rigides, horizontaux. La position du plan inférieur est fixée d'une manière invariable. Le plan supérieur, au contraire, est mobile et sert à faire agir, sur la base supérieure de la plaque, une pression homogène due à l'action d'un poids ou d'une autre force, soit constante, soit variable. La seule force qui agisse sur la face latérale du cylindre est la pression atmosphérique. Nous admettrons que la substance de la plaque jouisse de la propriété d'adhérer aux parois solides qui la compriment; par conséquent nous considèrerons comme impossible le glissement des molécules de la substance par rapport à ces parois. Il est clair que,

dans ces conditions, le cylindre se dilate dans le sens latéral: les rayons des sections transversales augmentent (à l'exception, évidemment, des rayons des deux bases); la hauteur de la plaque diminue, le plan solide supérieur s'abaisse. Dans le Travail que l'on va lire, nous nous proposons de rechercher quelles sont les lois qui régissent ce cas de déformation.

Déjà en 1877 M. A. v. Obermayer entreprenait[1]) d'étudier le même problème par la voie expérimentale. Les observations de ce savant portaient sur des plaques de poix et il en soumettait les résultats au calcul, en admettant que cette substance obéisse aux lois qu'habituellement on suppose suivies par les fluides visqueux. En appliquant, au cas qui nous occupe, une formule, obtenue par Stefan[2]) pour un problème analogue (mais nullement identique), M. von Obermayer a trouvé, pour le coefficient de viscosité du corps étudié, des valeurs qu'il considère comme suffisamment concordantes et suffisamment voisines de celles que l'on obtient à l'aide de méthodes différentes.

§ 1. Nous étudierons le problème dont il vient d'être question en introduisant d'abord certaines hypothèses simplificatrices dont nous tâcherons de nous affranchir dans la suite. La première consiste à supposer que la substance de la plaque serait comparable à un fluide visqueux ordinaire doué d'un coefficient de frottement intérieur très considérable; et en particulier, qu'elle obéirait aux lois bien connues établies par Navier, Poisson, Stokes et plusieurs autres savants. Désignons par ρ la densité de ce corps, par p la pression moyenne, par u, v, w les composantes de la vitesse, au point x, y, z et au moment t. Soient X, Y, Z les composantes de l'accélération que produisent, au point et au moment considéré, les forces extérieures données. Enfin soient λ et μ les deux coefficients de viscosité de la substance. Avec ces notations, nous avons trois équations dont la première est la suivante:

$$\rho\left(\frac{du}{dt}-X\right)+\frac{\partial p}{\partial x}-\mu\nabla^2 u-(\lambda+\mu)\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial x}=0. \qquad (1a)$$

[1]) Sitzungsberichte d. K. Akademie d. Wiss. in Wien, Math.-natw. Classe, II Abth., Bd. LXXV, p. 665. 1877.

[2]) Sitzungsberichte d. K. Akademie d. Wiss. in Wien, Math.-natw. Classe, II Abth., Bd. LXIX, p. 713. 1874.

On a posé ici:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=\tilde{\omega}. \tag{2}$$

Nous introduirons maintenant les nouvelles hypothèses que voici. Négligeant le poids de la substance de la plaque, nous poserons

$$X=0; \qquad Y=0; \qquad Z=0. \tag{3}$$

Il est évident a priori que la déformation de la plaque ne peut s'accomplir qu'avec une extrême lenteur, à cause du frottement intérieur très considérable; nous pouvons donc négliger tous les termes de la forme $\rho\, du/dt$ etc. S'il est permis, d'autre part, d'assimiler la substance de la plaque à un corps qui, bien que visqueux, est néanmoins un fluide, on sera en droit de négliger la compressibilité de cette substance et de poser

$$\tilde{\omega}=0. \tag{4}$$

Les équations (1) se simplifient en vertu de ces hypothèses et deviennent

$$\frac{\partial p}{\partial x}-\mu\nabla^2 u=0. \tag{5a}$$

Nous supposerons qu'il existe dans la plaque, pendant l'entière durée de la déformation, un axe de symétrie fixe et vertical et nous conviendrons de prendre cet axe là pour axe des z; quant aux axes des x et des y, nous les disposerons arbitrairement dans le plan de la base inférieure. Une dernière hypothèse que nous adopterons, du moins d'une manière provisoire, est que les variables x, y, z entrent dans les expressions des composantes u, v, w d'une façon particulière que nous allons préciser. Représentons par l l'épaisseur, c'est-à-dire la hauteur verticale de la plaque et par J une quantité indépendante de x, y, z, pouvant être cependant une fonction de la variable t. Posons, comme l'ont fait Stefan et M. v. Obermayer,

$$u=Jxz\,(l-z) \tag{6a}$$

$$v=Jyz\,(l-z). \tag{6b}$$

Ces valeurs de u et de v vérifient les conditions évidemment nécessaires de s'annuler lorsque x ou y s'annulent, ainsi que de s'évanouir, quelles que soient les valeurs de x et de y, pour $z=0$ et pour

$z=l$. Des équations (6), se déduit immédiatement, grâce à l'équation (4), la valeur de la dérivée $\partial w/\partial z$. Supposons $w=0$ dans l'étendue de la base inférieure toute entière; nous aurons alors l'égalité

$$w = -Jz^2\left(l - \tfrac{2}{3}z\right) \tag{6c}$$

pour toutes les valeurs de z comprises entre $z=0$ et $z=l$. La valeur du coefficient J peut se déterminer en remarquant que, pour $z=l$, la composante w devient nécessairement égale à dl/dt; par conséquent

$$J = -\frac{3}{l^3}\frac{dl}{dt}. \tag{7}$$

Les valeurs (6) des composantes de la vitesse, jointes à l'équation (7), satisfont aux conditions cinématiques du problème. Nous examinerons plus loin la question de savoir quelles sont les conditions dynamiques qu'il comporte et de quelle manière elles peuvent être remplies.

Les équations (5), jointes aux équations (6), permettent d'écrire

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -2\mu Jx \tag{8a}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -2\mu Jy \tag{8b}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -2\mu J(l-2z). \tag{8c}$$

Il en résulte 1) que, dans chaque plan horizontal $z=$ Const., on a

$$dp = -2\mu Jr\,dr, \tag{9}$$

r désignant la distance d'un point (z, r) à l'axe des z; par conséquent:

$$p(z, r) - p(z, 0) = -\mu Jr^2. \tag{10}$$

2) le long de toute ligne verticale on a l'équation

$$dp = -2\mu J(l-2z)\,dz \tag{11}$$

qui donne pour deux points $z=z_1$, $z=z_2$ d'une même verticale

$$p(z_1, r) - p(z_2, r) = 2\mu J(z_1 - z_2)\,(z_1 + z_2 - l). \tag{12}$$

Considérons le plan médian $z=\frac{1}{2}l$; le rayon extérieur de la section découpée par ce plan dépasse en longueur les rayons des autres sections de la plaque. Posons en conséquence

$$R = \max.\ R(z) = R\left(\tfrac{1}{2}l\right). \tag{13}$$

En vertu de l'équation (10) nous avons, pour ce plan,

$$p(\tfrac{1}{2}l, R) - p(\tfrac{1}{2}l, 0) = -\mu J R^2. \tag{14}$$

D'autre part, posons

$$r = 0 \; ; \quad z_1 = l \; ; \quad z_2 = \tfrac{1}{2}l \tag{15}$$

dans l'équation (12); elle devient

$$p(l, 0) - p(\tfrac{1}{2}l, 0) = \tfrac{1}{2}\mu J l^2, \tag{16}$$

d'où, en comparant avec (14),

$$p(l, 0) - p(\tfrac{1}{2}l, R) = \mu J(\tfrac{1}{2}l^2 + R^2). \tag{17}$$

Cela posé, cherchons à évaluer les composantes des pressions en un point x, y, z que nous désignons (comme on le fait habituellement) par p_{xx}, p_{yy}, p_{zz}, p_{yz}, p_{xz}, p_{xy}. Soient

$$e = \frac{\partial u}{\partial x} \; ; \qquad a = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \tag{18a}$$

$$f = \frac{\partial v}{\partial y} \; ; \qquad b = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \tag{18b}$$

$$g = \frac{\partial w}{\partial z} \; ; \qquad c = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}. \tag{18c}$$

D'après la théorie de Poisson et de Stokes, nous avons, vu l'équation (4),

$$p_{xx} - p = -2\mu e \; ; \qquad p_{yz} = -\mu a \; ; \tag{19a}$$

$$p_{yy} - p = -2\mu f \; ; \qquad p_{xz} = -\mu b \; ; \tag{19b}$$

$$p_{zz} - p = -2\mu g \; ; \qquad p_{xy} = -\mu c \; ; \tag{19c}$$

or, les composantes e, f, g, a, b, c qui entrent dans ces expressions se calculent aisément au moyen des équations (6):

$$e = Jz(l - z) \; ; \qquad a = Jy(l - 2z) \; ; \tag{20a}$$

$$f = Jz(l - z) \; ; \qquad b = Jx(l - 2z) \; ; \tag{20b}$$

$$g = -2Jz(l - z); \quad c = 0; \tag{20c}$$

par conséquent, on peut considérer comme connues les quantités $(p_{xx} - p)$, $(p_{yy} - p)$, $(p_{zz} - p)$, p_{yz}, p_{xz}, p_{xy}. On trouve, entre autres,

$$p_{xx} = p_{yy} \quad \text{et} \quad p_{xy} = 0. \tag{21}$$

Considérons, sur la surface latérale de la plaque, un élément

situé à la hauteur $z = \frac{1}{2}l$; cet élément est perpendiculaire au rayon R aboutissant à lui. Soit P la pression atmosphérique par unité de surface; comme la déformation de la plaque s'accomplit très lentement, il sera légitime de supposer que cette pression s'exerce suivant la normale aux éléments auxquels elle est appliquée. Écrivons les conditions que vérifient les pressions à la surface de la plaque. Si l'on tient compte de l'équation (21) on voit aisément que, pour les éléments situés à la hauteur $z = \frac{1}{2}l$, la condition en question s'écrit de la manière suivante:

$$P = p_{xx}(\tfrac{1}{2}l, R) = p_{yy}(\tfrac{1}{2}l, R) = p_{rr}(\tfrac{1}{2}l, R). \tag{22}$$

De là on déduit, en tenant compte des équations (19) et (20),

$$P = p(\tfrac{1}{2}l, R) - \tfrac{1}{2}\mu J l^2. \tag{23}$$

Montrons quelle est la forme que prend la même condition à la surface de la base supérieure de la plaque. Soit Π la pression moyenne (par unité de surface) exercée sur cette base par le plan mobile qui sert à comprimer la substance de la plaque. Désignons par R_l le rayon de la base supérieure; par φ représentons l'angle qui, avec z et r, constitue le système habituel de coordonnées cylindriques. Avec ces notations, la condition relative à la base supérieure s'écrira

$$\pi R_l^2 (\Pi + P) = \left(\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R(z)} dr \,.\, r \,.\, p_{zz}\right)_{z=l}. \tag{24}$$

Or on a, en vertu des équations (19) et (10),

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R(z)} dr \,.\, r \,.\, p_{zz} = \pi R^2(z) \left\{p(z, 0) - 2\mu g - \tfrac{1}{2}\mu J R^2(z)\right\}. \tag{25}$$

L'équation (24) devient donc, en tenant compte des équations (20),

$$\Pi + P = p(l, 0) - \tfrac{1}{2}\mu J R_l^2. \tag{26}$$

Retranchons l'équation (23) de l'équation (26); il vient

$$\Pi = p(l, 0) - p(\tfrac{1}{2}l, R) + \tfrac{1}{2}\mu J (l^2 - R_l^2), \tag{27}$$

d'où l'on conclut, en comparant avec (17),

$$\Pi = \mu J (l^2 + R^2 - \tfrac{1}{2}R_l^2). \tag{28}$$

Si l'on néglige ici la quantité l^2 par rapport à R^2 et si l'on substitue, à la quantité variable R^2, la constante R_l^2, on parvient, en tenant compte de l'équation (7), à l'équation de Stefan

$$\Pi = -\tfrac{3}{2}\,\frac{\mu R_i^2}{l^3}\cdot\frac{dl}{dt} \tag{29}$$

qui a été considérée par M. v. Obermayer comme la solution du problème qui nous occupe.

Pour pousser plus loin l'approximation, il faut établir une relation entre les variables l et R. Contrairement à notre usage constant, convenons pour un moment de désigner par x, y, z les coordonnées d'une particule déterminée du liquide; on aura, en vertu des équations (6) et (7),

$$\frac{dx}{dl} = -\frac{3xz(l-z)}{l^3} \tag{30a}$$

$$\frac{dy}{dl} = -\frac{3yz(l-z)}{l^3} \tag{30b}$$

$$\frac{dz}{dl} = +\frac{3z^2(l-\frac{2}{3}z)}{l^3}. \tag{30c}$$

Intégrons l'équation (30c) en y posant $z = ls$; il vient

$$\frac{l_0}{l} = \frac{(2s_0-1)^2\,s\,(s-1)}{(2s-1)^2\,s_0\,(s_0-1)}, \tag{31}$$

l_0 et s_0 étant les valeurs initiales de l et de s. En vertu de l'équation (31) les équations (30a) et (30b) s'intègrent aisément; on trouve

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 = \left(\frac{2s_0-1}{2s-1}\right)^3; \qquad \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 = \left(\frac{2s_0-1}{2s-1}\right)^3; \tag{32}$$

dans ces égalités s est une fonction de l qui, en vertu de l'équation (31), peut être considérée comme connue. Les équations (31) et (32) permettent de déterminer la forme que prend, dans nos hypothèses, la surface latérale du disque déformé. Mais il importe peu à notre objet actuel de pousser l'analyse aussi loin. Il nous suffira de faire remarquer que, si l'on pose $s_0 = \frac{1}{2}$ dans l'équation (31), l'on trouve également $s = \frac{1}{2}$ pour toute époque ultérieure. Ainsi les molécules qui, au moment initial $t = 0$, se trouvaient dans la section transversale médiane $z = \frac{1}{2}l$, y restent pendant la déformation du disque et descendent avec elle. Cela étant, reportons-nous aux équations (32) qui, en vertu de l'équation (31), peuvent se mettre sous la forme

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^4 = \left(\frac{y}{y_0}\right)^4 = \left(\frac{l_0\,s_0\,(s_0-1)}{l\,s\,(s-1)}\right)^3. \tag{33}$$

Faisons $s = s_0 = \frac{1}{2}$ dans les équations (33); nous trouverons

$$\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = \left(\frac{l_0}{l}\right)^{\frac{3}{2}}, \tag{34}$$

R étant toujours le rayon de la section transversale médiane.

Reprenons maintenant l'équation (28) et admettons, pour simplifier, que la forme initiale de la surface latérale du disque ait été celle d'un cylindre droit. Nous aurons alors, en tenant compte de l'équation (34),

$$\Pi = -\frac{3\mu}{l^3}\left\{l^2 + R_0^2\left(\left(\frac{l_0}{l}\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}\right)\right\}\frac{dl}{dt}. \tag{35}$$

Cette équation est une généralisation de l'équation précédente (29). Elles s'intègrent immédiatement toutes les deux lorsque Π est donnée en fonction du temps ou bien lorsqu'elle a une valeur constante.

§ 2. Le problème qui nous a occupé au paragraphe précédent, peut être résolu par l'application d'une méthode différente. En vertu d'un théorème connu, un fluide qui est soumis aux équations du mouvement (1), § 1, admet certainement une fonction dissipative qui jouit de la propriété suivante. Soient $\mathcal{T}$ et $\mathcal{F}$ l'énergie cinétique et l'énergie libre d'une masse de fluide déterminée. Désignons par dW le travail élémentaire des forces extérieures que subit le fluide pendant le temps dt, par $d\Omega$ un élément du volume Ω occupé par le fluide; conservons aux symboles λ et μ, e, f, g, a, b, c la signification qui leur a été attribuée dans le paragraphe précédent. Le théorème auquel nous venons de faire allusion nous apprend que l'on a

$$d\mathcal{T} + d\mathcal{F} =$$
$$= dW - dt \iiint d\Omega \left\{2\mu\left(e^2 + f^2 + g^2 + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}\right) + \lambda\tilde{\omega}^2\right\}, \tag{1}$$

l'intégration s'étendant à tous les éléments du volume Ω. Pour nous en tenir aux approximations du paragraphe précédent, supposons incompressible la substance de la plaque; négligeons son énergie cinétique; en calculant dW, négligeons le travail effectué par la pression atmosphérique ainsi que celui qui est dû au poids de la substance de la plaque. Dans le second terme du second

membre de l'équation (1) écrivons $dz\,d\varphi\,dr\,r$ au lieu de $d\Omega$ et remplaçons les composantes e, f, g, a, b, c par leurs expressions (20), § 1. Nous aurons

$$(2) \qquad \tilde{\omega} = 0; \quad d\mathcal{F} = 0; \quad d\mathcal{T} = 0; \quad dW = -\pi R_l^2 \dot{\Pi}\, dl$$

et l'équation (1) nous donnera

$$(3) \quad \Pi R_l^2 = -\frac{36\mu}{l^6} \cdot \frac{dl}{dt} \int_0^l dz\, R^2(z) \left\{ 3z^2 (l-z)^2 + \tfrac{1}{8} R^2(z) (l-2z)^2 \right\}.$$

L'équation (3) conduit immédiatement à l'équation (29) du paragraphe précédent si l'on y néglige $3z^2(l-z)^2$ et si, à la fonction $R(z)$, on substitue la constante R_l. Les équations (31) et (32) du même paragraphe permettent de déterminer la forme de la fonction $R(z)$ et par là-même, d'achever d'une manière plus rigoureuse le calcul que nous venons d'indiquer.

§ 3. Voyons ce que deviennent les résultats précédents lorsque l'on abandonne certaines des hypothèses que nous avons adoptées. Dans ce qui va suivre, nous renoncerons à l'hypothèse de la compressibilité nulle. D'autre part, nous substituerons, aux équations (6) du § 1., les suivantes

$$(1) \qquad u = x\sigma(z)\,; \qquad v = y\sigma(z)\,; \qquad w = w(z).$$

Afin de satisfaire aux conditions cinématiques dont il a été question plus haut au § 1., nous poserons:

$$(2) \qquad \sigma(0) = 0\,; \qquad \sigma(l) = 0\,; \qquad w(0) = 0\,; \qquad w(l) = \frac{dl}{dt}.$$

Les équations (1) et (2) expriment évidemment une nouvelle hypothèse qui est une généralisation de l'hypothèse correspondante du § 1. En vertu des équations (1) on aura

$$(3) \quad e = f = \sigma(z)\,; \qquad g = \frac{\partial w}{\partial z} = g(z)\,; \qquad \tilde{\omega} = 2\sigma(z) + g(z) = \tilde{\omega}(z)$$

$$(4) \quad a = y\frac{d\sigma(z)}{dz}\,; \qquad b = x\frac{d\sigma(z)}{dz}\,; \qquad c = 0.$$

Si, avec Poisson et Stokes, l'on écrit

$$(5a) \qquad p_{xx} - p = -2\mu e - \lambda\tilde{\omega}\,; \qquad p_{yz} = -\mu a$$

$$(5b) \qquad p_{yy} - p = -2\mu f - \lambda\tilde{\omega}\,; \qquad p_{zx} = -\mu b$$

$$(5c) \qquad p_{zz} - p = -2\mu g - \lambda\tilde{\omega}\,; \qquad p_{xy} = -\mu c$$

et si, dans les équations générales

$$\rho\left(\frac{du}{dt}-X\right)+\frac{\partial p_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial p_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial p_{zx}}{\partial z}=0\,, \tag{6a}$$

on néglige, comme précédemment, les termes qui se rapportent soit à l'inertie de la substance, soit à l'action de forces telles que la gravité, on obtient les égalités suivantes:

$$\frac{\partial p}{\partial x}=2\mu\frac{\partial e}{\partial x}+\lambda\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial x}+\mu\frac{\partial c}{\partial y}+\mu\frac{\partial b}{\partial z} \tag{7a}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=\mu\frac{\partial c}{\partial x}+2\mu\frac{\partial f}{\partial y}+\lambda\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial y}+\mu\frac{\partial a}{\partial z} \tag{7b}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}=\mu\frac{\partial b}{\partial x}+\mu\frac{\partial a}{\partial y}+2\mu\frac{\partial g}{\partial z}+\lambda\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial z}. \tag{7c}$$

Les égalités (3) et (4) permettent de simplifier ces équations. On trouve

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\mu x\frac{d^2\sigma(z)}{dz^2} \tag{8a}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=\mu y\frac{d^2\sigma(z)}{dz^2} \tag{8b}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}=2(\lambda+\mu)\frac{d\sigma(z)}{dz}+(\lambda+2\mu)\frac{dg}{dz}, \tag{8c}$$

d'où il résulte: 1) que, pour un plan horizontal quelconque, l'on a

$$dp=\mu\psi(z)\,r\,dr, \tag{9}$$

$\psi(z)$ désignant la dérivée $d^2\sigma(z)/dz^2$; on a par conséquent

$$p(z,r)-p(z,0)=\tfrac{1}{2}\mu\psi(z).r^2 \tag{10}$$

et, en particulier,

$$p(\tfrac{1}{2}l,R)-p(\tfrac{1}{2}l,0)=\tfrac{1}{2}\mu\psi(\tfrac{1}{2}l).R^2. \tag{11}$$

2) z_1 et z_2 désignant les valeurs de z en deux points d'une même verticale, on a, d'après (8c),

$$\begin{aligned}&p(z_1,r)-p(z_2,r)=\\&=2(\lambda+\mu)\{\sigma(z_1)-\sigma(z_2)\}+(\lambda+2\mu)\{g(z_1)-g(z_2)\}.\end{aligned} \tag{12}$$

Posons $r=0$, $z_1=l$, $z_2=\tfrac{1}{2}l$ dans cette équation; nous aurons, en tenant compte des équations (2):

$$(13)\quad p(l,0)-p(\tfrac{1}{2}l,0)=-2(\lambda+\mu)\sigma(\tfrac{1}{2}l)+(\lambda+2\mu)\{g(l)-g(\tfrac{1}{2}l)\}.$$

Rapprochée de l'équation (11), l'équation (13) permet d'écrire

$$p(l,0)-p(\tfrac{1}{2}l,R)=$$
$$(14)\quad =-2(\lambda+\mu)\sigma(\tfrac{1}{2}l)+(\lambda+2\mu)\{g(l)-g(\tfrac{1}{2}l)\}-\tfrac{1}{2}\mu\psi(\tfrac{1}{2}l)R^2.$$

Considérons, comme précédemment, un élément de la surface latérale de la plaque situé à la hauteur $z=\frac{1}{2}l$; les équations (22) du § 1 y sont encore applicables et nous avons, en tenant compte des équations (5) du paragraphe actuel:

$$(15)\qquad P=p(\tfrac{1}{2}l,R)-2\mu e(\tfrac{1}{2}l,R)-\lambda\tilde{\omega}(\tfrac{1}{2}l,R),$$

d'où l'on tire au moyen des équations (3) de ce paragraphe:

$$(16)\qquad P=p(\tfrac{1}{2}l,R)-2(\lambda+\mu)\sigma(\tfrac{1}{2}l)-\lambda g(\tfrac{1}{2}l).$$

Considérons maintenant le plan de la base supérieure de la plaque. Pour ce plan, l'équation (24) du § 1. est vérifiée. Or il est facile de s'assurer, en partant des équations (5) et (10) de ce paragraphe, que l'on a:

$$\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{R(z)}dr\,.\,r\,.\,p_{zz}=$$
$$=\pi R^2(z)\{p(z,0)-2\mu g(z)-\lambda\tilde{\omega}(z)+\tfrac{1}{4}\mu\psi(z)R^2(z)\}.\qquad(17)$$

Cette valeur de l'intégrale du premier membre, portée dans l'équation (24) du § 1., la transforme en une égalité qui peut s'écrire en vertu des équations précédentes (2) et (3):

$$(18)\qquad \Pi+P=p(l,0)-(\lambda+2\mu)g(l)+\tfrac{1}{4}\mu\psi(l)R_l^2.$$

Jointe à l'équation (16), l'équation (18) donne

$$\Pi=p(l,0)-p(\tfrac{1}{2}l,R)+$$
$$(19)\qquad +2(\lambda+\mu)\sigma(\tfrac{1}{2}l)-(\lambda+2\mu)g(l)+\lambda g(\tfrac{1}{2}l)+\tfrac{1}{4}\mu\psi(l)R_l^2$$

d'où l'on tire au moyen de l'équation (14):

$$(20)\qquad \Pi=-2\mu g(\tfrac{1}{2}l)-\tfrac{1}{2}\mu\{\psi(\tfrac{1}{2}l)R^2-\tfrac{1}{2}\psi(l)R_l^2\}.$$

Cette équation est une forme généralisée de l'équation (28) du § 1. En effet, si l'on pose

$$(21)\quad g(z)=-2Jz(l-z);\quad \sigma(z)=Jz(l-z)\quad\therefore\quad \psi(z)=-2J$$

dans l'équation (20), on est ramené tout de suite à l'équation mentionnée.

Rappelons que le second coefficient de viscosité, appelé λ dans ce qui précède, figurait explicitement dans les équations [(5) ou (7)] qui nous ont servi de point de départ. Il est remarquable, par conséquent, que le résultat que nous venons d'obtenir soit indépendant de ce coefficient. Les termes qui le contenaient ont été éliminés au cours du calcul. Cette circonstance méritait d'être signalée en vue des incertitudes qui existent au sujet du coefficient λ et des difficultés que soulève sa détermination expérimentale [1]).

Il ne serait point difficile de tenir compte de la pesanteur de la substance de la plaque dans le calcul qui précède. Pour cela, il suffit de modifier la dernière équation du mouvement, celle qui sert à déterminer la valeur de $\partial p / \partial z$. Désignant par γ l'accélération de la gravité, on posera $Z = -\gamma$ dans cette équation. Reprenant le calcul que l'on vient de lire, on verra un terme nouveau, égal à $-\frac{1}{2}\rho\gamma l$, apparaître au second membre de l'équation (20) laquelle ne subit d'ailleurs aucune autre modification. Par ρ on désigne ici la densité de la substance dont on néglige, cela va sans dire, la variation avec l'altitude z [2]).

§ 4. Un fluide visqueux, compressible ou non, qui suivrait les lois posées par Poisson et par Stokes, serait-il propre à représenter, en Théorie, la classe des corps réels appelés plastiques? A notre avis, il est permis d'en douter. Aussi nous proposons-nous, dans ce paragraphe, de reprendre à nouveau l'étude du problème qui nous a occupés, en partant cette fois de la Théorie généralisée de la Viscosité que nous avons cherché à établir dans plusieurs Mémoires précédents [3]).

Dans ce qui va suivre, nous désignerons par n le module de rigidité, par k et h les deux modules de compressibilité, par T la

[1]) *Voir* Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Année 1901, p. 108.

[2]) Supposons un disque qui, grâce à la fluidité de sa substance, s'écoule par l'effet de sa propre pesanteur. Dans ce cas, on a $\Pi = 0$. Admettant les simples hypothèses du § 1., on pourra écrire

$$\frac{1}{l^3} - \frac{1}{l^{03}} = \frac{\rho\gamma t}{\mu R^2},$$

l étant la valeur qui correspond à un moment arbitraire t.

[3]) *Voir* Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Année 1901, pp. 95 et 161; Année 1902, pp. 19 et 488.

durée du temps de relaxation; ce sont des constantes caractéristiques du milieu. Par p^o, p^o_{xx}, p^o_{yy}, p^o_{zz}, p^o_{yz}, p^o_{zx}, p^o_{xy} nous représenterons les valeurs qui, au point x, y, z, correspondent au moment initial $t = 0$. En conservant d'ailleurs les notations adoptées dans les paragraphes précédents, nous avons les équations du mouvement dont la première est la suivante:

$$\rho\left(\frac{du}{dt} - X\right) + \frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon^{-t/T}\left\{\frac{\partial(p^o_{xx} - p^o)}{\partial x} + \frac{\partial p^o_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial p^o_{zx}}{\partial z}\right\}$$

$$(1a) \qquad -\varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}\left\{n\nabla^2 u + (k - h + \tfrac{1}{3}n)\frac{\partial\tilde{\omega}}{\partial x}\right\} = 0\,.$$

Nous traiterons les quantités p^o, p^o_{xx} etc. comme des inconnues; nous supposerons seulement qu'elles ne dépendent point des coordonnées. Comme précédemment, nous négligerons les effets dus soit à l'inertie de la substance, soit à l'action des forces extérieures caractérisées par les termes X, Y, Z. Nous supposerons aussi vérifiée la condition d'incompressibilité. Dans ces hypothèses, l'équation (1a) se simplifie et devient

$$(2a) \qquad \frac{\partial p}{\partial x} = n\varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}\nabla^2 u\,;$$

les équations (1b) et (1c) se transforment de même. On en tire en vertu des égalités (6) du § 1.:

$$(3a) \qquad \frac{\partial p}{\partial x} = 6n\varepsilon^{-t/T}xK_3$$

$$(3b) \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = 6n\varepsilon^{-t/T}yK_3$$

$$(3c) \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = 6n\varepsilon^{-t/T}(K_2 - 2zK_3)\,.$$

On a posé ici:

$$(4) \qquad K_2 = \int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}\frac{1}{l^2}\cdot\frac{dl}{dt}$$

$$(5) \qquad K_3 = \int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}\frac{1}{l^3}\cdot\frac{dl}{dt}\,.$$

Il est clair que K_2 et K_3 sont des fonctions de l ou de t et ne peuvent pas dépendre de x, y, z. Remarquons qu'elles s'annulent pour $t = 0$.

Des équations (3*a*) et (3*b*) on conclut que, pour chaque plan horizontal, on a la relation

$$p(z,r) - p(z,0) = 3n\varepsilon^{-t/T} r^2 K_3. \tag{6}$$

On a au contraire en deux points qui se trouvent sur une même verticale

$$p(z_1,r) - p(z_2,r) = 6n\varepsilon^{-t/T}(z_1 - z_2)\{K_2 - (z_1 + z_2)K_3\}. \tag{7}$$

De l'équation (6) on tire, en faisant $z = \frac{1}{2}l$, $r = R$,

$$p(\tfrac{1}{2}l, R) - p(\tfrac{1}{2}l, 0) = 3n\varepsilon^{t/T} R^2 K_3. \tag{8}$$

Si, dans l'équation (7), on pose $z_1 = l$, $z_2 = \frac{1}{2}l$, $r = 0$, il vient

$$p(l,0) - p(\tfrac{1}{2}l, 0) = 3n\varepsilon^{-t/T} l(K_2 - \tfrac{3}{2}lK_3). \tag{9}$$

La comparaison de cette équation avec l'équation (8) conduit à la relation:

$$p(l,0) - p(\tfrac{1}{2}l, R) = 3n\varepsilon^{-t/T}\{lK_2 - (\tfrac{3}{2}l^2 + R^2)K_3\}. \tag{10}$$

Pour calculer les composantes des pressions nous avons les égalités

$$p_{xx} - p = (p^\circ_{xx} - p^\circ)\varepsilon^{-t/T} - \varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}\,2ne \quad \text{etc.} \tag{11a}$$

$$p_{yz} = p^\circ_{yz}\varepsilon^{-t/T} - \varepsilon^{-t/T}\int_0^t dt\,\varepsilon^{t/T}\,na \quad \text{etc.} \tag{12a}$$

Rappelons maintenant que l'on a $c = 0$ en vertu des hypothèses adoptées plus haut. Si, d'autre part, l'on suppose $p^\circ_{xy} = 0$ et $p^\circ_{xx} = p^\circ_{yy}$ (hypothèses qui s'imposent par raison de symétrie), on aura constamment les relations $p_{xy} = 0$ et $p_{xx} = p_{yy}$. On peut écrire par conséquent, pour les éléments de la surface latérale situés à la hauteur $z = \frac{1}{2}l$,

$$P = p_{xx}(\tfrac{1}{2}l, R) = p_{yy}(\tfrac{1}{2}l, R) = p_{rr}(\tfrac{1}{2}l, R). \tag{13}$$

En supposant P invariable, les équations (13) deviennent, pour $t = 0$,

$$P = p^\circ_{xx} = p^\circ_{yy} = p^\circ_{rr}. \tag{14}$$

Introduisons les expressions (11) dans l'équation (13); en tenant compte des équations (20) du § 1., nous aurons

$$(15) \qquad P = p(\tfrac{1}{2}l, R) + (p^\circ_{xx} - p^\circ)\varepsilon^{-t/T} + 3n\varepsilon^{-t/T} l(K_2 - \tfrac{1}{2}lK_3).$$

Observons, en second lieu, que l'équation (24) du § 1. doit être satisfaite dans le plan $z = l$ de la base supérieure. Les équations (6) et (11) du présent paragraphe nous permettent de calculer la valeur de l'intégrale

$$(16) \qquad \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{R(z)} dr \,.\, r \,.\, p_{zz} =$$

$$= \pi R^2(z) \left\{ p(z, 0) + (p^\circ_{zz} - p^\circ)\varepsilon^{-t/T} - 2n\varepsilon^{-t/T} \int_0^t dt\, \varepsilon^{t/T} g + \tfrac{3}{2}n\varepsilon^{-t/T} R^2 K_3 \right\}.$$

En portant cette valeur dans l'équation (24), § 1, et en mettant, pour g, sa valeur [(20), § 1], on a

$$(17) \quad \Pi + P = p(l, 0) + (p^\circ_{zz} - p^\circ)\varepsilon^{-t/T} - 12n\varepsilon^{-t/T} l(K_2 - lK_3) + \tfrac{3}{2}n\varepsilon^{-t/T} R_l^2 K_3 .$$

Pour $t = 0$, cette équation devient simplement

$$(18) \qquad \Pi^\circ + P = p^\circ_{zz} ,$$

Π° désignant la valeur que prend, au moment initial $t = 0$, la pression Π que nous considérons ici comme variable. Des équations (14) et (18) on conclut

$$(19) \qquad \Pi^\circ = p^\circ_{zz} - p^\circ_{xx} ;$$

on aura par conséquent, eu égard aux équations (15) et (17),

$$(20) \qquad \begin{aligned} \Pi = p(l, 0) - p(\tfrac{1}{2}l, R) + \Pi^\circ \varepsilon^{-t/T} - 15n\varepsilon^{-t/T} lK_2 + \\ + \tfrac{3}{2} n\varepsilon^{-t/T} (9l^2 + R_l^2) K_3 . \end{aligned}$$

En comparant enfin cette équation à l'équation (10), on obtient

$$(21) \qquad \Pi = \Pi^\circ \varepsilon^{-t/T} - 3n\varepsilon^{-t/T} \{ 4lK_2 - (3l^2 - R^2 + \tfrac{1}{2}R_l^2) K_3 \}.$$

Ce résultat (que nous discuterons tout à l'heure) est une généralisation de l'équation (28) du § 1.

§ 5. Essayons de traiter le problème considéré au paragraphe précédent par une voie analogue à celle que nous avons suivie au § 2. de ce Travail. Aux symboles e, f, g, a, b, c, $\tilde{\omega}$ conservons la signification qui leur a été attribuée au § 1.; posons

$$\varepsilon^{-t/T}\int_0^t \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T} e = E\,; \qquad \varepsilon^{-t/T}\int_0^t \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T} a = A \tag{1}$$

$$\varepsilon^{-t/T}\int_0^t \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T} f = F\,; \qquad \varepsilon^{-t/T}\int_0^t \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T} b = B \tag{2}$$

$$\varepsilon^{-t/T}\int_0^t \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T} g = G\,; \qquad \varepsilon^{-t/T}\int_0^t \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T} c = C \tag{3}$$

$$\varepsilon^{-t/T}\int_0^t \frac{dt}{T}\,\varepsilon^{t/T}\tilde{\omega} = \Theta\,; \tag{4}$$

désignons par n. k. h, T les constantes représentées par les mêmes lettres au paragraphe précédent et par λ et μ les produits nT et $(k-h-\frac{2}{3}n)\,T$; nous aurons comme précédemment (voir § 2.):

$$d\mathfrak{T} + d\mathfrak{F} = dW + \iiint d\Omega\,\chi\,; \tag{5}$$

cependant la fonction χ aura[1]) pour valeur. d'après nos hypothèses actuelles:

$$\begin{aligned}\chi = \varepsilon^{-t/T}\{&p^o_{xx}e + p^o_{yy}f + p^o_{zz}g + p^o_{yz}a + p^o_{zx}b + p^o_{xy}c - p^o\tilde{\omega}\}\\ &- 2\mu\,\{eE + fF + gG + \tfrac{1}{2}(aA + bB + cC)\} - \lambda\tilde{\omega}\Theta\,.\end{aligned} \tag{6}$$

Nous supposons $\tilde{\omega} = 0$ et par conséquent $d\mathfrak{F} = 0$; $d\mathfrak{T} = 0$; $c = 0$ et par suite $C = 0$; $e = f$ d'où il résulte $E = F$; et enfin $g = -2e$ ce qui implique comme conséquence $G = -2E$. Les équations (20) du § 1. nous apprennent que, si l'on néglige la variabilité du rayon R, on a

$$\iiint d\Omega\; e = -\tfrac{1}{2}\pi R_l^2\frac{dl}{dt}\,; \qquad \iiint d\Omega\; a = 0\,: \qquad \iiint d\Omega\; b = 0. \tag{7}$$

On trouve ainsi

$$\iiint d\Omega\,\chi = (p^o_{zz} - p^o_{xx})\,\varepsilon^{-t/T}\pi R_l^2\frac{dl}{dt} - \mu\iiint d\Omega\,(12eE + aA + bB). \tag{8}$$

En vertu des équations (20) du § 1., des équations (4) et (5) du § 4. ainsi que des équations (1) et (2) du présent paragraphe, le second terme du second membre peut s'écrire:

$$6n\varepsilon^{-t/T}\pi J\int_0^l\int_0^{R(z)} dz\,dr\,r\,\{12z^2(l-z)(K_2 - zK_3) + r^2(l-2z)(K_2 - 2zK_3)\} \tag{9}$$

[1]) *Voir* ci-dessus, page 491.

en sorte que, si l'on pose

$$dW = -\pi R_l^2 \Pi \, dl \,, \tag{10}$$

on peut déterminer la valeur de Π au moyen de l'équation (5). Pour achever ce calcul, la connaissance de la forme de la fonction $R(z)$ est nécessaire. Si on la traite comme une constante, on obtient une expression qui ne se distingue de celle que fournit l'équation (21) du § 4. que par les valeurs des coefficients numériques des petits termes: lK_2, l^2K_3.

§ 6. Reste à déterminer la valeur de la constante Π°. Les méthodes précédentes ne nous en offrent pas le moyen. Mais il est évident que nous ne nous éloignerons pas trop de la vérité en supposant que les propriétés de la substance, à l'instant initial, soient celles d'un solide isotrope parfaitement élastique. Nous sommes amenés ainsi à rechercher les conditions de l'équilibre élastique d'un disque plat que l'on comprime entre deux plans parfaitement „rugueux". Ce problème a été traité par plusieurs savants, en première ligne par M. L. N. G. Filon qui, au cours d'un Mémoire [1]) extrêmement remarquable, lui a consacré une étude approfondie. Nous nous bornerons à citer le résultat très simple auquel on arrive en supposant petit le rapport l/R; c'est le cas où nous nous sommes placés. On trouve dans ce cas [2]) que le module apparent de Young est sensiblement $= k + \frac{4}{3}n$ (avec les notations adoptées plus haut, § 4.); d'où il résulte

$$\Pi^\circ = (k + \tfrac{4}{3}n) \frac{l^* - l^\circ}{l^\circ} \,, \tag{1}$$

l^* désignant l'épaisseur du disque non déformé, c'est-à-dire la valeur de l° pour $\Pi^\circ = 0$. L'équation (1) ne s'applique évidemment qu'à la condition de supposer petite la différence $l^* - l^\circ$.

L'équation (1) se déduit facilement du théorème de Clapeyron [3]). Soient ξ°, η°, ζ° les composantes du déplacement; ε°, φ°, ψ°, α°, β°, γ° celles de la déformation. Posons

[1]) Philosophical Transactions of the Roy. Soc. of London, Vol. 198 (A), p. 147. 1902. Qu'il nous soit permis d'adresser nos remerciements à l'auteur de ce Mémoire pour le concours qu'il nous a obligeamment prêté.

[2]) *Voir* au § 25 du Mémoire cité de M. L. N. G. Filon, pages 216—217.

[3]) *Voir* ci-dessus, page 493.

$$\varepsilon^\circ = 0\,; \qquad \varphi^\circ = 0\,; \qquad \psi^\circ = -\frac{l^* - l^\circ}{l^\circ}\,; \tag{2}$$

$$\alpha^\circ = 0\,; \qquad \beta^\circ = 0\,; \qquad \gamma^\circ = 0\,. \tag{3}$$

Puisque ξ°, η°, ζ° s'annulent pour $z = 0$, nous pourrons poser

$$\zeta^\circ(z) = \psi^\circ z \qquad \therefore \qquad \zeta^\circ(l^\circ) = -(l^* - l^\circ) \tag{4}$$

$$\xi^\circ(x,\ y,\ z) = 0\,; \qquad \eta^\circ(x,\ y,\ z) = 0. \tag{5}$$

Les deux membres de l'équation de Clapeyron sont donc

$$(l^* - l^\circ)\,\pi R_o^{\,2}\,\Pi^\circ \qquad \text{et} \qquad (k + \tfrac{4}{3}n)\,\frac{(l^* - l^\circ)^2}{l^\circ}\,\pi R_o^{\,2} \tag{6}$$

et l'application du théorème conduit à la formule (1), ainsi que nous l'avons annoncé.

§ 7. Reprenons l'équation (21) du § 4. Négligeons-y les termes de la forme lK_2, l^2K_3; considérons comme égaux les rayons R et R_l. Nous aurons

$$\Pi = \Pi^\circ \varepsilon^{-\eta T} - \tfrac{3}{2} n \varepsilon^{-\eta T} R^2 K_3\,. \tag{1}$$

Dérivons cette équation par rapport à la variable t; il vient

$$\frac{d\Pi}{dt} + \frac{\Pi}{T} + \tfrac{3}{2}\,\frac{nR^2}{l^3}\cdot\frac{dl}{dt} = 0\,. \tag{2}$$

C'est la forme généralisée de l'équation de Stefan (*voir* (29), § 1). Elle suppose variable la pression Π; pourquoi l'équation de Stefan semble-t-elle, au contraire, impliquer l'hypothèse: $d\Pi/dt = 0$? On s'en rend compte facilement. La théorie habituellement acceptée de la Viscosité, où il n'est pas tenu compte de ce que la vitesse de la relaxation est finie, ne peut conduire à une solution correcte du problème qui nous occupe que dans le cas particulier où la pression Π est constante.

Il est intéressant de remarquer que l'équation (2) peut se démontrer immédiatement par l'application d'un théorème général dont nous avons donné l'énoncé au § 3. d'une Note: *Sur la fonction dissipative d'un fluide visqueux,* présentée à l'Académie dans la séance du 13. Octobre 1902 [1]).

Imaginons qu'un expérimentateur réussisse à régler la varia-

[1]) *Voir* ci-dessus, page 492.

tion de la pression Π de manière à maintenir constante l'épaisseur du disque l. On aurait alors

$$\Pi = \Pi^{\circ} \varepsilon^{-t/T} \tag{3}$$

et la théorie de la relaxation serait, pour ainsi dire, prise sur le fait. Une telle expérience, si elle était réalisable, ferait éclater aux yeux le défaut essentiel de la Théorie admise qui consiste à supposer infinie la vitesse de ce phénomène.

Dans le cas où la pression Π est constante, l'intégration de l'équation

$$\Pi = -\tfrac{3}{2} \frac{\mu R^2}{l^3} \frac{dl}{dt} \quad . \tag{4}$$

conduit à une équation qui peut s'écrire en vertu de la relation (1) du § 6.:

$$\frac{t}{T} = \frac{3n}{4(k + \frac{4}{3}n)} \frac{R^2 l^{\circ}}{l^* - l^{\circ}} \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{l^{\circ 2}} \right). \tag{5}$$

Supposons petite la différence $(l^{\circ} - l)$; admettons, pour simplifier, la relation $k = \frac{5}{3} n$; nous aurons

$$\frac{t}{T} = \frac{R^2 (l^{\circ} - l)}{\frac{1}{2} l^2 (l^* - l^{\circ})} \cdot \tag{6}$$

La conclusion que l'on tire des résultats de ce paragraphe est que des expériences faites dans les conditions indiquées, permettraient non seulement de déduire la valeur du coefficient de frottement intérieur μ (comme l'a fait M. v. Obermayer) mais aussi de déterminer la durée, pour la substance étudiée, de la période caractéristique T de la relaxation.

---

56. M. JEAN ZALESKI. **Badania nad mezoporfiryną.** *(Untersuchungen über das Mesoporphyrin).* *(Recherches sur la mésoporphyrine).* Mémoire présenté par M. L. Marchlewski m. c.

Vorliegende Arbeit bildet in gewisser Hinsicht die Fortsetzung der Untersuchungen über den Blutfarbstoff, welche von Prof. M. Nencki nach längerer Unterbrechung etwa vor 4 Jahren in seinem Petersburger Laboratorium wieder aufgenommen wurden. Zu

diesen Untersuchungen zog mich mein unvergesslicher Lehrer und Meister als Mitarbeiter hinzu. Nach seinem Ableben habe ich die begonnene Arbeit in der von ihm vorgezeichneten Richtung fortgesetzt und halte es nun für angemessen, die gewonnenen Ergebnisse zu veröffentlichen. Ich will hier gleich bemerken, dass eine bedeutende Anzahl der weiter unten zu beschreibenden Versuche und Analysen zu Prof. Nencki's Lebzeiten und unter seiner Anleitung angestellt worden sind. Sämmtliches Thatsachenmaterial, welches ich in der Folgezeit zusammenbringen konnte, widme ich dem Andenken meines Meisters, welcher eher denn sonst jemand im Stande wäre, zur Erklärung desselben beizutragen.

Darstellung und Zusammensetzung des salzsauren Mesoporphyrins[1]). Zur Darstellung des Mesoporphyrins durch Reduction von Hämin mit HJ und PH_4J kann ich folgendes Verfahren, dessen Anwendung mir die verhältnismässig erfolgreichste Ausbeute an Mesoporphyrin ergab, empfehlen. Da selbst unbedeutende Abweichungen bei Ausführung sämmtlicher Reactionen mit Derivaten des Blutfarbstoffes den chemischen Charakter der erhaltenen Producte entschieden beeinflussen, will ich das Verfahren auf's genaueste beschreiben.

5 Grm. des mittelst Essigsäure gewonnenen Hämins werden im kleinen Kölbchen auf dem kochenden Wasserbade mit 75 ccm. Eisessig und 15—20 ccm. HJ (vom spec. Gew. 1·96) erwärmt. Nach einer Viertelstunde etwa, sobald sämmtliche Häminkrystalle in Lösung übergegangen sind, wird der Kolbeninhalt mit 6—10 ccm. Wasser versetzt; nun wird die Flamme unter dem Wasserbade verkleinert, bis die Temperatur desselben auf 70° heruntergeht, und dann Phosphoniumjodid in kleinen Stückchen unter energischem Umrühren eingetragen. Man stellt hierbei das Kölbchen besser erst dann ins Wasserbad, wenn sich die eingetragene Portion Phosphoniumjodid vollständig aufgelöst hat. Im ganzen werden ca. 5—8 Grm. PH_4J eingetragen, was etwa 20 Minuten in Anspruch nimmt, hiernach wird das Kölbchen noch auf eine halbe Stunde auf dem warmen Wasserbade belassen, dann sein Inhalt mit dem zwei- bis dreifachen Volumen Wasser versetzt und in einen Überschuss von 2—3 Liter Wasser hineingegossen. Mit Natronlauge wird

[1]) Nencki u. Zaleski, Reductionsproducte des Hämins. — Berichte, Bd. XXXIV. S. 997.

jetzt das Gemenge auf eine schwach saure Reaction gebracht, dann der hierbei entstehende reichliche Niederschlag auf dem Filter aufgefangen und noch zweimal mit Wasser ausgewaschen. Das Filtrat riecht deutlich nach Hämopyrrol; es ist anfangs schwach gelb gefärbt, in offenen Gefässen an der Luft aber nimmt es bald eine braunrothe Färbung an; durch Zusatz von ammoniakalischer Zinklösung kann Urobilin in demselben nachgewiesen werden. Nachdem alles Wasser abgelaufen ist, wird der Niederschlag am besten mit dem Filter zusammen in einen geräumigen Kolben gebracht, mit 1—1½ Liter 0·7% Salzsäurelösung übergossen und fast bis zum Sieden erhitzt. Jetzt werden dazu noch ca. 30 ccm. Salzsäure (sp. Gew. 1·124) zugesetzt, die Flüssigkeit energisch umgerührt und durch ein Faltenfilter in eine Porzellanschale filtriert. Unter diesen Bedingungen geht der Farbstoff in Lösung über, ein verhältnismässig nur unbedeutender Theil desselben bleibt auf dem Filter zurück. Die Schale mit der Lösung lässt man 2 Stunden auf dem warmen Wasserbade stehen, wobei an der Oberfläche der Lösung sich eine aus Krystallen von salzsaurem Mesoporphyrin bestehende Kruste bildet. Später, nachdem die Flüssigkeit genügend abgekühlt ist, setzt man noch ca. 100 ccm. HCl (spec. Gew. 1·19) zu und lässt dann die Lösung zwecks vollständiger Krystallisation ein paar Tage an einem kalten Orte stehen. Die ausgeschiedenen Krystalle werden nun abfiltriert und mit 6% Salzsäurelösung nachgewaschen. Die Menge des erhaltenen Productes schwankt zwischen 1·5 und 2 Grm., das Maximum der Ausbeute beträgt also nur 40% des zur Bearbeitung angewandten Hämins. Unter dem Mikroskop erscheinen die Krystalle noch mit amorphen dunklen Körnern vermengt. Nach dem Abtrocknen auf Fliesspapier, werden die Krystalle in folgender Weise zum zweiten Male umkrystallisiert.

Etwa 2—3 Grm. der Substanz werden in einem geräumigen Becherglase auf's innigste mit einer geringen Menge 0·7 procentiger Salzsäurelösung vermengt. Von derselben Salzsäurelösung wird in einem anderen Gefässe eine gewisse Menge bis zum Sieden erhitzt und dann von ihr soviel zu der Mesoporphyrinemulsion hinzugegossen, dass etwa 500—700 ccm. derselben auf 1 Grm. Mesoporphyrin kommen. Die Krystalle gehen hierbei sofort leicht in Lösung über; die durch ein Faltenfilter in ein Becherglas filtrierte Lösung scheidet beim Erkalten schon nach einigen Minuten wiederum Krystalle von salzsaurem Mesoporphyrin aus. Nach 15 Mi-

nuten, sobald die Lösung etwas abgekühlt ist, werden auf 1 Liter derselben ca. 100 ccm. HCl (sp. Gew. 1·19) nachgefüllt und dann das ganze auf einige Tage zum Krystallisieren hingestellt. Die Krystalle werden auf einem Filter aus gehärtetem Papier aufgefangen und mit 6% HCl nachgewaschen. Nach dieser zweiten Bearbeitung sind die Krystalle bedeutend besser entwickelt; die Substanz erscheint ganz homogen und unter dem Mikroskop durchaus ohne Beimengungen. Nach dieser Procedur erhält man etwa 60—80% des zur Krystallisation verwandten Mesoporphyrins wieder. Zuweilen bilden sich an der Oberfläche der eben filtrierten Flüssigkeit aus amorphen Körnern bestehende Krusten, die man manchmal entfernen kann, wenn man sofort durch ein neues Filter filtriert, ehe noch Mesoporphyrinkrystalle in der Lösung selbst zur Ausscheidung gekommen sind.

Wird das Präparat nochmals umkrystallisiert, so geschieht das genau nach derselben Vorschrift. Zu Elementaranalysen, sowie zur Darstellung weiterer Mesoporphyrinverbindungen verwandte ich dreimal umkrystallisierte Präparate, welche im Vacuum über H_2SO_4 und Natronstückchen bis zu constantem Gewicht getrocknet worden waren. Es versteht sich von selbst, dass diese Präparate alle weder Jod, noch Eisen, noch auch Phosphor enthielten.

Ich habe mich bemüht, die von mir in Anwendung gebrachte Methode der Darstellung und Krystallisation des salzsauren Mesoporphyrins aufs genaueste wiederzugeben und betone nochmals, dass selbst unbedeutende Abweichungen von derselben den chemischen Bestand des Productes verändern können; nur hierdurch kann ich mir die Schwankungen in den Zahlenergebnissen der Analysen erklären.

Was die Ausführung der Analysen anbetrifft, so muss bemerkt werden, dass ich bei Verbrennungen für C und H die Cl-haltigen Verbindungen mit einer gewissen Quantität Bleichromat vermischte; bei Verbrennung dieser Präparate für N wurden Silberspiralen in das vordere Ende der Röhre eingebracht, die Substanz selbst aber mit pulverigem Kupferoxyd innig vermischt; das Volumen des N-Gases wurde im Apparate von Schiff über Kalilauge (30 Grm. KOH auf 100 ccm. Wasser) abgelesen.

Die Elementaranalysen von drei in ganz übereinstimmender Weise nach oben beschriebenen Vorschriften hergestellten Präparaten, von denen eins viermal umkrystallisiert worden war, ergaben folgende Zahlen:

Präparat A.

0·2033g Subst. 0·4737g CO_2, 0·1191g H_2O — 63·54%C, 6·51%H
0·2399g Subst. 0·5613g CO_2, 0·1399g H_2O — 63·80%C, 6·48%H
0·2379g Subst. 18·2ccm N-Gas (bei 20°, 762·8 mm) — 8·82% N
0·3428g Subst. 0·1518g AgCl — 10·95% Cl

Präparat B.

0·2431g Subst. 0·5670g CO_2, 0·1407g H_2O — 63·60%C, 6·43%H
0·2314g Subst. 18·05ccm N-Gas (bei 22·2°, 753·8mm) — 8·80%N
0·4915g Subst. 0·2182g AgCl — 10·97% Cl

Präparat C. (4 Mal umkrystallisiert).

0·2178g Subst. 0·5098g CO_2, 0·1265g H_2O — 63·83% C, 6·45%H

Die Zahlen stimmen ganz gut überein. Da sie jedoch mit denjenigen Zahlen, welche ich bei Analysen anderer Mesoporphyrinpräparate erhalten habe, nicht ganz übereinstimmen, so halte ich es am zweckmässigsten, die Endergebnisse aller von mir ausgeführten Analysen dieser Substanz in einer Tabelle zusammenzustellen

	C	H	N	Cl	N:C
Präparat Nr 1	64·18	6·51	8·81		2 : 17·0
„ „ 2	63·16	6·38	8·87		2 : 16·7
„ „ 3	63·51	6·43			2 : 16·8
	63·39	6·25			
„ „ 4	64·19	7·69			2 : 17·0
„ „ 5 [1])	63·04	6·39	8·88	11·26	2 : 16·7
	62·92	6·19	8·83		
„ „ 6	63·46	6·40			2 : 16·8
„ „ 7	63·84	6·29	8·65		2 : 16·9
„ „ 8	62·88	6·48	8·87		2 : 16·7
	63·10	6·39			
„ „ 9	63·60	6·55			2 : 16·8
„ A	63·54	6·51	8·82	10·95	2 : 16·9
	63·80	6·48			
„ B	63·60	6·43	8·80	10·97	2 : 16·8
„ C	63·83	6·45			2 : 16·9

[1]) Die Zahlen dieser Analyse finden sich in einer früheren Arbeit: Nencki und Zaleski, Reductionsproducte des Hämins. Ber. Bd. 34, S. 999.

Die Darstellung und Krystallisation der ersten neun Präparate wich vielleicht in durchaus unbedeutenden Einzelheiten von der oben beschriebenen Methode ab. So wurde z. B. Präparat Nr. 8 beim Umkrystallisieren zwecks vollkommener Lösung mit 5% HCl aufgekocht; ich will jedoch nicht behaupten, dass gerade dieser und nicht ein anderer Umstand es war, welcher den verminderten Kohlenstoffgehalt dieses Präparates bedingte.

In der letzten Colonne habe ich das Atomverhältnis von N:C angegeben, indem ich für N das Mittel aus sämmtlichen Bestimmungen = 8·81% annehme. Besagtes Verhältnis kommt wohl dem Zahlenverhältnis 2N : 17C am nächsten. Hierbei muss im Auge behalten werden, dass bei volumetrischen Stickstoffbestimmungen in den Fällen, wo vollständige Verbrennung der Substanz stattgefunden hat, die erhaltenen Zahlenwerte gewöhnlich grösser sind, als wie sie thatsächlich sein müssten, was dadurch zu erklären ist, dass reine Kohlensäure ohne irgend welche Beimengungen sehr schwer zu erhalten ist.

Zum Vergleich der Ergebnisse meiner Analysen gebe ich hier die berechneten Zahlenwerte, welche folgenden Formeln entsprechen müssten.

	C	H	N	Cl
$C_{16}H_{19}O_2N_2Cl$	62·65	6·20	9·14	11·58
$C_{17}H_{19}O_2N_2Cl$	64·04	5·97	8·79	11·14
$C_{17}H_{20}O_2N_2Cl$	63·84	6·26	8·76	11·11
$C_{17}H_{21}O_2N_2Cl$	63·65	6·55	8·74	11·08

Zieht man vornehmlich die Zahlen für C und H in Betracht, so erfährt man, dass unser Präparat der Formel $C_{17}H_{20}O_2N_2Cl$ am ehesten entspricht.

Verhältnis des salzsauren Mesoporphyrins zum salzsauren Hämatoporphyrin. Die Ergebnisse der Analysen des Mesoporphyrins bewogen mich, salzsaures Hämatoporphyrin darzustellen und vergleichswegen diese beiden Körper parallel zu untersuchen. Ich stellte salzsaures Hämatoporphyrin nach der Methode von Prof. M. Nencki und N. Sieber[1]) dar. Umkrystallisiert

[1]) Vergl. Wien. Monatsh. f. Chem. Bd. IX. S. 115 und Zeitsch. f. phys.-Ch. Bd. 30. 423.

wurde das Präparat von mir in der Weise, dass ich es in möglichst geringer Menge 0·7 procentiger Salzsäure unter Erwärmen auf 75° auflöste, dann die filtrierte Lösung mit $^1/_{10}$ Volumen concentrierter HCl (sp. Gew. 1·19) versetzte und mehrere Tage lang im Vacuumexsiccator über H_2SO_4 stehen liess. Die Krystalle wurden dann am Filter mit 6 procentiger HCl nachgewaschen. Zur Analyse verwandte ich dreimal umkrystallisierte, im Vacuum über H_2SO_4 und Natronstückchen bis zu constantem Gewicht getrocknete Präparate.

Ich muss im allgemeinen die zwischen den salzsauren Verbindungen des Meso- und Hämatoporphyrins bestehende Ähnlichkeit hervorheben. Ihre Krystalle bilden dünne Nadeln, deren maximale Breite kaum 0.01 mm. beträgt. Die Nadeln des Hämatoporphyrins sind gewöhnlich länger, als diejenigen des Mesoporphyrins. Die Krystalle liegen entweder vereinzelt, oder sie lagern sich sterntörmig (was hauptsächlich in Mesoporphyrinpräparaten der Fall ist), oder endlich in Büscheln, parallel zu einander (charakteristisch für Hämatoporphyrin).

Dr. Josef Morozewicz hatte die Liebenswürdigkeit, zahlreiche meiner Präparate krystallographisch zu untersuchen, wofür ich ihm hier meinen verbindlichsten Dank ausspreche. Über die salzsauren Porphyrine berichtete er mir folgendes: „In krystallographischer Hinsicht bieten diese Körper durchaus keinen Unterschied. Die Krystalle beider Präparate bewirken bei gekreuzten Nicols gerade Auslöschung. Sie zeigen sehr starken Pleochroïsmus, wie überhaupt alle aus dem Blutfarbstoffe dargestellten Körper; in der Längsrichtung ist die Farbe dunkelbraun, in der Querrichtung braungelb. Optische Orientierung: $c=\alpha$, $a=\beta$, $b=\gamma$. Sie gehören aller Wahrscheinlichkeit nach dem rhombischen System an, doch konnte die Ebene der optischen Axen wegen der geringen Grösse der Krystalle nicht genau bestimmt werden“.

In Bezug auf ihre chemische Beschaffenheit sind beide Porphyrine identisch oder sehr nahe verwandt: sie verhalten sich gegenüber vielen Lösungsmitteln identisch und könnten unter gleichen Bedingungen aus ihren Lösungen ausgefällt werden; beide sind in schwachen Salzsäurelösungen leicht löslich, ihre Löslichkeit nimmt mit steigender Concentration der Säure ab; übrigens ist die Löslichkeit des Hämatoporphyrins in HCl eine viel bedeutendere (0·70 Grm. in 100 ccm. 7·5% HCl) als die des Mesoporphyrins (nur 0·03 Grm. in 100 ccm. 6% HCl). Deshalb muss auch beim

Krystallisieren des salzsauren Hämatoporphyrins das Product in einer möglichst kleinen Menge von Flüssigkeit aufgelöst werden und selbst dann krystallisiert diese Verbindung sehr schwer oder auch gar nicht, wenn die Lösung nicht in den Vacuumexsiccator gestellt wird.

In trockenem Zustande zeichnet sich das salzsaure Mesoporphyrin durch seine hellere Färbung mit einem Stich ins Ziegelroth aus. Es nimmt ebenso wie des Hämatoporphyrin bei längerem Stehen am Lichte eine bräunliche Färbung an; deshalb wird es lieber im Dunkel aufbewahrt. Beide Körper geben, bei 100° getrocknet, ihr Chlor ab (in einem solchen der Mesoporphyrinpräparate fand ich 1% Cl). Endlich zeigen sowohl saure als auch alkalische, alkoholische, wie auch wässerige Lösungen beider Producte bei spectroskopischer Untersuchung eine gleiche Vertheilung der Absorptionsstreifen, und nur bei gleichzeitiger Betrachtung solcher Lösungen bemerkt man beim Mesoporphyrin eine unbedeutende Verschiebung sämmtlicher Absorptionsstreifen nach dem violetten Ende des Spectrums (Beobachtung von L. Marchlewski[1]).

Der hauptsächliche Unterschied offenbart sich bei den Elementaranalysen beider Porphyrine. Zwei ganz identisch dargestellte Präparate des salzsauren Hämatoporphyrins ergaben folgende Zahlen.

Präparat Nr. 1.

0·3111g Subst. 0·6943g CO_2, 0·1691g H_2O — 60·87% C, 6·04% H
0·2613g Subst. 0·5820g CO_2, 0·1430g H_2O — 60·74% C, 6·08% H
0·2433g Subst. 17·7ccm N-Gas (bei 14.4°, 753·9mm) — 8·50% N
0·3144g Subst. 23·0ccm N-Gas (bei 19·9°, 761·8mm) — 8·43% N
0·2951g Subst. 0.1238g AgCl — 10.37% Cl.

Präparat Nr. 2.

0·3050g Subst. 0·6814g CO_2, 0·1701g H_2O — 60·92% C, 6·19% H
0·2721g Subst. 20·0ccm N-Gas (bei 17·9°, 758·3mm) — 8·51% N
0·2563g Subst. 18·7ccm N-Gas (bei 19·7°, 764·6mm) — 8·45% N
0·6632g Subst. 0·2838g AgCl — 10·58% Cl.

Da die Unterschiede in den Zahlenwerten der einzelnen Analysen unbedeutend sind, nehme ich ihr arithmetisches Mittel, wel-

[1]) Bulletin Int. de l'Acad. d. Sc. de Cracovie 1902, April.

ches ergiebt: 60·84% C, 6·10% H, 8·47% N und 10·48% Cl. Das Atomverhältnis von N:C beträgt 2:16·8. Die Formel $C_{17}H_{20}O_3N_2Cl$ verlangt: 60·81% C, 5·96% H, 8·35% N und 10·58% Cl.

Die Äther des Mesoporphyrins. Eine chemische Verschiedenheit beider Porphyrine äussert sich nur in ihren Ätherificierungsproducten. Ähnlich, wie das früher mit dem Hämatoporphyrin geschah[1]), wurden einzelne (1—3 gr.) Portionen von salzsaurem Mesoporphyrin in kleinen Kölbchen am Rückflusskühler längere Zeit (4—9 Stunden) im siedenden Wasserbade mit 5—12% HCl enthaltendem Methyl- oder Äthylalkohol erwärmt. Auf 1 Grm. Substanz kamen ungefähr 60—100 ccm. angesäuerten Alkohols. Der Kolbeninhalt wurde dann in einen Überschuss von Wasser entleert, wobei das Ätherificierungsproduct des Mesoporphyrins in Äthylalkohol sofort ausgeschieden wurde und dann von der schwach gefärbten Lösung leicht abfiltriert werden konnte. War das Mesoporphyrin mit angesäuertem Methylalkohol versetzt worden, so musste das Wasser auf 70—80° vorgewärmt werden, denn nur in diesem Falle fand ausgiebige Ausscheidung des Farbstoffes statt. Beide in besagter Weise dargestellten Producte konnten leicht mit Wasser ausgewaschen werden; sie wurden schliesslich in Wasser suspendiert, nochmals abfiltriert und bis zum negativen Ausfalle der Cl-Reaction gewaschen.

Es erwies sich, dass diese Körper, nachdem sie auf Fliesspapier ein wenig trocken geworden sind, in aufgewärmten Alkoholen löslich sind und beim Erkalten in Krystallform ausgeschieden werden; es sind dieses, wie spätere Analysen nachwiesen, der Methyl- und der Äthyläther, welche auf 17 Kohlenstoffatome eine Alkylgruppe enthalten.

Wie aus dieser Beschreibung hervorgeht, unterscheiden sich besagte Körper durchaus von den analogen Producten, welche bei der Ätherificierung des Hämatoporphyrins gewonnen werden können; letztere sind nur sehr schwer abzufiltrieren und konnten trotz zahlreichen diesbezüglichen Versuchen nicht in Krystallform dargestellt werden.

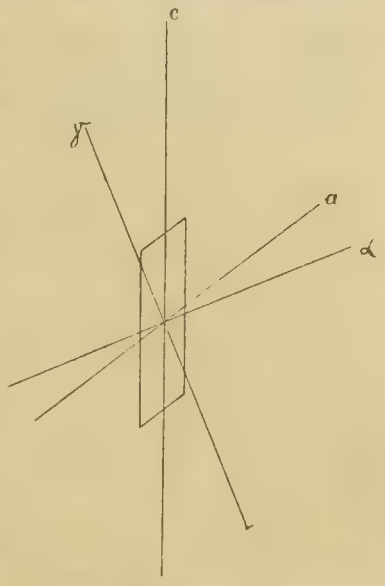
Das abfiltrierte, sorgsam ausgewaschene und auf Fliesspapier getrocknete amorphe Ätherificierungsproduct des Mesoporphyrins in Methylalkohol löst sich verhältnismässig schwer in siedendem

[1]) Zeitschr. f. physiol. Chem. Bd. 30. S. 427 u. ff.

Methylalkohol, im Verhältnis von ca. 0·2 Grm. auf 1 Liter (bei Zimmertemperatur lösen sich nur 0·04 Grm. in 1 Liter). Aus diesem Grunde bietet die Darstellung grösserer Mengen dieses Körpers einige technischen Schwierigkeiten. Die Krystalle sind klein, besitzen die Form von platten Nadeln, eine mittlere Länge von ca. 0·1 Mm. und eine Breite von 0·01 Mm.; sie lagern sich häufig sternförmig. Ihr Auslöschungwinkel beträgt ungefähr 42°. Beim Erhitzen in Capillarröhrchen beginnt die Substanz bei über 190° C. zu sintern und schmilzt bei 213—214° (uncorr.). Das analoge Product des Hämatoporphyrins schmilzt bereits bei 85° (vergl. l. c. S. 429).

0·1912 Grm. Substanz ergaben beim Erhitzen mit HJ bis auf 140° nach der Methode von Zeisel (l. c. S. 388) 0·1687 Grm. Ag J. was 5·63% CH_3 entspricht. Die Formel $C_{17} H_{18} O_2 N_2 (CH_3)$ verlangt 5·05% CH_3.

Da, wie erwähnt, dieses Product in Krystallform sehr schwer zu beschaffen ist, wandte ich mein Hauptaugenmerk auf das mittelst Äthylalkohol dargestellte Product. Dieses letztere löst sich, sorgsam gewaschen und auf Fliesspapier getrocknet, sehr leicht in siedendem 96% Alkohol; zur Auflösung der nach Bearbeitung von 1 Grm. salzsauren Mesoporphyrins erhaltenen Menge dieser Substanz bedarf man 500—700 ccm. Alkohol. Beim Erkalten werden in ausgiebiger Menge Krystalle ausgeschieden; bei 10° C enthält die alkoholische Lösung nur noch 0·02 Grm. der Substanz auf 100 ccm.



Die Krystalle besitzen die Form von sehr dünnen Plättchen, deren Seitenfläche gewöhnlich ein Parallelogramm ist (siehe die Abbildung). Die mittlere Länge beträgt 0·1 Mm., die Breite 0·025 Mm. Bei langsamer Krystallisation aber, besonders aus schwachen Lösungen, erhält man fast makroskopische, bis zu 1 Mm. lange und 0·2 Mm. breite Formen. Die Krystalle sind sehr stark lichtbrechend,

mit violettem, metallischem Abglanz. Dr. Morozewicz theilte mir über die krystallographische Orientirung dieser Krystalle folgendes mit: „Pleochroïsmus: in der γ-Richtung sind die Krystalle fast undurchsichtig, in der α-Richtung braunroth. Der Winkel zwischen (101) und (110) beträgt ungefähr 66°. Spaltbarkeit der Fläche (010) parallel. Im convergenten polarisierten Lichte geben die Platten keine Interferenzbilder, weshalb angenommen werden muss, dass die Ebene der optischen Axen mit der Krystallfläche (010) zusammenfällt. Alles dieses spricht dafür, dass diese Gebilde dem monoklinen System angehören, doch können wegen übermässiger Dünne der Plättchen zur Fläche (010) perpendiculäre Durchschnitte nicht untersucht werden". Beim Erhitzen in Capillarröhrchen fangen sämmtliche Präparate des Äthyläthers des Mesoporphyrins bei ungefähr 202—203° zu schmelzen an und gegen 205° (uncorr.) bildet sich ein klarer Tropfen, während der entsprechende Äther des Hämatoporphyrins bereits bei Temperaturen unter 100° schmilzt (vgl. l. c. S. 429).

Die Präparate wurden vor der Analyse bis zu constantem Gewicht im Vacuum über H_2SO_4 getrocknet, einige von ihnen verloren bei darauffolgendem Trocknen bei 105° noch ca. 0·5—0·3% ihres Gewichtes; sie enthielten kein Cl.

Ich lasse jetzt Genaueres über die Darstellung dieser Präparate und die Zahlenergebnisse ihrer Analysen folgen.

Präparat Nr. 1. 1 Grm. salzsaures Mesoporphyrin im Laufe von 6 Stunden mit 5% HCl enthaltendem Alkohol erwärmt. Das Product wird einmal aus 96% Alkohol umkrystallisiert. Die Analyse ergab 72·91% C, 7·76% H; 73·08% C, 7·45% H; 9·36% N.

Präparat Nr. 2. Ebenso dargestellt; aus alkoholischer Lösung zweimal krystallisiert: 72,69% C, 7·67% H, 9·60% N.

Präparat Nr. 3, aus 3 Grm. salzsauren Mesoporphyrins durch Erwärmen mit 200 ccm. 5% HCl enthaltenden Alkohols dargestellt; zweimal umkrystallisiert: 72·73% C, 7,44% H; 9·23% N; 8,90% C_2H_5.

Präparat Nr. 4. 2 Grm. salzsauren Mesoporphyrins im Laufe von 8 Stunden mit 250 ccm. 7% HCl enthaltenden Alkohols erwärmt; einmal krystallisiert. Die Analysen ergaben: 72·69% C, 7·45% H.

Präparat A. Das Präparat Nr. 3 zum zweiten Male in 7% HCl enthaltendem Alkohol ätherificiert.

0·2171g Subst.: 0·5812g CO_2, 0·1464g H_2O — 73·00% C, 7·49% H.
0·2299g Subst.: 18·4 ccm. N. Gas (bei 18·1°, 753·4 mm.) — 9,19% N.
0·2130g Subst.: 0·1784g AgJ — 10·34% C_2H_5.

Präparat B entspricht dem im Laufe von 8 Stunden in 12% HCl enthaltenden Alkohole zum zweiten Male ätherificierten Präparate Nr. 4; sodann wurde es aus alkoholischer Lösung zweimal umkrystallisiert.

0·2588g Subst.: 0·6943g CO_2, 0·1752g H_2O — 73·16% C, 7·52% H.
0·1683g Subst.: 13·4 ccm. N-Gas (bei 17·0°; 761·1 mm.) — 9·29% N.
0·2157g Subst.: 0·1719g AgJ — 9·83% C_2H_5.

Präparat Nr. 5. 3 Grm. salzsauren Mesoporphyrins im Laufe von 7 Stunden mit 300 ccm. 6·5% HCl enthaltenden Alkohols erhitzt, einmal krystallisiert. Die Analyse ergab: 73·05% C, 7·53% H, 9·22% N.

Präparat C. Der Rest des vorhergehenden Präparates, in 200 ccm. des nämlichen Alkohols zum zweiten Male ätherificiert; einmal krystallisiert.

0·2529g Subst.: 0·6791g CO_2, 0·1730g H_2O — 73·24% C, 7·60% H.
0·2130g Subst.: 17·1 ccm. N-Gas (bei 19·7°, 764·4 mm.) — 9·29% N.

In nachstehender Tabelle sind die Mittelwerte der bei Analysen von einmal und zweimal ätherificierten Präparaten erhaltenen Zahlenwerte zusammengestellt und zum Vergleiche die Zahlenwerte, welche einigen Formeln entsprechen, angegeben.

	C	H	N	C_2H_5
Einmal ätherificierte Präparate gaben im Mittel	72·86	7·55	9·35	8·90
Zweimal ätherificierte Präparate gaben im Mittel	73·13	7·54	9·26	10·08
$C_{16}H_{17}O_2N_2(C_2H_5)$ verlangt	72·49	7·38	9·40	9·74
$C_{17}H_{17}O_2N_2(C_2H_5)$ „	73·53	7·10	9·03	9·35
$C_{17}H_{18}O_2N_2(C_2H_5)$ „	73·30	7·39	9·00	9·32
$C_{17}H_{19}O_2N_2(C_2H_5)$ „	73·07	7·69	8·97	9·29

Wie aus der Betrachtung dieser Tabelle erhellt, geht die Ätherification des Mesoporphyrins nach der von mir angewandten Methode ziemlich langsam von statten: die zweimal ätherificierten Prä-

parate zeigen jedoch einen etwas höheren Procentgehalt an Kohlenstoff. Nimmt man nun zugleich die für H erhaltenen Zahlenwerte in Betracht, so muss man zugeben, dass die chemische Zusammensetzung des Äthyläthers des Mesoporphyrins der Formel $C_{17}H_{18}O_2N_2(C_2H_5)$ am ehesten entspricht. Übrigens konnte ich niemals Werte für C, welche genau 73·30% betrugen, wie das die Formel verlangt, oder grösser waren, ermitteln. Der bedeutende Unterschied zwischen den Werten für C und N, welche die Analysen ergaben und welche der Formel $C_{16}H_{17}O_2N_2(C_2H_5)$ entsprechen, lässt diese letztere unwahrscheinlich erscheinen. Hierbei muss noch folgender Umstand erwähnt werden. Bei volumetrischen N-Bestimmungen in salzsauren Porphyrinen entweichen die letzten Gasportionen selbst bei stärkstem Glühen der Röhre nur mit Mühe und sehr langsam im Laufe von mehreren Stunden; in dieser Hinsicht gleichen diese Körper vollständig den Häminen (vgl. die cit. Arbeit in Zeitschr. f. phys. Ch., Bd. XXX, S. 387). Dahingegen verbrennen die Äther und das weiter unten beschriebene freie Mesoporphyrin verhältnismässig viel leichter, und bei Ausführung der Analyse tritt bei ihnen ziemlich rasch jener Moment ein, wo die Gasausscheidung stockt und das Quecksilber im Schiff'schen Apparate zurücksteigt. Aus diesem Grunde können bei diesen Präparaten die gefundenen Stickstoffmengen in keinem Falle geringer sein als die thatsächlichen.

Eine in chemischer Beziehung äusserst charakteristische Eigenschaft der Äther des Mesoporphyrins bildet ihre absolute Unlöslichkeit in wässerigen Alkalienlösungen; selbst energisches Kochen in 20% KOH, NaOH oder starkem Ammoniak hat keinen Einfluss. Andererseits aber lösen sich diese Körper leicht in Äther, Aceton, Essigäther, Chloroform, Benzol, Toluol, Eisessig, weniger leicht in Essigsäurelösungen und Petroleumäther. Von ihrer Löslichkeit in Alkoholen war oben die Rede. Die alkoholischen Lösungen zeigen bei spectroskopischer Untersuchung dieselben Absorptionsstreifen, wie die Lösungen des salzsauren Mesoporphyrins im alkalischen Alkohol. In nicht zu stark verdünnten Mineralsäuren lösen sich die erwähnten Substanzen nur beim Erhitzen.

Grössere Mengen des Äthyläthers, nämlich 2 Grm., konnte ich nur in 750 ccm. siedender 9% Salzsäure auflösen. In der filtrierten Lösung kamen nach einigen Stunden Krystalle zur Ausscheidung, welche durch Analysen als salzsaures Mesoporphyrin

erkannt wurden. Die Krystallform dieses Productes war die nämliche wie jene, obwohl sich sehr kleine Krystalle bildeten; beim Erhitzen auf 140° mit HJ gab es in alkoholischer Silbernitratlösung keinen Niederschlag mehr, was auf die Abwesenheit der an Sauerstoff gebundenen Alkylgruppen deutete. Endlich konnten bei den Elementaranalysen dieses Productes folgende Zahlen ermittelt werden:

0·2469g Subst.: 0·5717g CO_2, 0·1430g H_2O — 63·14% C, 6.44% H.
0·2572g Subst.: 19·7 ccm. N-Gas (bei 20·4°, 751·5 mm.) — 8·69% N.

Die ziemlich bedeutende Abnahme des Kohlenstoffgehaltes erkläre ich mir durch Einwirkung des Siedens in 9%-iger Salzsäure, auf welche ich bereits oben hingewiesen habe.

In ganz ähnlicher Weise wirkt auf den Äther des Mesoporphyrins 5%-ige Salpetersäure ein; der Farbstoff wird sodann aus den Lösungen in Form von kleinsten Krystallen ausgeschieden. Ich habe diesen neuen Körper noch nicht näher untersucht, habe mich jedoch überzeugen können, dass er keine Alkylgruppe mehr enthält. Entsprechend den oben erwähnten Befunden kann man also annehmen, dass es sich hier um salpetersaures Mesoporphyrin handelt. Die Versuche, krystallinische Ätherverbindungen mit Säuren darzustellen, waren also nicht von Erfolg gekrönt.

An dieser Stelle will ich noch die Umwandlung von Hämatoporphyrin in Mesoporphyrin unter Einwirkung von HJ und PH_4J erwähnen. 5 Grm. salzsauren Hämatoporphyrins wurden genau ebenso bearbeitet, wie das zur Darstellung von Mesoporphyrin aus Hämin geschah. Schon die Eigenschaften des bei der ersten Krystallisation erhaltenen Productes, wie z. B. die Verminderung der Löslichkeit, die sternförmige Lagerung der Krystalle, liessen vermuthen, dass wir es bereits mit Mesoporphyrin zu thun hatten. Das Product wurde umkrystallisiert und ätherificiert. Die Form der nun erhaltenen Krystalle und ihr Schmelzpunkt entsprachen dem Äthyläther des Mesoporphyrins.

Die Salze des Mesoporphyrins. Sowohl salzsaures als auch freies Mesoporphyrin lösen sich leicht in starker Essigsäure, in Alkohol und in Gemischen von Alkohol und Essigsäure. Unter freiem Mesoporphyrin verstehe ich hier das amorphe Product, welches durch Auflösung der salzsauren Verbindung in schwach concentrierter Alkalilösung und durch darauf folgende Ausfällung mit einem geringen Überschuss von Essigsäure erhalten worden ist.

Wirkt man nun auf die oben erwähnten Lösungen des Farbstoffes mit essigsauren Salzen verschiedener Metalle, welche gleichfalls in Essigsäure, Alkohol oder Gemischen dieser beiden gelöst sind, ein, so erhält man krystallinische Mesoporphyrin-Verbindungen der entsprechenden Metalle. Solche Verbindungen, d. h. Salze des Mesoporphyrins, erhielten wir mit NH_3, K, Na, Ca, Ba, Mg, Zn, Cu, Ag, und es kann ihre Zahl wahrscheinlich auch noch vergrössert werden.

In krystallographischer Beziehung bieten diese Verbindungen mannigfaltige Verschiedenheiten. So krystallisiert z. B. das Ammoniumsalz in Form von kleinen Nadeln, dünnen Stäbchen, zuweilen trifft man jedoch auch kurze symmetrische Rhomben, welche dem monoklinen System angehören, und hellgelbe und dunkelbraune Axenfarben zeigen. Das Kalisalz stellt sehr dünne Plättchen dar mit stark ausgeprägtem Pleochroïsmus (ziegelroth und durchsichtig farblos), starker Doppelbrechung, welche dem triklinen System angehören. Das Zink-, Kupfer- und Silbersalz bilden krystallographisch unbestimmte Trychyten und Trychytkugeln.

In chemischer Beziehung zeichnen sich sämmtliche Salze durch ihre geringe Löslichkeit aus; Alkohol, Benzol, Toluol werden sehr schwach angefärbt; Chloroform, Äther, Essigäther, Aceton etwas stärker; Eisessig löst, namentlich beim Erhitzen, das Ammonium-, Kalium- und Natriumsalz leicht, das Silbersalz schwerer, das Zink- und Kupfersalz nur in sehr geringer Menge. Bei der Spectralanalyse zeigen die Salze des Mesoporphyrins verschiedene Absorptionsstreifen, in Abhängigkeit von der Lösung (Alkohol, Äther, Eisessig) und von dem Metalle der Verbindung.

Ich beabsichtige diese interessanten Verbindungen einer genaueren Untersuchung zu unterziehen; für's erste aber beschränke ich mich auf das oben gesagte und will hier nur die Darstellung einiger derselben, welche ich in grösseren Quantitäten gewonnen habe, genauer beschreiben und die Ergebnisse ihrer Analysen wiedergeben.

Das Ammoniumsalz. 1 Grm. salzsauren Mesoporphyrins wurde in 200 ccm. absoluten Alkohols aufgelöst. Die auf 50° erwärmte Flüssigkeit wurde in eine Lösung von 5 Grm. essigsauren Ammoniums in 700 ccm. Alkohol hineinfiltriert, welche gleichfalls vorgewärmt war. Am nächsten Tage wurden die Krystalle abfiltriert, doch war das Präparat zu Analysen unbrauchbar, weil es beim Trocknen über H_2SO_4 fortwährend an Gewicht abnahm.

Das Zinksalz. 3 Grm. essigsauren Zinks in 400 ccm. Eisessig aufgelöst, hierzu 1 Liter 96% Alkohols nachgefüllt; das Gemisch wurde bis über 80° erhitzt und mit einer ebenso vorgewärmten Lösung von 1·5 Grm. salzsauren Mesoporphyrins in 300 ccm. Alkohol versetzt. Die Krystalle begannen sich erst nach einigen Stunden auszuscheiden. Am 3-ten Tage wurden sie abfiltriert, dann erst mit 96%-igem, hierauf mit 80%-igem Alkohol gewaschen, im Vacuum über H_2SO_4 getrocknet. Die Analysen ergaben folgende Zahlen.

0·2636g Subst.: 0·6278g CO_2, 0·1659g H_2O — 64·95% C, 6.15% H.
0·1486g Subst.: 0·0187g ZnO — 10·11% Zn.

Die Formel $2(C_{17}H_{18}O_2N_2)Zn$ verlangt 64·82% C, 5·72% H, 10·39% Zn. Das analysierte Präparat enthielt weder Cl, noch mit Sauerstoff verbundene Alkylgruppen.

Das Kupfersalz. 2 Grm. salzsauren Mesoporphyrins in einem Gemisch von 200 ccm. Eisessig und 200 ccm. 85%-igen Alkohols gelöst. Sodann 2 Grm. essigsauren Kupfers in 500 ccm. Eisessig gelöst. Beim Vermengen beider auf 40° erwärmter Lösungen findet sofort Ausscheidung von Krystallen statt, welche abfiltriert, in 95%-igem Alkohol suspendiert, nochmals abfiltriert und mit Alkohol ausgewaschen werden. Das Präparat enthält kein Chlor.

0·3181 g Subst.: 0·7550 g CO_2, 0·1659 g H_2O — 64·73% C, 5·80% H.
0·2464 g Subst.: 0·5880 g CO_2, 0·1339 g H_2O — 65·09% C, 6·04% H.
0·1894 g Subst.: 15·0 ccm. N-Gas (bei 20·1°, 767·2 mm) — 9·18% N.
0·3007 g Subst.: 0·0362 g CuO — 9·62% Cu.

Die Formel $2(C_{17}H_{18}O_2N_2)Cu$ verlangt 65·07% C, 5·74% H, 8·93% N, 10·05% Cu.

Die Salze der Äther des Mesoporphyrins. Ich bemerkte mit einigem Erstaunen, dass, wenn ich den Lösungen des Methyl- oder Äthyläthers des Mesoporphyrins in Essigsäure, Alkohol oder in einem Gemische beider ebensolche Lösungen oben erwähnter Metalle hinzusetzte, ebenfalls krystallinische Verbindungen, Salze der Äther des Mesoporphyrins zur Ausfällung kamen. Daraus ergiebt sich also, dass das Mesoporphyrin nach der Ätherification seinen sauren Charakter nicht einbüsst.

In grösserer Menge stellte ich mir das Kupfersalz des Äthyläthers, zu welchem Zwecke ich ein zweimal ätherificiertes Präparat

verwandte, dar. Das Verfahren gleicht bis ins einzelne genau demjenigen, welches zur Darstellung des Kupfersalzes des Mesoporphyrins zur Anwendung kam. Auch in diesem Falle waren die Krystalle für krystallographische Untersuchungen ungeeignet; es waren dies haarförmig gebogene Nadeln, welche nur an Grösse die des Mesoporphyrinsalzes bedeutend übertrafen. Das Präparat wurde abfiltriert, mit 95%-igem Alkohol ausgewaschen, im Vacuum über H_2SO_4 getrocknet; es enthält kein Chlor. Die Analysen ergaben:

0·3092 g Subst.: 0·7547 g CO_2, 0·1810 g H_2O — 66·56% C, 6·50% H
0·2222 g Subst.: 16·4 ccm. N-Gas (bei 19·7°, 751·2 mm) — 8·39% N
0·2072 g Subst. gaben beim Erwärmen bis zu 140° mit HJ:
0·1377 g AgJ — 8·20% C_2H_5.

Die Formel $2(C_{19}H_{22}O_2N_2)Cu$ verlangt: 66·76% C, 6·44% H, 8·20% N, 8·49% C_2H_5.

Das getrocknete Präparat unterschied sich von dem entsprechenden Mesoporphyrinsalze durch seine intensiver helle Färbung und auch dadurch, dass es in Alkohol, Äther, Essigäther, namentlich aber in Chloroform, Benzol und Toluol viel leichter löslich war. Aus Ätherlösung krystallisiert es von neuem nur in kleineren Formen. Andererseits aber wechselte es weder seine Farbe, noch färbte es die Lösung beim Kochen mit 20% Kalilauge an, während bereits schwächere Alkalilösungen bei Zimmertemperatur das entsprechende Salz des Mesoporphyrins zersetzten. Endlich schmolz dieses Präparat beim Erhitzen in Capillarröhrchen bei 211° (uncorr.); das Kupfersalz des Mesoporphyrins aber verändert nur seine hellrothe Färbung in eine dunkelbraune bei Temperaturen über 250°, schmiltzt jedoch selbst bei 310° nicht.

Ausser dem Kupfersalze gelang es mir, krystallinische Verbindungen beider Äther des Mesoporphyrins mit NH_3, K, Ca, Mg darzustellen. Inbetreff derselben will ich nur bemerken, dass im allgemeinen die Salze der Äther in grösseren Formen krystallisieren und dass diese letzteren unter dem Mikroskope ganz homogen erscheinen, während man in einigen Salzen des Mesoporphyrins (Ca, Ba, Mg) zwischen den Krystallen betreffender Art vereinzelt solche findet, welche an Krystalle des freien Mesoporphyrins erinnern. Zur Beschreibung dieses letzteren will ich nun übergehen.

Das freie Mesoporphyrin. Es wurde reines, zweimal umkrystallisiertes salzsaures Mesoporphyrin in schwacher Natronlauge aufgelöst und dann in der filtrierten Lösung der Farbstoff mit einem geringen Überschuss an Essigsäure ausgefällt. Der Niederschlag wurde abfiltriert und mit Wasser bis zum Verschwinden der sauren Reaction sorgfältig ausgewaschen. Auf Fliesspapier ein wenig abgetrocknet, wurde er unter gelindem Erwärmen in 80–85%-iger Essigsäure aufgelöst, wobei auf 1 Grm. des in Bearbeitung genommenen Mesoporphyrins 300—500 ccm. Säure verwandt wurden. Aus einer solchen Lösung scheidet sich der Farbstoff selbst nach längerem Stehen und in der Kälte in keiner Form aus; und erst ein Zusatz des annähernd gleichen Volumens von 75—80 procentigem Alkohol hat die Ausfällung eines krystallinischen Körpers zur Folge. Gewöhnlich erhält man kleine Krystalle, welche eine Combination von Prisma (110) und Doma (101) darstellen und starken Pleochroïsmus, in der Richtung c dunkelbraun, fast schwarz, in der Querrichtung hellgelb, zeigen. Optische Orientierung: $c=\gamma$, $b=\alpha$, $a=\beta$. Rhombisches System. Zuweilen jedoch, namentlich beim Krystallisieren aus erwärmten Lösungen, erhält man dünne, mehr oder weniger durchsichtige Plättchen mit metallischem Glanz. Die krystallinische Form des gewonnenen Productes hängt augenscheinlich auch von der Concentration des Mesoporphyrins und von dem gegenseitigen quantitativen Verhältnis der in Mischung tretenden Lösungen ab. Für die Elementaranalysen wurden zwei Präparate in ganz identischer Weise dargestellt; es wurde die Essigsäurelösung des Farbstoffes bei Zimmertemperatur mit Alkohol versetzt. Nach einigen Tagen wurden die Krystalle abfiltriert, bis zum Verschwinden der sauren Reaction mit Alkohol ausgewaschen, im Vacuumexsiccator über H_2SO_4 bis zu constantem Gewicht getrocknet. In beiden Fällen erhielt ich sehr kleine Krystalle, welche bei mikroskopischer Untersuchung vollständig homogen erschienen. Beim Erhitzen in Capillarröhrchen sintern die Krystalle gegen 270°, nehmen dunkelbraune Färbung an, schmelzen jedoch selbst bei 310° nicht. Die Analysen ergaben folgende Zahlen:

Präparat Nr. 1.

0·2438g Subst. 0·6415g CO_2, 0·1486g H_2O — 71·78% C, 6·78% H
0·2307g Subst. 0·6070g CO_2, 0·1401g H_2O — 71·76% C, 6·75% H
0·2195g Subst. 19·1 ccm N-Gas (bei 19·0°, 757·0mm) — 10·00% N

Präparat Nr. 2.

0·2341g Subst. 0·6161g CO_2, 0·1465g H_2O - 71·78% C, 6·95% H
0·2112g Subst. 0·5565g CO_2, 0·1304g H_2O — 71·86% C, 6·86% H
0·2116g Subst. 18·6 ccm.N-Gas (bei 21·5°, 755·0mm) — 9·96% N

Als arithmetisches Mittel beider Analysen ergiebt sich: 71·80% C, 6·84% H und 9·98% N. Auch hier entsprechen diese Zahlen am ehesten der Formel $C_{17}H_{19}O_2N_2$, welche 72·07% C, 6.71% H und 9.90% N verlangt.

Nicht ganz wünschenswert ist hier natürlich das nicht unbeträchtliche Minus an Kohlenstoff in allen Analysen. Ich will daher in Zukunft auf die Entstehungsbedingungen dieses wichtigen Körpers ganz besonders mein Augenmerk richten. Vielleicht krystallisiert unter den oben beschriebenen Bedingungen neben dem freiem Mesoporphyrin, übrigens in geringer Menge, auch eine kohlenstoffärmere Essigsäureverbindung desselben, worauf schon die Bildung von zweierlei Krystallen hindeutet.

Das krystallinische freie Mesoporphyrin löst sich leicht in schwachen Laugen und Ammoniak, schwerer und nur beim Erwärmen in Mineralsäuren, ebenso auch in Eisessig; setzt man der letzteren Lösung Alkohol hinzu, so wird das Mesoporphyrin widerum in krystallinischer Form ausgeschieden. Alkohol und Aceton werden von ihm angefärbt, weniger Äther und Essigäther; Chloroform, Benzol und Toluol bleiben ganz ungefärbt. Alkoholische Lösungen zeigen die nämlichen Spectra, wie alkalische Alkohollösungen des salzsauren Mesoporphyrins oder alkoholische Lösungen der Mesoporphyrinäther.

Das Moleculargewicht des Mesoporphyrins. Die Ergebnisse der Analysen bewogen mich die Einwirkung dieser neuen krystallinischen Körper auf die Gefrierpunktserniedrigung von Lösungen zu untersuchen. Als Lösungsmittel verwandte ich Phenol.

Versuch Nr 1. 0·2789 Grm. freies Mesoporphyrin und 12·74 Grm. Phenol. Beobachtete Gefrierpunkte:

a) vor Zusatz des Mesoporphyrins 2·57, 2·565; im Mittel 2·568.

b) nach Zusatz desselben 2·275, 2·235, 2·225, 2·240, 2·240.

Mittelwert der vier letzten Beobachtungen 2·235.

Erniedrigung 0·333. Setzt man $\Gamma = 74$, so erhält man für $M = 486·4$.

Das Moleculargewicht der Formel $C_{17}H_{19}O_2N_2$ beträgt 283.

Versuch Nr. 2. 0·2175 Grm. Mesoporphyrinäthyläther (Präparat C) und 15·63 Grm. Phenol.

Beobachtete Gefrierpunkte:

a) vor Zusatz der Substanz: 2·815, 2·825, 2·825. Mittel: 2·822.

b) nach Zusatz der Substanz: 2·655, 2·635, 2·635. Mittel: 2·642.

Erniedrigung = 0·180. Gefundener Wert für M = 572·2.

Moleculargewicht der Formel $C_{17}H_{18}O_2N_2$ (C_2H_5) = 311.

Versuch Nr. 3. Zweimal ätherificierter Mesoporphyrinäthyläther; das Präparat war nicht analysiert worden. Es wurde in zwei Portionen eingetragen: 1 Portion — 0·0791 Grm., 2 Portion — 0·1297 Grm.; Menge des verwandten Phenols — 17.01 Grm.

Beobachtete Gefrierpunkte:

a) vor Zusatz der Substanz: 2·905, 2·895, 2·900 Mittel: 2·900.

b) nach Zusatz der ersten Portion: 2·840, 2·830, 2·835. Mittel: 2·835.

c) nach Zusatz der zweiten Portion: 2·730. 2·725. 2·730. Mittel: 2·728.

1 Differenz = 0.065	2 Differenz = 0.107
M_1 = 529.5	M_2 = 527.4.

Die Ergebnisse sämmtlicher Beobachtungen veranlassen uns also alle oben angeführten Formeln zu verdoppeln und die chemische Zusammensetzung dieser Körper, wie folgt, zu bezeichnen.

$C_{34}H_{38}O_4N_4 . 2HCl$	salzsaures Mesoporphyrin.
$C_{34}H_{38}O_6N_4 . 2HCl$	salzsaures Hämatoporphyrin.
$C_{34}H_{36}O_4N_4(C_2H_5)_2$	Äthyläther des Mesoporphyrins.
$C_{34}H_{36}O_4N_4 . Zn$	Zink- oder Kupfersalz d. Mesoporphyrins.
$C_{34}H_{34}O_4N_4(C_2H_5)_2Cu$	Kupfersalz d. Mesoporphyrinäthyläthers.
$C_{34}H_{38}O_4N_4$	(freies) Mesoporphyrin.

Nehmen wir nun für salzsaures Hämin die Formel $C_{34}H_{33}O_4N_4ClFe$ an; zu Gunsten derselben sprechen folgende Thatsachen: 1) das sehr zweifelhafte oder sogar negative Ergebnis der Versuche, Essigsäure in umkrystallisierten Häminpräparaten, deren Analysen der obigen Formel entsprachen (cf. Nencki und Zaleski: Zeitschr.

f. phys. Chem. Bd., 30. S. 396) nachzuweisen, 2) die Darstellung von Äthern des sogenannten Acethämins aus dem nach der Methode von Nencki und Sieber (cf. l. c., S. 407 u. 410) gewonnenen Hämin, 3) die Präparate und Analysen des Hämins von K. A. H. Mörner (Nordiskt med. Arkiv, Festband NN. 1 und 26. 1897). Dann können wir uns die Bildung des Hämatoporphyrins aus Hämin mittelst Bromwasserstoff in folgender Gleichung vergegenwärtigen:

$$C_{34}H_{33}O_4N_4ClFe + 2HBr + 2H_2O = C_{34}H_{36}O_6N_4 + FeBr_2 + HCl.$$

Einen Beweis findet diese Gleichung noch darin, dass bei dreimaliger Untersuchung der Gase, welche bei dieser Reaction ausgeschieden werden, kein Wasserstoff nachgewiesen werden konnte.

St. Petersburg, September 1902. Chemisches Laboratorium des Institutes für experimentelle Medicin.

---

57. MM. ST. BONDZYŃSKI et K. PANEK. **O kwasie alloksyproteinowym, składniku prawidłowego moczu ludzkiego.** *(Ueber die Alloxyproteinsäure, einen normalen Harnbestandtheil). (Sur l'acide alloxyprotéique, principe constant de l'urine de l'homme).* Mémoire présenté par M. L. Marchlewski m. c.

Neben der von dem einen von uns und Gottlieb im Harn gefundenen Oxyproteinsäure [1]) wurde aus normalem menschlichen Harn eine ebenfalls stickstoff- und schwefelhaltige Säure von uns erhalten, welche sowohl in der procentischen Zusammensetzung wie im chemischen Verhalten viel Aehnlichkeit mit Oxyproteinsäure zeigte, jedoch als verschieden von ihr sich erwies. Wir nennen diesen Körper Alloxyproteinsäure.

Alloxyproteinsäure wurde aus dem Harn auf ähnliche Weise wie Oxyproteinsäure dargestellt. 20 Liter Harn wurden zu dem Zweck mit Kalkhydrat zur Entfernung der Phosphorsäure und darauf mit Barythydrat zur Ausfällung der Schwefelsäure versetzt; das Filtrat von dem erzeugten Niederschlag wurde zum Ausfällen der über-

[1]) St. Bondzyński und R. Gottlieb: „Ueber einen bisher unbekannten Harnbestandtheil, die Oxyproteinsäure". Centralblatt f. d. med. Wissensch., J. 1897. N. 33.

schüssigen Erdalkalien mit Kohlensäure gesättigt und, ohne von den Carbonaten filtriert zu werden, bis zu einem dünnen Sirup eingeengt; dann wurde filtriert, der grössere Theil von Kochsalz durch wiederholtes Einengen und Auskrystallisieren in der Kälte entfernt und der erhaltene ziemlich dickflüssige Sirup mit einem Gemisch von Alkohol und Aether (2:1) ausgeschüttelt. Nach 12—24 stündigem Stehen wurde die alkohol-ätherische Lösung von der ungelöst gebliebenen, dicken, sirupösen Masse abgegossen; die letzte wurde dann bis zur früheren Consistenz verdünnt und wiederum mit Alkohol-Aether ausgezogen. Der nun jetzt erhaltene alkoholunlösliche Rückstand wurde in 300—400 ccm. Wasser gelöst, die Lösung bis zu schwach saurer Reaction mit Essigsäure angesäuert und mit Quecksilberacetat gefällt. Es fiel ein reichlicher flockiger Niederschlag aus, welcher aus Quecksilberverbindungen der Oxyproteinsäure und der Alloxyproteinsäure bestand. Derselbe wurde nun ausgewaschen, im Wasser vertheilt und mit Schwefelwasserstoff zerlegt. Die vom Quecksilbersulfid abfiltrierte Lösung wurde, nachdem der Schwefelwasserstoff aus derselben mittelst Durchsaugen von Luft verdrängt worden war, mit Kalkhydrat bis zu einem geringen Ueberschuss versetzt und das überschüssige Kalkhydrat aus derselben mit Kohlensäure beseitigt; dann wurde filtriert und das etwa auf 20 ccm. eingeengte Filtrat mit Alkohol gefällt. Aus dem so erhaltenen Gemenge (12—20 Gr.) von Calciumsalzen der beiden oben genannten Säuren liess sich die Alloxyproteinsäure durch Fällung mit Bleiessig gewinnen. Es wurde mit Bleiessig ein flockiger Niederschlag erhalten, aus welchem durch Zerlegen mit Schwefelwasserstoff, Fällen der an Baryt gebundenen Säure in einer wässrigen Lösung mit Quecksilberacetat, Binden der aus dem Quecksilberniederschlag mit Schwefelwasserstoff in Freiheit gesetzen Säure an Baryt und Ausfällen der eingeengten wässrigen Lösung mit Alkohol das Bariumsalz der Alloxyproteinsäure in einigermassen reinem Zustande gewonnen wurde. Die zur Analyse gebrauchten Präparate wurden wiederholt mit Alkohol umgefällt und bei 90° C im Vacuum über Schwefelsäure getrocknet.

Die Analysen der Präparate des Bariumsalzes verschiedener Darstellung ergaben:

	I		II	III	IV
% C	27·03		—	—	27·03
„ H	4·36		—	—	4·44
„ N	8·81		10·13	8·20	9·17
„ S	3·41	3·22	—	—	—
„ Ba	30·85		30·62	31·70	32·05

Das Bariumsalz der Alloxyproteinsäure ist in Wasser sehr leicht löslich, zerfliesst aber nicht an der Luft wie das oxyproteinsaure Barium; seine wässrige Lösung reagiert stark alkalisch. Aus einer concentrierten wässrigen Lösung wird das Salz durch wenige Cubiccentimeter Alkohol gefällt. Der Alkoholniederschlag ist flockig und weist keine Tendenz auf, bei einem geringen Alkoholgehalt sirupös zu werden oder bei grösserem als körniges Pulver von undeutlich krystallinischer Structur sich abzusetzen, wie dies das oxyproteinsaure Barium regelmässig thut.

Die freie Alloxyproteinsäure aus ihrem Bariumsalze in analysenreinem Zustand darzustellen, gelang uns bisher nicht.

Ebensowenig konnten wir ein Natriumsalz zur Analyse bereiten. Eine Lösung des Natriumsalzes dagegen, welche aus einer Lösung von alloxyproteinsaurem Barium durch eine genaue Ausfällung des Bariums mit Natriumsulfat unter Vermeiden des geringsten Ueberschusses des letzten Salzes erhalten wurde, wurde zur Darstellung des Silbersalzes verwendet; aus einer concentrierten wässrigen Lösung des alloxyproteinsauren Natriums fiel nämlich beim Zusatz einer wässrigen Lösung von Silbernitrat ein weisser flockiger Niederschlag von alloxyproteinsaurem Silber aus. Der Niederschlag wurde filtriert, mehrmals mit geringen Mengen Wasser und darauf mit 50% Alkohol bis zum Verschwinden der Salpetersäurereaction ausgewaschen, mit absolutem Alkohol und Aether nachgespült und darauf im Exsiccator getrocknet. Im zerstreuten Tageslicht wird das Silbersalz allmählich braun, im Dunkeln dagegen lässt sich dasselbe unverändert aufbewahren. Zur Analyse wurden die Präparate ebenfalls im Vacuum über Schwefelsäure und zwar bei 80° C. bis zum constanten Gewicht getrocknet.

Die Analysen ergaben:

	I	II	III	I+III	IV
% C	20·80	20·81	20·85		21·15
„ H	2·82	3·13	3·51		3·09
„ N	8·45	6·92	7·03	-	6·73
„ S		—	-	3·12	4·08
„ Ag	46·74	45·12	45·31	—	45·57

Das alloxyproteinsaure Silber ist in Wasser nicht ganz leicht, in Alkohol aber viel schwieriger löslich; es wird dagegen leicht in Ammoniak sowie in Salpetersäure gelöst.

Obgleich die für die elementare Zusammensetzung des Silbersalzes erhaltenen Procentzahlen gut mit einander übereinstimmen und die einheitliche Natur der Präparate unzweifelhaft beweisen, so nehmen wir doch Abstand von der Ableitung einer empirischen Formel für die Alloxyproteinsäure, bis eine grössere Reihe von analytischen Daten, und zwar mehrere stricte übereinstimmende Procentzahlen für den Schwefelgehalt uns vorliegen werden.

Um jeden Zweifel auszuschliessen, dass der Schwefelgehalt unserer Verbindung, welcher für die freie Säure circa auf 6% sich berechnet, nicht einer bei der Behandlung des Blei- und des Quecksilberniederschlags mit Schwefelwasserstoff etwa stattgefundenen Substitution seinen Ursprung verdankt, haben wir das Quecksilbersalz der Alloxyproteinsäure unter Ausschluss von Schwefelwasserstoff bereitet. Zu dem Zwecke wurden 20 Liter Harn in der oben beschriebenen Weise bis zur Darstellung des alkohol-aetherunlöslichen Rückstandes behandelt, die wässrige Lösung dieses Rückstandes wurde jedoch nicht mit Quecksilberacetat, sondern direct mit Bleiessig gefällt. Der Bleiniederschlag wurde mit Oxalsäure zerlegt, die frei gewordene Säure in wässriger Lösung an Kalk gebunden, die Lösung vom Kalkoxalat abfiltriert, nach dem Einengen mit Alkohol gefällt und das erhaltene Calciumsalz durch Fällen mit Quecksilberacetat in wässriger Lösung in das Quecksilbersalz umgewandelt.

Die Analyse des anfangs im Exsiccator und darauf im Vacuum über Schwefelsäure bis zum constanten Gewicht bei 80° C. getrockneten Präparates ergab:

a) 52·98% Hg b) 53·3% Hg c) 1·45% S,

während ein Präparat des Quecksilbersalzes, welches aus einem in der früher dargelegten Weise, d. h. durch Zerlegen der Blei- und der Quecksilberniederschläge mit Schwefelwasserstoff dargestellten reinen Bariumsalz erhalten wurde,

56·80% Hg 1·77% S

ergab und somit eine Uebereinstimmung der Zusammensetzung aufwies, wie sie bei derartigen Quecksilberverbindungen besser nicht erwartet werden konnte.

Obwohl die Alloxyproteinsäure sich als naher Abkömmling des Eiweissmoleküls erweist, so giebt sie wie auch die Oxyproteinsäure die bekannten Eiweissreactionen nicht. Durch Phosphorwolframsäure, Tannin, Ferrocyankalium in essigsaurer Lösung wird die Alloxyproteinsäure ebensowenig wie Oxyproteinsäure gefällt; sie giebt ebenfalls nicht die Biuretreaction, dagegen wird sie wie Oxyproteinsäure mit Quecksilbernitrat und Quecksilberacetat gefällt. Sublimat erzeugt in einer Lösung des alloxyproteinsauren Natriums nur eine geringe Trübung. Die Fehling'sche Lösung wird durch alloxyproteinsaure Salze weder direct, noch nach dem Kochen mit Salzsäure kaum reduziert, jedenfalls nicht bis zur Ausscheidung des Kupferoxyduls. Von einer alkalischen Kaliumpermanganatlösung wird eine Lösung der Alloxyproteinsäure resp. ihres Natriumsalzes unter Farbenerscheinungen des Chameläons und schliesslicher Entfärbung oxydiert, die Mischung behält jedoch einige Zeit die smaragdgrüne Farbe, bevor dieselbe sich entfärbt.

Der Schwefel der Alloxyproteinsäure, oder jedenfalls ein Theil desselben, wird beim Erwärmen mit Bleiacetat und Kalilauge als Schwefelblei abgespalten. Oxyproteinsäure hält bei dieser Behandlung ihren Schwefel fest.

Von der Oxyproteinsäure unterscheidet sich die Alloxyproteinsäure ausser durch die soeben erwähnte Reaction mit einer alkalischen Lösung von Bleihydroxyd, ausser durch die Fällbarkeit mit Bleiessig sowie die Verschiedenheit der Zusammensetzung und durch sonstige Eigenschaften ihrer Salze, insbesondere durch das Verhalten gegenüber den Diazoreagentien Ehrlich's. Die Lösung eines Salzes der Oxyproteinsäure (am besten des Natriumsalzes) giebt nämlich beim Zusatz von Lösungen von Sulfanilsäure, von Natriumnitrit und darauf von Ammoniak eine scharlachrothe Fär-

bung. Die Reaction gelang mit sehr geringen Mengen des Salzes und glich in der Farbennuance vollständig derjenigen, welche mit einem zufällig zur Verfügung stehenden Typhus-Harn mit positivem Ausfall ausgeführt wurde. Es ist daher zu erwarten, dass die Oxyproteinsäure mit dem viel gesuchten Körper, welcher die allgemein in den Kliniken mit Harn geübte und für die Zwecke der Diagnose manchmal verwendbare Ehrlich'sche Reaction giebt, als verwandt oder identisch sich erweisen wird. Im letzten Fall wäre der positive Ausfall der Reaction durch die vermehrte Ausscheidung der Oxyproteinsäure zu erklären. Die Alloxyproteinsäure giebt die Ehrlich'sche Reaction nicht.

Eine gewisse Aehnlichkeit weisen ferner die beiden Säuren mit der Fleischsäure Siegfried's auf.

Die Alloxyproteinsäure ist wie Oxyproteinsäure ein constanter Bestandtheil des menschlichen Harns. Ein Versuch zu erfahren, wie viel Alloxyproteinsäure im Harn täglich zur Ausscheidung gelangt, und zwar mit Hülfe von Stickstoffbestimmungen in den Bleiniederschlägen, worüber in nächster Zeit ausführlich berichtet wird, ergab, dass die Alloxyproteinsäure etwa 0·68% des Gesammtstickstoffs des Harns für sich in Anspruch nimmt und dass diese Säure in einer Menge von circa 1·2 Gr. von einem gesunden Menschen in 24 Stunden ausgeschieden wird. Die Menge der in dem gleichen Harnquantum ausgeschiedenen Oxyproteinsäure übertrifft, beiläufig bemerkt, etwa um das 3-fache diejenige der Alloxyproteinsäure.

Durch den Befund dieser beiden Säuren im Harn ist die Natur des sogenannten neutralen Schwefels im Harn aufgeklärt. Dieser Schwefel wird von nun an Schwefel der Alloxyproteinsäure und der Oxyproteinsäure heissen müssen.

Die Zusammensetzung und das chemische Verhalten der Alloxyproteinsäure wie der Oxyproteinsäure räumen diesen Säuren eine besondere Stelle unter den Stoffwechselproducten des Thierkörpers ein: von den bisher bekannten Stoffwechselproducten steht keiner so nahe dem Eiweiss. Die Bildung dieser Säuren im Thierkörper ist daher auf's innigste mit dem Eiweissumsatz verknüpft. Es ist deshalb zu erwarten, dass ihre Ausscheidung grossen Schwankungen unterworfen sein wird und dass in denselben ein Ausdruck für die geringsten Aenderungen im Stoffwechselzustand sich finden wird; doch sollen uns darüber weitere Untersuchungen belehren, welche in unserem Institute im Gange sind.

Es sei hier schliesslich bemerkt, dass bei der Inangriffnahme dieser Untersuchung in Krakau Herr Dr. Buraczewski in überaus dankeswerter Weise sich betheiligt hatte, dass er jedoch infolge der Uebersiedlung des einen von uns nach Lemberg verhindert wurde, an der Fortsetzung derselben Theil zu nehmen.

Analytische Belege.

Präparate des Bariumsalzes.

I.	0·2224 Gr. Subst.	0·2205 Gr.	CO_2	27·03% C
		0·0874 Gr.	H_2O	4·36% H
	0·2777 Gr. „	0·3772 Gr.	$(NH_4)_2PtCl_6$	
		0·1699 Gr.	Pt	8·81% N
	2·5970 Gr. „	0·6444 Gr.	$BaSO_4$	3·41% S
	0·5837 Gr. „	0·1368 Gr.	„	3·22% S
	0·2060 Gr. „	0·1081 Gr.	„	30·85% Ba
II.	0·2326 Gr. „	0·3725 Gr.	$(NH_4)_2PtCl_6$	
		0·1635 Gr.	Pt	10·13% N
	0·2284 Gr. „	0·1190 Gr.	$BaSO_4$	30·62% Ba
III.	0·3108 Gr. „	0·4034 Gr.	$(NH_4)_2PtCl_6$	
		0·1768 Gr.	Pt	8·20% N
	0·2570 Gr. „	0·1386 Gr.	$BaSO_4$	31·70% Ba
IV.	0·2259 Gr. „	0·2239 Gr.	CO_2	27·03% C
		0·0903 Gr.	H_2O	4·44% H
	0·1903 Gr. „	0·2687 Gr.	$(NH_4)_2PtCl_6$	
		0·1211 Gr.	Pt	9·17% N
	0·1726 Gr. „	0·0941 Gr.	$BaSO_4$	32·05% Ba

Präparate des Silbersalzes.

I.	0·2049 Gr. „	0·1563 Gr.	CO_2	20·80% C
		0·0521 Gr.	H_2O	2·82% H
	0·2036 Gr. „	0·2706 Gr.	$(NH_4)_2PtCl_6$	
		0·1194 Gr.	Pt	8·45% N
	0·1935 Gr. „	0·2623 Gr.	$(NH_4)_2PtCl_6$	8·57% N
	0·1551 Gr. „	0·0725 Gr.	Ag	46·74% Ag

II.	0·2340 Gr.	„	0·1786 Gr. CO_2	20·81% C
			0·0660 Gr. H_2O	3·13% H
	0·2083 Gr.	„	0·2350 Gr. $(NH_4)_2PtCl_6$	
			0·1001 Gr. Pt	6·92% N
	0·1888 Gr.	„	0·0852 Gr. Ag	45·12% Ag
III.	0·1973 Gr.	„	0·1509 Gr. CO_2	20·85% C
			0·0624 Gr. H_2O	3·51% H
	0·1921 Gr.	„	0·2146 Gr. $(NH_4)_2PtCl_6$	
			0·0944 Gr. Pt	7·03% N
	0·2317 Gr.	„	0·1050 Gr. Ag	45·31% Ag
I+III.	0·5190 Gr.	„	0·1178 Gr. $BaSO_4$	3·12% S
IV.	0·2163 Gr.	„	0·1711 Gr. CO_2	21·15% C
			0·0602 Gr. H_2O	3·09% H
	0·2050 Gr.	„	0·2180 Gr. $(NH_4)_2PtCl_6$	6·73% N
	1·1176 Gr.	„	0·3322 Gr. $BaSO_4$	4·09% S
	0·2190 Gr.	„	0·0998 Gr. Ag	45·57% Ag

Präparate des Quecksilbersalzes.

I.	0·4988 Gr.	„	0·3066 Gr. HgS	52·98% Hg
	0·4780 Gr.	„	0·2956 Gr. „	53·31% Hg
	1·9344 Gr.	„	0·2034 Gr. $BaSO_4$	1·45% S
II.	0·5879 Gr.	„	0·3874 Gr. HgS	56·80% Hg
	1·8707 Gr.	„	0·2424 Gr. $BaSO_4$	1·77% S

Lemberg. Hygienisches Institut der Universität.

---

58. M. LADISLAS KULCZYŃSKI m. c. **Erigonae Europaeae. Addenda ad descriptiones.**

(Accedit tabula XXXV).

Quum notae nonnullae ad distinguendas species *Erigonarum* ab auctoribus adhibitae paullo mutabiles, nonnullae aliae vero, eaeque non leves, aliquâ ex parte neglectae sint ad hoc tempus, non

inutile videtur aliquatenus supplere descriptiones, quae exstant. *Erigonarum*, Europaearum saltem; has enim solas, omnes quidem [1]) — in fallor — cognovi adiutus beneficio Virorum doctissimorum: Cel. E. Simonii et Rev. O. P. Cambridgei, quibus pro eximiâ eorum liberalitate gratias maximas ago.

Synonymia *Erigonarum* Europaearum paullulo emendanda est. *Erigone*, quam olim Rev. O. P. Cambridge pro formâ Anglicâ *Erigonae longipalpis* (Sund.) Thor. habuit [2]), species est — secundum exempla ab ipso Auctore benigne communicata — ab *E. longipalpi* verâ (Suecicâ) distincta, ea quidem, quam infra varietatem *maritimam Erigonae arcticae* appellabo. Eidem varietati *Erigonae arcticae* subiungenda est *Erigone longipalpis* a Cel. E. Simonio descripta in „Les Arachnides de France" vol. 5, pag. 515; *Erigone meridionalis* eiusdem Auctoris (l. c., pag. 517) autem eadem est atque *Erigone longipalpis* (Sund.) Thor. (Exempla *Erigonae meridionalis* et *E. longipalpis* suae Cel. E. Simon benigne mecum communicavit). *Erigone Fisheri* O. P. Cambr. 1898 [3]) fortasse femina est *Erigonae psychrophilae* Thor., femina autem, quam Rev. O. P. Cambridge *Erigonae psychrophilae* subiungendam censuit (l. c.), fortasse ad *Erigonam arcticam* (White) O. P. Cambr. pertinet. — *Erigone* Norvegiam borealem incolens, a Cel. Embr. Strandio — quem in errorem, eheu, ipse conieci — ut *Erigone longipalpis* prolata in: „Theridiiden aus dem nördlichen Norwegen" (Archiv for Mathematik og Naturvidenskab, vol. 24, nr. 2, pag. 63) non est *longipalpis* sed *Erigone arctica* (White) O. P. Cambr.

Pars tibialis palporum maris *Erigonae vagantis* Sav. apicem versus modice ampliata est, ad apicem non aut non multo latior et non multo crassior quam pars patellaris, a latere visa supra modo dimidio, modo paullo plus duplo longior quam prope apicem crassa

[1]) *Neriene pascalis* O. P. Cambr. 1873 (Trans. Linn. Soc. London, vol. 28, pag. 542, tab. 46, fig. 12), quam nuper Rev. O. P. Cambridge generi *Erigone* subiunxit, non sine haesitatione quidem, alii cuidam generi adscribenda videtur, ut etiam *Erigone Holmgrenii* Thor. et *E. spetsbergensis* Thor., quas Cel. E. Simon inter species generis *Erigone* sibi ignotas enumeravit in „Les Arachnides de France" vol. 5, pag. 533.

[2]) Trans. Linn. Soc. London, vol. 28, pag. 447, tab. 34, fig. 23.

[3]) Journ. Linn. Society London, vol. 26, pag, 615, tabl. 45, fig. 8.

est, supra $^1/_3$ aut $^2/_3$ brevior quam pars patellaris, apice subter non multo longius quam supra producta. Processus, in quem productus est apex partis huius infra, subter modo tuberculo optime evoluto ornatur, modo nullo. Dorsum partis tibialis (fig. 1, 17, 58, 59) non procul ab apice dente instructum est plus minusve evoluto, transverse posito, lateri exteriori propiore; inter dentem hunc et apicem excavata sive impressa est pars tibialis. Margo apicalis quatuor locis plus minusve excisus processus aut dentes format quatuor maiores minoresque, plerosque mediocriter perspicuos: reliquis melius evolutus est processus subter situs, anteriora versus et intus directus, sat latus, apice oblique rotundato-truncatus; prope eum, in latere interiore inferiore dens situs est brevis acutus, a processu inferiore sinu sat profundo optime, a processu superiore vero sinu vix ullo distinctus; reliqui duo processus breves valde, lati, inter se sinu parum expresso distincti, alter in latere exteriore superiore situs, anteriora versus directus, alter in latere superiore interiore, apice paullo sursum flexus.

Erigonae longipalpis (Sund.) Thor. palpi non parum variant formâ (fig. 2, 3, 18, 19). Exempli unius e maximis, quae vidi, cephalothorace 1·47 mm. longo, pars femoralis 1·55, patellaris 0·77, tibialis 0·75, tarsalis [1]) 0·67 longa; exempli minimi, quod vidi, cephalothorace 1·18 longo, partes respondentes: 0·96, 0·39, 0·44, 0·52 longae; pars patellaris illius itaque duplo fere brevior quam femoralis, vix longior quam pars tibialis (supra), paullo longior quam pars tarsalis, huius insigniter brevior quam dimidia pars femoralis, paullo brevior quam tibialis, insigniter brevior quam tarsalis; in exemplo magno dorsum partis patellaris dimidio longius est quam processus apicalis una cum diametro partis huius, in exemplo parvo quartâ parte modo longius; pars tibialis directo a latere visa $^4/_5$ longior quam apice (ab angulo apicali superiore ad angulum apicalem inferiorem) lata in exemplo magno, $^1/_6$ modo longior in parvo. Margo apicalis partis tibialis processus quatuor format, e quibus inferior et exterior et superior sinibus profundis inter se distinguuntur, superior cum interiore vero margine parum inaequali, modo leviter bis sinuato coniungitur, ita, ut pars tibialis etiam processibus tribus ornata dici possit. Processus inferior paullo longius quam superior productus, paullo obliquus, anteriora versus

[1]) Pars convexa laminae tarsalis.

et paullo intus directus), modice latus, apice obtusus, subter, ut videtur, nunquam dente ullo ornatus; processus superior infra exsavatus, supra convexus, quum pars tibialis directo desuper adspicitur: dentem format triangularem mediocri latitudine, apice obtusum, anteriora versus et plus minusve foras directum, latere exteriore modo plane in longitudinem, modo anteriora versus et paullo foras directo; directo a latere exteriore visus processus hic apice acutus est. Processus interior (in latere interiore inferiore citus) dens est minor quam processus inferior et superior, triangularis, obtusiusculus, anteriora versus et deorsum directus. Processus exterior a latere exteriore adspectus, utrimque sinu profundo definitus, duplo circiter longius distare videtur ab apice processus inferioris quam ab apice superioris et formam dentis habere mediocri longitudine, triangularis, recti, mediocriter gracilis, subacuti, anteriora versus et paullo deorsum directi; reverâ dens hic desuper et a parte inferiore deplanatus lamellam format sublibratam, apice transverse truncatam et paullo emarginatam ita, ut in denticulos duos desinat, quum desuper adspicitur.

Erigone arctica (White) O. P. Cambr., typica, quae staturâ fortasse constanter exempla maxima *Erigonae longipalpis* aequat, valde similis est ad formam partis tibialis (fig. 4, 20) exemplis minoribus huius speciei. In exemplo cephalothorace 1·47 mm. longo patem patellarem 0·67 longam, apice una cum processu 0·47 altam, partem tibialem 0·55 longam, apice (quum a latere adspicitur) 0·45 latam, partem tarsalem 0·60 longam vidi; insigniter brevior est itaque pars tibialis quam patellaris et $^2/_9$ modo longior quam latior. Praeter longitudinem minorem differt pars tibialis *E. arcticae* a parte respondenti *E. longipalpis*: processu inferiore subter denticulo acuto instructo, processu superiore apice obtuso, quum directo a latere, latiore, magis obtuso, minus obliquo (latere exteriore anteriora versus et intus directo, quum directo desuper pars tibialis adspicitur; etiam processus exterior paullo differre videtur (an constanter?): paullo longius a processu superiore remotus, paullulo sursum directus, levissime sursum curvatus, ceterum denti respondenti *E. longipalpis* similis.

Erigonae, quam varietatem *Erigonae arcticae* esse censeo, a formâ typicâ imprimis staturâ minore distinctam, pars tibialis vix ullâ aliâ re differt a parte respondenti *Erigonae arcticae* typicae nisi longitudine minore et processu inferiore dente nullo ornato.

Exempli cephalothorace 1·15 mm. longo pars patellaris 0·39 longa, cum processu apicali 0·29 alta, pars tibialis 0·37 longa, apice 0·34 alta, pars tarsalis 0·46 longa[1]).

Alia species *Erigonae longipalpi* ad formam partis tibialis similis *Erigone remota* L. Koch est. Ad longitudinem pars haec variat etiam in *E. remotâ* secundum staturam exemplorum, et cum crassitudine propriâ aut cum longitudine partis patellaris comparata longior est in exemplis magnis quam in parvis: exempli cephalothorace 1·4 mm. longo pars patellaris 0·66, pars tibialis 0·59 longa, apice 0·36 alta, pars tarsalis 0·55 longa; exempli cephalothorace 1·25 longo pars patellaris 0·56 longa, tibialis 0·52 longa, 0·35 alta, tarsalis 0·53 longa. Differt autem a praecedentibus *Erigone remota* processu superiore partis tibialis, quum pars haec directo desuper adspicitur (fig. 21), omnino obtuso (latus exterius processus huius fortiter obliquum, magis intus quam anteriora versus directum est) et — minus evidenter quidem — processu exteriore longius a processu inferiore remoto: quum directo a latere exteriore adspicitur pars tibialis (fig. 6), apex processus exterioris triplo longius distare videtur ab apice processus inferioris quam ab apice superioris; paullulo deorsum directus est hic processus et levissime sursum curvatus; apex processus superioris a latere visus obtusus; processus inferior subter dente nullo ornatus. Desuper dens exterior paullo incurvatus videtur, apice insigniter oblique emarginato-truncatus, angulo exteriore longius producto; nota haec tamen fortasse paullo mutabilis est.

Dente exteriore complanato et processu superiore in latere exteriore, ut in *Erigonâ longipalpi* et affinibus, non exciso ornatur etiam pars tibialis *Erigonae caprae* E. Sim.; huius processus tibialis superior desuper visus (fig. 23) late rotundatus est neque triangularis, multo tamen magis sursum directus (fig. 7) quam in *Erigona remota*, ita, ut in latere antico excavatus, in postico convexus dici possit, neque subter excavatus, supra convexus ut in *E. remotâ*. Apicem versus multo fortius ampliata est itaque pars haec quam in *E. remota*, et aeque alta apice atque supra longa (in *E. remota* multo longior supra quam apice alta). Apex dentis exterioris a la-

[1]) Huius varietatis „*maritimae*“ m., exempla nomine *Er. longipalpis* signata, Britannica dono mihi dedit Rev. O. P. Cambridge, Gallica Cél. E. Simon; ipse legi marem unum et feminas paucas in insulâ Frisiâ Norderney.

tere adspecti spatiis subaequalibus distare videtur ab apicibus processuum superioris et inferioris (huic paullulo propior). In exemplo huius speciei, quod mihi Cel. E. Simon dono dedit, cephalothorax 1·13 mm. longus, pars patellaris 0·42 longa, pars tibialis 0·37 longa et apice alta, lamina tarsalis 0·45 longa est; processus tibialis ininferior subter inermis. — Exempla duo Polonica (loco, eheu, non notato — probabiliter ad Cracoviam — lecta), haud dubie eiusdem speciei, differunt ab exemplo illo Gallico parte tibiali apice paullo minus incrassatâ, supra paullo longiore quam apice altâ, processu inferiore subter dente parvo ornato; varietati propriae *(oblitae* n.) igitur adscribenda sunt fortasse haec exempla; cephalothorax eorum 1·26 et 1·29 mm. longus est, pars tibialis 0·50 longa, pars patellaris 0·42 et 0·44 longa, apice 0·37 et 0·39 alta, lamina tarsalis 0·47 et 0·48 longa.

Erigone promiscua (O. P. Cambr.) (fig. 8, 32) maxime affinis *Erigonae dentipalpi* quidem est, sed convenit cum prioribus dente exteriore partis tibialis complanato; differt ab eis processu hoc a processu superiore parum remoto, ita, ut latere exteriore visus basi marginem superiorem partis tibialis attingat et apex eius ab apice processus inferioris triplo et dimidio longius distet quam ab apice processus superioris. Fovea, quae processum exteriorem a superiore distinguit, multo minus profunda quam in prioribus, ita, ut processus superior non subter sed in latere exteriore excavatus sit; margo superior processus superioris rectus, anticus cum inferiore in arcum sat aequabilem coniuncti, quum a latere exteriore adspicitur palpus. Apicem versus modice solum ampliata est pars tibialis, circiter $^2/_3$ longior quam apice alta; processus inferior non longius productus quam superior, subter dente forti ornatus. Exempli unici, dono mihi benigne a Rev. O. P. Cambridgeo dato, cephalothorax 1·26 mm. longus, pars patellaris 0·48 longa, tibialis 0·50 longa, apice 0·45 alta, lamina tarsalis 0·52 longa.

Erigonae: psychrophila Thor., *tirolensis* L. Koch, *cristatopalpus* E. Sim., *tenuimanus* E. Sim. fabricâ partis tibialis palporum inter se valde similes sunt, processu exteriore deplanato conveniunt cum prioribus; processus superior earum similis est aliquâ ex parte processui respondenti *Erigonae promiscuae:* margine exteriore oblique sursum directus in latere exteriore potius quam subter excavatus dici potest; valde insignis autem est hic processus margine superiore fissurâ parvâ angustâ, plus minusve transversâ ornato.

In *Erigona tirolensi* (fig. 10, 26) processus exterior multo magis approximatus est processui superiori quam inferiori, anteriora versus et paullulo sursum directus, parum gracilis, apice sat acutus, brevior quam processus superior (apice non tam longe productus), quum a latere adspicitur; desuper visus angulus exterior apicalis processus huius acutus, margo apicalis transverse truncatus, tum anteriora versus curvatus cum apice processus superioris coniungitur. Margo superior processus superioris, a latere visi, in angulum fractus est latum, apice obtusum (hoc loco margo sursum reflexus est), a quo angulo usque ad apicem processus ipsius, qui paene rectangulus et apice obtusus est, rectâ fere lineâ descendit; hoc latus processus anticum superius prope medium incisurâ angustâ ornatur, ad quam incisuram, apici propius, post marginem processus tuberculum humile obtusum conspicitur. Desuper adspecti processus superioris margo exterior (sive superior) in sinum acutum excisus videtur, apex acutus, margo interior apicem versus leviter sinuatus; fissurae commemoratae sulcus respondet in pariete interiore processus situs, transversus, marginem interiorem processus fere attingens. Processus inferior, qui anteriora versus non longius prominet quam superior, subter modo dente parvo ornatur, modo inermis est.

Erigone cristatopalpus — secundum exemplum, quod vidi — differt a priore processu exteriore, quum directo a latere exteriore adspicitur (fig. 9), insigniter longiore, apicem processus superioris fere attingenti, gracili, apicem versus longe et aequabiliter attenuato. Apex processus superioris a latere visus sat late obtusus est; angulus, in quem fractus est margo superior processus huius, insigniter altior, acutus, latus anticum superius insigniter inaequale: in mediâ parte rotundatum, utrimque rotundato-sinuatum; incisura parum perspicua; ad eam ipsam margo angulum minutum acutum format, tuberculum prope eam nullum. Quum desuper adspicitur pars tibialis (fig. 25), angulus apicalis exterior processus exterioris late rotundatus est, margo inter angulum hunc et apicem processus superioris transversus; processus superior latere interiore ad apicem brevius et fortius exciso quam in specie priore; eius sulcus parum perspicuus, brevis, marginem interiorem longe non attingens. — Teste Cel. E. Simonio variat haec species non parum formâ partis tibialis, apicem versus plus minusve incrassatae, processus in-

ferior in formâ typicâ subter in angulum latum obtusum fractus est, in *var. leptocarpa* E. Sim. aequabiliter arcuatus.

Erigone psychrophila formâ processus exterioris et processu superiore in angulum altum et subacutum elevato convenit cum *Erigona cristatopalpa*; apex processus superioris tamen a latere visus fere rectangulus est in eâ, parum modo obtusus, latus anticum superius processus huius in universum sat profunde rotundato-excisum, fissura ad eius mediam partem evidentissima. Desuper visus processus exterior margine apicali modice sigmoideo, angulo apicali exteriore late rotundato; processus superior latere interiore ad apicem profunde sinuato, sulco brevi sed melius quam in *E. cristatopalpa* expresso ornatus.

Pars tibialis *Erigonae tenuimanus* (fig. 27. 53), cuius exemplum unicum Cel. E. Simon examinandum benigne mihi commisit, parum differt a parte respondenti *Erigonae tirolensis*, sed rebus nonnullis propius ad *Erigonam cristatopalpam* accedere videtur. Processus superioris a latere adspecti forma, incisura, sulcus, eadem atque in *E. tirolensi;* processus exterior a latere visus longior, gracilis (ut in *E. cristatopalpa*), desuper visus angulo exteriore subrecto et cum apice processus superioris lineâ paene rectâ coniunctus.

Processu exteriore partis tibialis lato, obtuso, quum a latere adspicitur, et compresso potius quam deplanato, differunt a praecedentibus *Erigonae*: *atra* (Blackw.), *dentipalpis* (Wider), *lantosquensis* E. Sim.[1]). Partem tibialem quod attinet, differunt *Erigone atra* et *E. lantosquensis* ab *Erigona dentipalpi* imprimis formâ processus superioris.

Erigonae dentipalpis processus superior (fig. 12) in latere exteriore excavatus, a latere visus (processu exteriore paullo occultus) sursum et anteriora versus directus, rectus aut leviter sursum curvatus, latus, apicem versus plus minusve angustatus, apice oblique aut transverse truncatus, angulis rotundatis (inferiore fortius quam superior); quum desuper adspicitur processus hic (fig. 28), ambo margines (superior et inferior) excavationis externae conspiciuntur, superior in longitudinem fere directus, modice foras curvatus, cum latere interiore processus in angulum acutum coire videtur, pone

[1]) Etiam in his speciebus tamen pars externa processus, de quo agitur, plus minusve compressa, coniungitur cum processu superiore lamellâ plus minusve libratâ, complanatâ.

vero foras flexus in marginem superiorem processus exterioris abit; margo inferior, foras et retro directus, bis modice sinuatus, cum pariete interiore processus exterioris coniungitur. Processus exterior desuper visus tuber format crassum obtusum, magis foras quam anteriora versus directum; a latere exteriore visus dimidium fere superius partis tibialis occupat, basi suâ superiore dorsum partis huius attingit aut supra id paullo prominet, late triangularis est, apice obtusiusculus, lateribus inaequalibus: superiore quam inferius multo longiore. Processus inferior subter dente plus minusve evoluto ornatur.

Erigonae atrae (fig. 13, 14, 29) processus superior subter excavatus est, a latere visus anteriora versus et sursum directus, triangularis, apice obtusus, paullo deorsum curvatus, desuper visus late triangularis, apice late rotundato, latere exteriore fere in longitudinem, interiore fere in transversum directo. Processus exterior a latere visus brevis, late triangularis, apice obtusiusculus, ab apice processus inferioris sinu minus profundo et sescuplo fere longius quam ab apice processus superioris remotus; desuper visus anteriora versus directus, sat crasse triangularis, apice plus minusve acutus. Processus inferior, in exemplis saltem, quae vidi, subter inermis aut dente vix ullo ornatus.

Exemplum, quod nomine *Erigonae lantosquensis* signatum Cel. E. Simon benigne mecum communicavit, palporum formâ ab *Erigona atra* distinguere non possum (fig. 15). Exempli huius pars patellaris 0·40 mm. longa, apice cum processu 0·31 alta, pars tibialis supra 0·40 longa, apice 0·32 alta, lamina tarsalis 0·40 longa est; processus inferior partis tibialis dente obsoleto ornatus, ceterum processus tibiales eâdem sunt formâ atque in *Erigona atra*. — Variat *Erigone atra*, in Poloniâ saltem, non parum staturâ, formâ palporum, armaturâ cephalothoracis; exempli unius e maximis, quae vidi, cephalothorax 1·20 longus, pars patellaris 0·48 longa, apice cum processu 0·34 alta, pars tibialis 0·48 longa, apice 0·45 alta, lamina tarsalis 0·44 longa (fig. 13); exempli alius cephalothorax 1·07, pars patellaris 0·34 longa, 0·26 alta, pars tibialis 0·36 longa, 0·29 alta, lamina tarsalis 0·42 longa; exemplorum duorum parvorum, cephalothorace 0·94 longo, pars patellaris 0·24 – 0·26 longa, 0·19 – 0·23 alta, pars tibialis 0·29 longa, 0·31 – 0·32 alta, lamina tarsalis 0·37 – 0·36 longa (fig. 14). Margines cephalothoracis nonnunquam in exemplis Polonicis similem in modum armantur denticulis atque

in exemplis Gallicis a Cel. E. Simonio descriptis; saepius tamen supra coxas IV denticulum modo utrimque modo in uno latere unum praebent aut inermes sunt; denticuli anteriores plus minusve evoluti; commemoratione dignum videtur exemplum parvum (cephalothorace 0·94 longo, marginibus cephalothoracis paene inermibus, modo supra coxas I denticulis perpaucis minutis ornatum, mandibulis serie denticulorum quatuor parvorum (supremo minutissimo) armatis. Bulbo genitali *Erigone lantosquensis* non differre videtur ab *Erigona atra*. Probabiliter itaque *Erigone lantosquensis* non species est propria sed forma modo ab *Erigonâ atrâ* typicâ in Galliâ quidem distincta, sed formis intermediis alias terras (ex. gr. Poloniam) incolentibus cum eâ coniuncta.

Erigone iugorum E. Sim. species est a reliquis omnibus similibus formâ partis tibialis eximie distincta, caret enim processu exteriore (fig. 16). Eius processus tibialis superior etiam est formâ paullo insolitâ (fig. 30): margine antico in sinum levem exciso, angulo antico exteriore itaque paullo producto, obtuso (fortasse processus superior speciei huius processibus superiori et exteriori, inter se omnino confusis respondet?). In exemplis duobus, dono mihi a Cel. E. Simonio datis, cephalothorax 1·2 mm. longus, pars patellaris 0·45 longa, apice cum processu 0·33 alta, pars tibialis supra 0·42 longa, apice 0·37 alta, lamina tarsalis 0·47 longa est. Processus tibialis superior subter excavatus; pars eius exterior a latere exteriore visa sursum et anteriora versus directa, paullulo procurva, gracilis, apice paullulo ultra marginem partis interioris, qui arcum paene ad perpendiculum directum, leviter convexum formare videtur, prominenti. Margo partis tibialis exterior inter apices processuum superioris et inferioris in angulum latum, cruribus leviter concavis excisus est. Desuper visus processus superior anteriora versus et paullo foras directus, lateribus apicem versus paullulo inter se appropinquantibus, apice late et oblique truncatus et leviter sinuatus, ut supra dictum est, angulis rotundatis. Processus inferior subter inermis.

Erigone graminicola (Sund.), *Erigonis* propriis parte patellari palporum subter in apice dente ornatâ similis, differt ab eis insigniter formâ partis tibialis. Haec (fig. 67) apicem versus paene aequabiliter dilatata est, processu infra sito caret (margo tamen apicalis inferior leviter arcuatus a latere visus dentem formare videtur modice prominentem, acutum), supra vero processibus duobus

ornatur, ita, ut supra duplo aut plus duplo longior evadat quam subter. Processus exterior et interior item desunt. Processus superiores (fig. 31) totam latitudinem partis tibialis occupant, sinu sat profundo arcuato inter se distinguuntur; interior complanatus lamelliformis, exterior modice convexus, interiore paullo longior, anteriora versus et paullo sursum et intus directus, paullo incurvatus, longior quam latior, apicem versus modice et paene aequabiliter attenuatus, apice truncatus, angulis subrectis. Processus interior exteriore multo latior et latior quam longior, obliquus, quoniam in obliquo margine apicali partis tibialis situs, lamellam format fere trapezicam, angulo apicali exteriore subrecto (apice rotundato), interiore valde obtuso.

Bulbus genitalis *Erigonarum* propriarum (exceptâ *E. graminicola)*, quas novi, e parte „basali" constat et ex „terminali". Pars basalis ab imo adspecta anfractus duos format transverse positos; margo apicalis anfractus secundi in latere exteriore bulbi productus est in lobum compressum, plus minusve evolutum (*l* in fig. 35, 36, 38); reliqua pars anfractus huius in eo latere bulbi sita est, quod in alveolo laminae tarsalis iacet, in bulbo non distorto itaque non conspicitur, excepto apice, qui in latere exteriore bulbi emergit lamellae corneae instar, anteriora versus directae; lamella haec (*ap* in figuris) in bulbo non distorto ad partem „terminalem" pertinere videtur. Pars terminalis e particulis duabus interum composita est: alterâ (*pm* in fig. 46, 47, 48) membranaceâ, dilaceratâ, quae — ni fallor — „conductor emboli" est, alterâ corneâ, valde inaequali, quae embolum continet. Particula terminalis cornea fere transverse sita est, in latere interiore in angulum plus minusve acutum desinit, foras latior fit, in margine antico medio aut prope eum aculeo plus minusve evoluto, foras et anteriora versus directo ornatur, ceterum autem dentibus varium in modum evolutis instructa est, quos „posticum" et „medium" et „anticum" appellabimus.

Dentibus tribus ornantur in parte terminali (praeter dentem marginalem) *Erigonae: vagans, arctica, longipalpis, psychrophila, tirolensis, cristatopalpus, tenuimanus, remota, iugorum, atra, capra,* dentibus duobus modo: *E. dentipalpis* et *promiscua*. *Erigone vagans* mediocrem modo similitudinem cum reliquis affinibus speciebus praebet; ex his imprimis similes inter se sunt fabricâ bulbi genitalis:

E. psychrophila, tirolensis, cristatopalpus, tenuimanus, — remota, iugorum, — atra, capra.

In *Erigona vaganti* (fig. 54) dens „posticus" calcar format longum, sat gracile, anteriora versus et paullo deorsum directum, prope a vero apice anfractus basalis secundi situm. Dentes „medius" et „anticus" etiam elongati, tenuiores, foras et anteriora versus directi, anticus medio brevior et minus gracilis [1]).

Erigonae tirolensis (fig. 40, 52, 64) dens posticus conchae formam habet multo latioris quam longioris, maximam partem cum margine apicali anfractus basalis secundi contingentis, curvatae et obliquae: in parte interiore transverse positae, in exteriore anteriora versus directae, in parte interiore liberae (non adnatae). A latere exteriore visus dens hic modice tantum prominet et plerumque una cum anfractu basali secundo processum format triangularem acutum. Dens medius in fronte dentis postici situs, parum ab eo remotus, deorsum et anteriora versus et intus directus, apicem versus paullo oblique compressus, acute in longitudinem plicatus in latere interiore; a latere exteriore visus sescuplo circiter longior quam latior, latitudine aequali, apice infra rotundato, supra rectangulo, deorsum paullo minus quam dens posticus prominens. Dens anticus (embolus?) anteriora versus et foras et paullo deorsum directus, latus, apicem versus inaequabiliter angustatus, subter magnam partem excavatus, a parte inferiore interiore visus (fig. 64) non procul ab apice subter denticulo reflexo lato acuto, non alto ornatus et paullo primo sursum, tum deorsum curvatus et aequabiliter angustatus, margine apicali antico sive superiore itaque — certo situ saltem — modice convexo. In denticulo commemorato initium capit carinula cornea humilis, retro et paullo intus directa, margini particulae terminalis corneae interiori itaque fere parallela, pone ab eo discedens, intus curvata et evanescens.

Inter *Erigonam tenuimanum* et *E. tirolensem* in bulbo genitali nullam differentiam evidentiorem invenire possum; dens posticus modo paullo minor et minus curvatus est in illa (fig. 41, 53). Quum praeterea, ut supra dictum est, processus tibiales simillimi sint, dubitari possit, an *E. tenuimanus* propria sit species. Differunt inter se hae formae imprimis staturâ: parvâ in *E. tenuimanu* (cephalothorax

[1]) Dens anticus certo situ — ut in fig. 54 nostra — angustior videtur quam medius, quoniam compressus est.

modo 0·85 mm. longus), sat magnâ in *E. tirolensi* (cephalothorax 1·3 mm. longus saltem), praeterea vero notis nonnullis, quae ex parte saltem in staturâ diversâ positae putari possunt. Similem in modum differunt saltem in speciebus aliis exempla parva et magna. Processus patellaris *Erigonae tenuimanus* crassitudinem apicis partis patellaris longitudine parum modo, in *Erigona tirolensi* vero longe superat; oculi postici distant inter se in illâ spatiis parum inaequalibus, in hac medii a lateralibus multo longius remoti sunt quam inter se; spatium oculis anticis mediis et lateralibus interiectum circiter diametrum mediorum aequat in *Erigona tirolensi,* radio eorum non multo saltem longius est in *E. tenuimanu.* Series oculorum antica evidenter deorsum curvata est in *E. tirolensi,* paene recta in *E. tenuimanu.* Processum tibialem similem atque in *E. tenuimanu* non raro praebent exempla parva *Erigonae atrae;* oculos situ variare et in universum eo minus inter se distare, quo minor est statura exempli, non dubium mihi videtur. *Erigonam tenuimanum* itaque formam debilem et extenuatam *Erigonae tirolensis* esse censerem, si una cum eâ occurreret. Quum tamen *Erigonae* hae regiones sat longe inter se remotas incolere videantur, pro specie propriâ, *Erigonae tirolensis* vicariâ, habenda videtur *Erigone tenuimanus,* quoad saltem formae mediae inter eas inveniantur.

Bulbus genitalis *Erigonae psychrophilae* (fig. 39, 51, 63) similimus est bulbo *Erigonae tirolensis;* dens posticus in parte interiore maiore liber, angustior (an constanter?); dens medius longior, ita, ut a latere visus plerumque paullo longius deorsum promineat quam dens posticus (nota non constans, quoniam dens medius plus minusve intus directus esse potest). Magis differt dens anticus: in margine antico a n t e apicem in tuberculum rotundatum, optime expressum dilatatus est; eius denticulus reflexus obtusus; carina, quae in eo initium capit, multo melius quam in *Erigona tirolensi* expressa, pone incurvata et usque ad dentem posticum evidentissima (fig. 39).

Alia species tribus praecedentibus bulbi genitalis formâ valde affinis, nihilominus tamen optime distincta. *Erigone cristatopalpus* est. Differt imprimis dens posticus (fig. 42), qui lamellam format longam, aliquoties longiorem quam altiorem, fere transverse positam, fere deorsum directam, circiter $^2/_3$ latitudinis bulbi ab imo visi occupantem. Dens medius paullo longior et paullo magis transversus quam in *Erigona tirolensi.* Dens anticus similis atque in *Erigona psychrophila* et carinâ simili ornatus.

Erigonae: remota et *iugorum* inter se ad formam bulbi genitalis valde similes sunt et imprimis carinâ dentis antici prope apicem arcuato-elevatâ insignes (fig. 55. 56).

Erigonae remotae (fig. 43) dens posticus lamella est paullo oblonga, lateribus fere parallelis, leviter foras curvata, angulo apicali exteriore paullo producto, acuto, interiore rotundato (haec forma dentis postici in bulbo a fronte viso cernitur), fere transverse posita, deorsum et paullulo foras directa, fere in lineâ medianâ bulbi ab imo visi sita; plerumque in bulbo a latere viso dens hic insigniter prominet, in exemplis nuper adultis tamen, retractus, difficilius conspicitur. Dens medius lamellam format crassiusculam, oblique semilunarem fere, quum ab imo adspicitur, excavatam, leviter radiato-plicatam, oblique positam (anteriora versus et intus directam). A latere adspectus interiore (fig. 55) (quoniam a latere exteriore magnam partem processu apicali partis basalis bulbi tegitur) insigniter minus prominet dens medius quam posticus (si quidem dens hic non retractus est), ab eo sinu profundo rotundato distinguitur, latior videtur quam altior, apicem versus dilatatus, apice latissime truncatus angulis rotundatis, marginem versus plus minus fortiter plicatus. Dens anticus a parte inferiore interiore visus prope apicem in latere superiore in tuberculum forte obtusum elevatus. Sub parte anticâ dentis medii bulbus carinâ ornatur sat alta, corneâ, nigrâ, non longâ, semirotundâ fere, quum a latere interiore adspicitur, paullo oblique positâ (anteriora versus et paullo foras directâ); carina haec in bulbo ab imo viso fere tota dente medio occultatur; margini interiori propius carina altera conspicitur, multo minus evoluta, multo longior, item paullo obliqua, paullo inconstans.

Erigonae iugorum (fig. 44, 56) dens posticus brevior quam in *Erigonâ remotâ* (in bulbo a latere viso parum aut vix prominet; an constanter?), apice in latere exteriore insigniter dilatatus, angulo apicali exteriore in uncum brevem anteriora versus curvato. Dens medius ab imo visus paullo longior et non evidenter excavatus, a latere interiore adspectus apicem versus fortius dilatatus, praesertim pone, angulo postico acuto, neque subrecto ut in priore, sublaevis. Carina cornea sub apice dentis medii sita longior, dente hoc multo minus tecta, ita, ut ab imo pars sua circiter dimidia conspiciatur.

In *Erigona longipalpi* (fig 35, 47) dens posticus ligulam format corneam, paullo oblongam, apice obtusam, transverse fere in

lineâ medianâ bulbi positam, deorsum et parum anteriora versus et foras directam; a latere visus angustus est, linearis, levissime procurvus, apice obtusus. Dens medius fere in fronte dentis postici situs, deorsum et paullo anteriora versus directus, lamelliformis, latere interiore subrecto, exteriore cum apicali rotundato et cum interiore in angulum subrectum coëunti, paullulo oblique positus: margine apicali intus et paullo anteriora versus directo; a latere visus non multo latior quam dens posticus, ei parallelus, aeque longe atque ille deorsum prominens, latitudine ubique subaequali aut apicem versus paullulo dilatatus, apice pone rotundato, ante rectangulo. Dens anticus a parte interiore inferiore visus prope apicem supra tuberculo rotundato ornatus, inter punctum summum tuberculi et apicem suum profunde excavatus. Prope marginem anticum interiorem carina evidentior nulla.

Erigonae arcticae (fig. 36, 48) dens posticus in dimidio bulbi exteriore situs, a lineâ medianâ paullo remotus (minus quam in *Erigonâ atrâ*), neque eam attingens, ut in *Erigonâ caprâ*, ligulam format oblique positam, oblongam, deorsum et paullo foras et anteriora versus directam. A dente medio, ut in *Erigonâ atrâ*, dens hic sat late distat, neque inter eum et marginem partis basalis impressus est, ut in *Erigonâ caprâ*. Dens medius formam ferri equini, similis fere atque in *Erigonâ atrâ* habet (leviter excavati, marginibus obtusis), multo tamen minor est, ab imo visus partem modo parvam mediam particulae terminalis corneae occultat et eius margines: posticum et internum longe non attingit. Crus anticum dentis huius, quod versus dentem anticum directum est, in dentem hunc non abit, sed subito abruptum est, ut in *E. caprâ*. Prope ab hoc crure particula terminalis cornea carinâ ornatur parum evolutâ, obliquâ, retro et intus directâ, ante cum dente medio contingenti, pone ab eo discedenti. In bulbo directo a latere exteriore adspecto dens posticus modo parum prominet, latiusculus, latior quam longior, modo magis exsertus longius deorsum pertinet quam dens medius et duplo circiter longior quam latior videtur; dens medius deorsum et retro directus, apice obtusus, dente postico latior; inter se dentes hi modo contingere modo proximi esse videntur. Dens anticus prope apicem in margine superiore tuberculo rotundato, bene evoluto instructus.

Bulbus genitalis *varietatis maritimae* non differre videtur a bulbo *Erigonae arcticae* typicae nisi dente postico paullo latiore.

Erigone atra (fig. 37, 49) insignis est dente postico parum, dente medio autem magnopere evoluto, adeo, ut in palpo a parte inferiore adspecto totum fere dimidium interius particulae terminalis corneae occultet. Dens posticus parum remotus est a margine exteriore laminae tarsalis, lamellam format parvam, a lateribus compressam, quae itaque a latere exteriore brevis lata, ab imo vero angusta videtur. Dens medius ferri equini formam fere habet, parte mediâ repletâ et modice aut leviter concavâ; alterum crus eius (posticum) prope lineam medianam bulbi initium capit, lateri exteriori propius, alterum (anticum) in carinam exteriorem dentis antici abit sinuatum quidem, sed non interruptum; apex (sive pars media) „ferri equini" intus directus est et paullo deorsum et retro; margo ferri equini, qui deorsum spectat, posterior obtusus, anterior acutus in summâ parte, ceterum parum compressus; cum latere interiore dentis huius carina coniungitur margini parallela, proxima, humilior, manifesto carinae, cuius mentionem apud speciem praecedentem fecimus, respondens (*c* in fig. 49). Dens anticus, ut in prioribus, latere antico prope apicem gibboso, inter gibbum et apicem excavato.

Multis rebus similes palpis *Erigonae atrae* sunt palpi *Erigonae caprae* (fig. 38, 50, 62), affatim tamen distincti. Dens posticus parvus, multo latior quam longior, oblique positus (foras et anteriora versus directus, quum ab imâ parte adspicitur) in bulbi dimidio exteriore quidem, sed a lineâ medianâ parum remotus. Dens medius maximus, minor tamen quam in *Erigonâ atrâ*, ita, ut ab imo visus latus interius particulae terminalis corneae non occultet. Etiam ferro equino similis dici potest dens hic et similem in modum situs est atque in *Erigonâ atrâ*, sed parte mediâ non repletâ, totus fortiter compressus, summâ parte acutâ aut subacutâ; non ubique subaequali altitudine est dens hic, sed prope medium in angulum valde latum, obtusum elevatus; crus eius anticum, versus apicem dentis antici directum, procul ab hoc apice subito abruptum; crus posticum foras aeque longe atque dens posticus pertinet, denti huic fere parallelum est et cum eo fere contingit. Prope a latere interiore dentis medii particula terminalis cornea carinâ ornatur parallelâ, acutâ, optime evolutâ, que ab imo facile conspicitur (fig. 50), neque margine dentis medii occultatur, ut in *Erigonâ atrâ*. Apex dentis antici similis atque in prioribus. Bulbus genitalis *varietatis oblitae* angulo dentis medii paullo melius expresso solum differt.

Erigonae dentipalpis (fig. 34, 46) dens posticus ad lineam medianam bulbi situs, deorsum et paullo anteriora versus directus, oblongus, formâ paullo varians (apicem versus plus minusve angustatus), a fronte et a tergo oblique compressus et modice in longitudinem complicatus, sive apice excepto triqueter latere antico interiore excavato; a latere exteriore visus sescuplo aut duplo longior quam latior, latitudine subaequali, apice obtusus. Dens medius deest; particula terminalis cornea profunde excavata est inter dentem posticum et carinam acutam, leviter arcuatam, que apicem ipsius attingit et ab eo retro et paullo intus extenditur. Dens anticus a parte interiore inferiore visus latere superiore prope apicem gibboso, pone gibbum modice excavato.

Defectu dentis medii et formâ dentis antici convenit cum *Erigona dentipalpi Erigone promiscua* (fig. 33, 45, 57), differt ab eâ insigniter formâ dentis postici. Huius pars apicalis prominens parum distat a latere exteriore bulbi ab imo visi, gracilis est, non evidenter compressa, apicem versus aequabiliter attenuata, apice acutiuscula, anteriora versus et paullo deorsum directa, sursum et paullo interiora versus fortiter curvata. A latere inferiore interiore (fig. 57) totus hic dens conspicitur (margine apicali partis basalis bulbi parum modo obtectus) magnus valde, basi, quae profunde sita est, deorsum et retro et paullo foras directus, triqueter, a basi usque ad apicem aequabiliter et fortiter curvatus. A latere exteriore conspicitur quidem dens posticus: parvus, oblongus, anteriora versus directus, parum curvatus, sed ultra margines bulbi non prominet.

Erigone graminicola differt fabricâ bulbi genitalis (fig. 66, 67) ab *Erigonis* propriis insigniter, praesertim quod partem terminalem attinet. Pars „basalis“ ut in illis ex anfractibus duobus constat subtransversis, primo quam secundus humiliore; margo apicalis anfractus secundi in dimidio exteriore item in processum productus est anteriora versus directum, cum margine alveoli contingentem aut ei proximum, multo tamen longiorem, adeo, ut apicem bulbi attingat; processus hic circiter dimidiam longitudinem bulbi aequat, subrectus est, multo longior quam latior, latitudine ubique subaequali, subter in transversum convexus, modice durus, apice obtusus, complanatus, membranaceus, breviter ciliatus. Ipse apex anfractus secundi in alveolo situs in bulbo non distorto non aut difficillime conspicitur inter processum commodo descriptum (qui probabiliter

„conductor emboli“ est) et alveolum, fortiter compressus est, triangularis, durus (*ap* in fig. 67). Pars „terminalis“ e particulis duabus constare videtur, ambabus corneis, inter se — ni fallor — mobiliter coniunctis. Altera particularum harum (*a* in fig. 66), basi bulbi propior, annulus describi potest transversus incompletus (?), valde inaequalis; sinum replet margine alveoli interiore et margine apicali anfractus secundi et eius processu definitum; margo apicalis annuli huius dentis triangularis instar paullo prominet subter, quum bulbus a latere exteriore simulque paulo a parte inferiore adspicitur (*a* in fig. 67). Altera particula (embolus, *e* in fig. 66), basi a priore circumdata, multo angustior, multo longior quam latior, anteriora versus et paullulo foras et deorsum directa, basi ovata et fulva, in parte apicali nigra, paullo angustior, terebrae instar contorta, processui anfractus secundi paene parallela, inter processum hunc et laminam tarsalem conspicitur a latere inferiore interiore, processu hoc autem occultatur, quum bulbus a latere exteriore adspicitur.— Etiam paracymbium *Erigonae graminicolae* differt a paracymbiis *Erigonarum* propriarum: transversum est, multo latius quam longius, margine antico recto, postico leviter sinuato, exteriore fortius sinuato angulis prominentibus, modice in transversum convexum nusquam reflexum. Paracymbium *Erigonarum* propriarum non convexum in transversum est, sed infra reflexum, ceterum concavum; pars reflexa, quae sola facilius cernitur, non aut non multo latior quam longior, a basi, quae modo rotundata modo angulata est, apicem versus inaequabiliter dilatata, latere inferiore in arcum plus minusve concavum (in *Erigona vaganti* parum) curvato, latere superiore insigniter inaequali: ad apicem in sinum ita exciso, ut angulus apicalis superior lobum brevem rotundatum formet; margo apicalis paracymbii leviter et paene aequabiliter arcuatus (convexus); angulus apicalis inferior saepissimae plus minusve productus, in *Erigona vaganti* non productus et rectus fere.

Feminas quod attinet, ad ea, quae de earum epigynis aliis locis scripsi, non nisi pauca, eheu, addere possum. Feminas *Erigonarum*: *caprae, cristatopalpae, iugorum, promiscuae, tenuimanus* non novi. Epigynam *Erigonae vagantis* discripsi et delineavi in opere: „Araneae Hungariae“, vol. 2.

Erigone atra et *E. dentipalpis* differunt ab *E. arctica, longi-*

palpi, psychrophila, tirolensi, remota areâ epigynae corneâ sulcis et foveis evidentioribus carenti. Notandum tamen est, marginem posticum epigynae in *Erigona dentipalpi* nonnunquam solito fortius deflexum et aream epigynae ante eum sat profunde impressam esse ita, ut epigyne strictim adspecta parum ab epigynâ ex. gr. *Erigonae tirolensis* differat. Quibus rebus differant inter se epigynae *Erigonae atrae* et *E. dentipalpis,* satis notum videtur. A reliquis speciebus sulco in epigynâ ornatis *Erigone psychrophila* distincta videtur sulco angustissimo, parum a margine postico remoto, ei paene parallelo, procurvo; margo sulco desectus, angustus, in mediâ parte paullo elevatus est quidem, sed tuberculum bene definitum non format. Notandum est tamen, exempla huius speciei perpauca, quae vidi, nuper esse adulta, ni fallor; fortasse progrediente aetate sulcus latior fit et epigyna parum aut non differt ab epigynâ *Erigonae tirolensis* (quod quidem probabile videtur, palpi marium enim *Erigonae psychrophilae* et *E. tirolensis* formâ partium tibialis et tarsalis simillimi sunt inter se).

In *Erigonis: arctica, longipalpi, remota, tirolensi* sulcus aut margo, quo pars epigyne anterior subplana pone definitur, magis a margine postico remotus est in parte mediâ quam in lateribus, recurvatus aut transversus aut procurvus quidem, sed minus quam margo posticus epigynae. Pars posterior epigynae tubere medio bene definito ornatur in *Erigonis: longipalpi* (fig. 60, 61) et *remota* (fig. 68, 69); in *Erigona arctica* et *tirolensi* (fig. 70, 71) margo posticus epigynae modo libratus est et tuber in mediâ parte nullum evidentius format, modo in parte mediâ plus minusve elevatus est quidem, sed pars haec elevata in partes laterales humiliores sensim abit. Tuber commemoratum multo latius est quam longius in *Erigona longipalpi*, aeque circiter longum ac latum in *E. remota.* — Epigynas *Erigonae arcticae* et *E. tirolensis* certo distinguere nescio: plerumque quidem margo posticus epigynae illius rectus est aut paullulo recurvatus, subplanus, pars epigynae posterior depressa in utroque latere tubere insigniter obliquo ornatur, in *Erigona tirolensi* vero margo posticus in parte mediâ elevatus est, procurvus, pars depressa epigynae utrimque tuberculo transverso ornatur; nonnunquam tamen differentiae hae fere omnino evanescunt (etiam in *Erigona arctica* pars media marginis postici nonnunquam paullo elevata est, tubercula lateralia *Erigonae tirolensis* interdum conspici non possunt). Fortasse margo posticus epigynae a parte posticâ inferiore adspec-

tus ubique crassus est et obtusus (quamquam in medio deorsum sinuatus) in *Erigona arctica*, in *E. tirolensi* vero in medio deorsum sinuatus et acutus, sed nescio an differentia haec non satis sibi constans sit; parum distincta interdum est haud dubie! — Summatim: ad recte distinguendas feminas *Erigonarum* propriarum etiam subtilis examinatio epigynarum nonnunquam non sufficit!

Non minus quam fabricâ bulbi genitalis differt *Erigone graminicola* ab *Erigonis* propriis formâ epigynae (fig. 65), quae sat elevata, modice transversa est, in parte posteriore foveâ ornatur profundâ, transversâ, paene ellipticâ (margine postico plerumque paullulum sinuato), ante et in lateribus margine plus minusve acuto, pone pariete corneo omnino angusto definitâ; in latere utroque fundi foveae foramen plerumque (post ovipositionem?) rotundatum conspicitur. Facile crediderim, *Erigonam graminicolam* ab *Erigonis* segregandam et generi proprio adscribendam esse.

Explicatio tabulae.

ap = Apex anfractus secundi partis basalis bulbi genitalis; *da, dm, dp* = dentes partis terminalis bulbi genitalis: *a* anticus, *m* medius, *p* posticus; *lt* = lamina tarsalis; *pc* = paracymbium; *pm* = pars terminalis membranacea bulbi genitalis.

1. *Erigone vagans* Sav., apex partis patellaris, pars tibialis, paracymbium palpi sinistri maris, a latere exteriore et paullulo desuper visa; × 66. Cfr. figg. 17, 58, 59.

2. *Erigone longipalpis* (Sund.), apex partis femoralis, partes patellaris et tibialis, paracymbium palpi sinistri maris staturâ magnâ; × 29. Cfr. fig. 19.

3. Eadem species; partes respondentes exempli parvi; × 36. Cfr. fig. 18.

4. *Erigone arctica* (White) O. P. Cambr., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri maris; × 36. Cfr. fig. 20.

5. *Erigone arctica var. maritima* n., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri maris; × 36.

6. *Erigone remota* L. Koch, pars tibialis et paracymbium palpi sinistri maris; × 36. Cfr. fig. 21.

7. *Erigone capra* E. Sim., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri maris; × 36. Cfr. fig. 23.

8. *Erigone promiscua* (O. P. Cambr.), pars tibialis et paracymbium palpi dextri maris; × 36. Cfr. fig. 32.

9. *Erigone cristatopalpus* E. Sim., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri maris; × 36. Cfr. fig. 25.

10. *Erigone tirolensis* L. Koch, pars tibialis et paracymbium palpi sinistri maris; × 36. Cfr. fig. 26.

11. *Erigone psychrophila* Thor., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri maris; × 36. Cfr. fig. 24.

12. *Erigone dentipalpis* (Wider), pars tibialis et paracymbium palpi sinistri maris; × 36. Cfr. fig. 28.

13. *Erigone atra* (Blackw.), apex partis patellaris, pars tibialis, paracymbium palpi sinistri maris staturâ magnâ; × 36. Cfr. fig. 29.

14. Eadem species; partes patellaris et tibialis, paracymbium exempli parvi; × 36.

15. *Erigone atra var. lantosquensis* E. Sim., apex partis patellaris, pars tibialis, paracymbium palpi sinistri; × 36.

16. *Erigone iugorum* E. Sim., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri maris; × 36. Cfr. fig. 30.

17. *Erigone vagans* Sav., pars tibialis et paracymbium desuper visa; × 66. Cfr. figg. 1, 58, 59.

18. *Erigone longipalpis* (Sund.), pars tibialis palpi sinistri desuper visa; × 36. Cfr. fig. 3.

19. Eadem species; pars tibialis et paracymbium palpi sinistri desuper visa × 36. Cfr. fig. 2.

20. *Erigone arctica* (White) O. P. Cambr., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri desuper visa; × 36. Cfr. fig. 4.

21. *Erigone remota* L. Koch, pars tibialis et paracymbium palpi sinistri desuper visa; × 36. Cfr. fig. 6.

22. *Erigone capra var. oblita* n., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri; × 36.

23. *Erigone capra* E. Sim., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri; × 36. Cfr. fig. 7.

24. *Erigone psychrophila* Thor., apex partis tibialis sinistrae desuper visae; × 52. Cfr. fig. 11.

25. *Erigone cristatopalpus* E. Sim., apex partis tibialis sinistrae; × 52. Cfr. fig. 9.

26. *Erigone tirolensis* L. Koch, apex partis tibialis sinistrae; × 52. Cfr. fig. 10

27. *Erigone tenuimanus* E. Sim., pars tibialis et paracymbium palpi dextri; × 66. Cfr. fig. 53.

28. *Erigone dentipalpis* (Wider), pars tibialis et paracymbium palpi sinistri desuper visa; × 36. Cfr. fig. 12.

29. *Erigone atra* (Blackw.), pars tibialis et paracymbium palpi sinistri desuper visa; × 36. Cfr. fig. 13.

30. *Erigone iugorum* E. Sim., pars tibialis et paracymbium palpi sinistri desuper visa; × 36. Cfr. fig. 16.

31. *Erigone graminicola* (Sund.), pars tibialis palpi sinistri desuper visa; × 36.

32. *Erigone promiscua* (O. P. Cambr.), apex partis tibialis et paracymbium palpi dextri desuper visa; × 52. Cfr. fig. 8.

33. Eadem species; apex partis tibialis et pars tarsalis palpi dextri ab imo visa; × 52. Cfr. figg. 45, 57.

34. *Erigone dentipalpis* (Wider), pars tarsalis dextra ab imo visa; × 52. Cfr. fig. 46.

35. *Erigone longipalpis* (Sund.), dimidium apicale partis tarsalis dextrae ab imo visum; × 52. Cfr. fig. 47.

36. *Erigone arctica* (White) O. P. Cambr., dimidium apicale partis tarsalis dextrae ab imo visum; × 52. Cfr. fig. 48.

37. *Erigone atra* (Blackw.), apex partis tibialis et pars tarsalis palpi dextri ab imo visa; × 52. Cfr. fig. 49.

38. *Erigone capra var. oblita* n., apex partis tibialis et pars tarsalis palpi dextri ab imo visa; × 52. Cfr. fig. 62.

39. *Erigone psychrophila* Thor., dimidium apicale partis tarsalis dextrae ab imo visum; × 52. Cfr. figg. 51, 63.

40. *Erigone tirolensis* L. Koch, dimidium apicale partis tarsalis dextrae ab imo visum; × 52. Cfr. figg. 52, 64.

41. *Erigone tenuimanus* E. Sim., apex partis tibialis et pars tarsalis palpi dextri ab imo visa; × 66. Cfr. fig. 53.

42. *Erigone cristatopalpus* E. Sim., dimidium apicale partis tarsalis dextrae ab imo visum; × 52.

43. *Erigone remota* L. Koch, dimidium apicale partis tarsalis dextrae ab imo visum; × 52. Cfr. fig. 55.

44. *Erigone iugorum* E. Sim., dimidium apicale partis tarsalis dextrae ab imo visum; × 52. Cfr. fig. 56.

45. *Erigone promiscua* (O. P. Cambr.), dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere exteriore visum; × 52. Cfr. figg. 33, 57.

46. *Erigone dentipalpis* (Wider), dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere exteriore visum; × 52. Cfr. fig. 34.

47. *Erigone longipalpis* (Sund.), dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere exteriore visum; × 52. Cfr. fig. 35.

48. *Erigone arctica* (White) O. P. Cambr., dimidium apicale partis tarsalis sinistrae a latere exteriore visum; × 52. Cfr. fig. 36.

49. *Erigone atra* (Blackw.), dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere interiore visum; × 66 (*c* = carina in latere interiore dentis medii). Cfr. fig. 37.

50. *Erigone capra* E. Sim., pars apicalis interior bulbi genitalis dextri a latere inferiore interiore visa; × 66. Cfr. figg. 38, 62.

51. *Erigone psychrophila* Thor., dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere exteriore visum; × 52. Cfr. figg. 39, 63.

52. *Erigone tirolensis* L. Koch, dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere exteriore visum; × 52. Cfr. figg. 40, 64.

53. *Erigone tenuimanus* E. Sim., apex partis tibialis et pars tarsalis palpi dextri a latere exteriore, simulque paullulo a parte postica visa; × 66. Cfr. fig. 41.

54. *Erigone vagans* Sav., apex partis tibialis et pars tarsalis palpi sinistri a latere interiore inferiore visa; × 66.

55. *Erigone remota* L. Koch, dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere interiore inferiore visum; × 66. Cfr. fig. 43.

56. *Erigone iugorum* E. Sim., dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere interiore inferiore visum; × 66. Cfr. fig. 44.

57. *Erigone promiscua* (O. P. Cambr.), dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere interiore inferiore visum; × 52. Cfr. figg. 33, 45.

58. *Erigone vagans* Sav., apex partis tibialis palpi sinistri ab imo visus; × 66. Cfr. figg. 1, 17, 59.

59. Eiusdem speciei pars tibialis sinistra a latere interiore visa; × 66. Cfr. fig. 1, 17, 58.

60 & 61. *Erigone longipalpis* (Sund.), epigynae; × 66.

62. *Erigone capra var. oblita* n., apex partis patellaris, partes tibialis et tarsalis palpi dextri a latere exteriore visa; × 36. Cfr. figg. 38, 50.

63. *Erigone psychrophila* Thor., dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere interiore inferiore visum; × 52. Cfr. figg. 39, 51.

64. *Erigone tirolensis* L. Koch, dimidium apicale partis tarsalis dextrae a latere interiore inferiore visum; × 52. Cfr. figg. 40, 52

65. *Erigone graminicola* (Sund.), epigyne; × 66.

66. Eadem species; pars tarsalis sinistra ab imo visa; × 52.

67. Eadem species; apex partis patellaris, pars tibialis, pars tarsalis palpi sinistri a latere exteriore visa; × 52.

68 & 69. *Erigone remota* L. Koch, epigynae; × 66.

70 & 71. *Erigone tirolensis* L. Koch, epigynae; × 66.

---

59. M. MICHEL SIEDLECKI **Historya rozwoju nowego gatunku kokcydyi: Caryotropha mesnilii nob.** ***(Cycle évolutif de la Caryotropha mesnilii, coccidie nouvelle des polymnies; note préliminaire).*** Mémoire présenté par M. H. Hoyer m. c.

En examinant des annélides marins de l'espèce *Polymnia nebulosa* dont les produits génitaux mâles étaient mûrs, nous avons trouvé, dans la cavité du corps de ces vers, une grande coccidie. Nous l'avons étudiée à l'état vivant et sur les préparations fixées et cette étude nous a montré qu'il s'agit d'un genre et d'une espèce nouvelle des *Coccidies;* nous l'appelons *Caryotropha* et la dédions à notre ami, M. Félix Mesnil, de l'Institut Pasteur de Paris.

La *Caryotropha mesnilii* est, comme d'ailleurs toutes les Coccidies, un parasite intracellulaire. Nous avons trouvé cet animal dans des paquets de spermatogonies qui forment les testicules de ces annélides marins. Dans un paquet de spermatogonies, on peut trouver seulement une coccidie.

Les formes les plus jeunes de *Caryotropha* se présentent sous la forme de cellules arrondies, de 4 à 5 μ de diamètre, placées dans le protoplasme d'une spermatogonie. Leur corps plasmique est assez compact mais laisse reconnaître une fine structure alvéolaire. Le noyau arrondi est relativement très grand puisqu'il forme souvent plus d'un tiers de la masse de la jeune coccidie; il est

entouré d'une membrane distincte et montre dans son intérieur un réseau chromatique et un très grand caryosome.

Ces formes jeunes aussitôt qu'elles se trouvent dans une cellule-hôte provoquent son hypertrophie. Le noyau de la cellule infestée grossit peu à peu et devient oedemateux; le protoplasme devient aussi plus lâche que dans les cellules intactes et commence à croître rapidement. La coccidie entourée de la cellule infestée devient de plus en plus volumineuse et elle repousse des deux côtés les cellules voisines. Les parois de ces dernières peuvent se rompre et leur protoplasme peut entrer en contact immédiat avec celui de la cellule hypertrophiée. Alors les noyaux des cellules attaquées commencent aussi à s'hypertrophier et leur protoplasme se confond avec celui de la cellule gonflée pour former une seule masse; nous

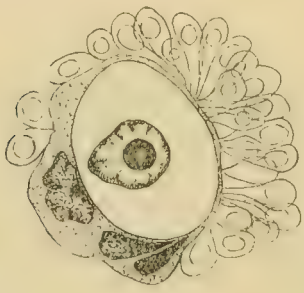


Fig. 1.

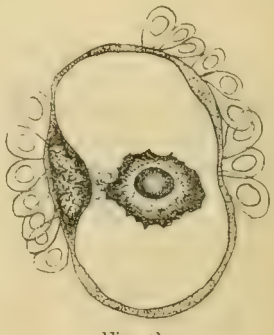


Fig. 2.

nous trouvons maintenant en présence d'une cellule géante formée, par fusion, de plusieurs cellules soumises à l'action du parasite (fig. 1.). L'intérieur de cette cellule est occupé par la coccidie. Cette dernière, placée dans la cellule géante, va en s'accroîssant de plus en plus; son corps devient allongé et peut atteindre une grandeur remarquable, de 70 à 100 μ de longueur et 40 μ de largeur, mais il reste toujours entouré du protoplasme de la cellule hypertrophiée. L'énorme noyau de la cellule infestée se place d'un côté de la coccidie et il touche la surface de son corps. Cette disposition permet à la coccidie de prendre pour la nutrition les matériaux produits par le noyau hypertrophié; on voit dans le protoplasme de la coccidie une bande plus dense et plus réfringente laquelle unit son noyau avec le point de sa surface qui touche le noyau de la cellule-hôte (fig. 2.). Ce ruban plasmique représente

certainement un courant de diffusion suivant lequel les aliments entrent dans la coccidie. La relation intime qui existe, pendant le développement de la coccidie, entre le noyau de cette dernière et celui de la cellule infestée nous a suggéré le nom de *Caryotropha* pour cette espèce.

Les spermatogonies qui n'ont pas subi l'influence du parasite se trouvent, à ce stade, attachées à la cellule hypertrophiée; souvent elles se disposent de telle façon, qu'elles forment autour de cette dernière une couche uniforme et l'entourent complètement. Le parasite et les cellules qui ont souffert le plus à cause de sa présence, se trouvent alors enfermés dans une sphère formée par les cellules intactes et séparés du reste de l'organisme.

A cet état, la coccidie est ovale, formée de protoplasme alvéolaire; dans les alvéoles se trouvent souvent des grains ressemblant aux „granules plastiques" connus chez d'autres coccidies; dans les espaces interalvéolaires, on remarque de petites gouttelettes de graisse; ce sont les matériaux de réserve amassés par le parasite. Son noyau a une membrane épaisse, un réseau chromatique très distinct et un grand caryosome montrant nettement deux couches: l'une compacte, périphérique et l'autre centrale, granuleuse. La coccidie se trouve maintenant à l'état que nous appelons „adulte, indifférencié". Arrivée à ce degré de développement, elle peut se reproduire par division en mérozoïtes (mononts, schizonts), ou bien elle peut se préparer à la reproduction sexuée.

Dans le premier cas, la *Caryotropha* ne quitte pas la cellule hypertrophiée. Les matériaux de réserve accumulés dans son corps vont disparaître; les alvéoles du protoplasme deviennent plus petits et d'une grandeur presque uniforme. Dans le noyau, le réseau chromatique devient plus lâche et commence à se résoudre en une grande quantité de bâtonnets et de grains, souvent rangés en courts cordons. Le caryosome se divise par bourgeonnement et se transforme en un grand nombre de petits grains chromatiques; quelques-uns de ces grains vont se dissoudre dans le suc nucléaire où ils s'unissent avec les bâtonnets de la chromatine. Le noyau entier commence à s'allonger suivant le grand axe de la coccidie et son contenu se divise, à l'intérieur, en deux parties égales. Ainsi commence une division amitotique laquelle conduit à la formation de deux noyaux dont la quantité de chromatine semble être égale. Les deux noyaux fils se portent à la surface de la coccidie et se

divisent de la même manière plusieurs fois. Nous arrivons ainsi à un stade où à la surface de la coccidie se trouvent plusieurs noyaux assez grands, environ 10 à 15. Maintenant le protoplasme se condense de plus en plus autour de chaque noyau et avec son noyau fait saillie sur le corps coccidien. Les sillons profonds qui s'enfoncent suivant les limites des territoires protoplasmiques appartenant aux noyaux, divisent le corps de la *Caryotropha* en autant de pièces qu'il y a de noyaux. Ces portions se détachent les unes des autres et dès ce moment la Coccidie est transformée en 10 ou 15 grandes cellules arrondies (fig. 3.). Ce sont les cellules-mères des mérozoïtes (mononts ou schizonts); nous les appelons les monontocytes ou schizontocytes. Le protoplasme est très compact dans

Fig. 3

Fig. 4.

ces cellules et le noyau montre un réseau chromatique très fin; le caryosome est réduit à un ou deux petits corpuscules situés parmi les bâtonnets du réseau nucléaire. Le noyau ne quitte pas la surface des monontocytes et aussitôt après leur formation définitive, il commence à se diviser à son tour suivant un mode de karyokynèse très primitif, ressemblant à celui décrit chez d'autres coccidies (*Benedenia, Adelea, Cyclospora caryolytica, Cocc. proprium, Cocc. schubergii* etc.). Au fur et à mesure que les divisions se succèdent, les noyaux deviennent de plus en plus petits et finalement, à la surface de chaque monontocyte, se trouvent 20 à 30 petits noyaux. Chacun d'eux représente un point autour duquel le protoplasme se condense; les parties condensées s'élèvent à la surface du corps d'un monontocyte et se tranforment en mononts (mérozoïtes ou schizonts) en forme de croissants. Tous les croissants développés

d'un monontocyte forment ensemble un barillet et restent un certain temps attachés au petit reliquat de différenciation. En ce moment, la *Caryotropha*, sans avoir quitté la cellule-hôte est transformée en plusieurs barillets formés de croissants (fig. 4.).

Les croissants sont formés de protoplasme clair qui paraît finement granuleux, mais laisse pourtant reconnaître une structure alvéolaire très fine. L'une de leurs extrémités est plus mince que l'autre et ils sont pourvus d'une petite vacuole dans la partie pointue. Leur noyau est très compact et se colore très fortement. Ils ont 10—12 μ de longueur et 3 μ de largeur. Mis en liberté après l'éclatement de la cellule-hôte, ils se détachent des petits reliquats de différenciation et, ayant le pouvoir d'exécuter des mouvements, ils peuvent pénétrer dans une spermatogonie de l'animal-hôte; ils provoquent alors l'auto-infection de ce dernier.

Avec la formation des croissants, le cycle évolutif asexué de la *Caryotropha mesnilii* est clos; dans son ensemble, il se présente de la façon suivante:

Individu adulte } → m. Monontocytes → m. n Monontes → { Individus adultes.

Le cycle évolutif sexué (amphigonie ou sporogonie) commence avec la transformation des Coccidies adultes indifférenciées en cellules femelles (macrogamètes) et en éléments mâles (microgamètes). Le développement des macrogamètes est caractérisé par l'accumulation des matériaux de réserve dans le protoplasme de la Coccidie, par la formation d'une membrane autour de son corps et par les changements de son noyau. Les matériaux de réserve consistent en un grand nombre de „granules plastiques" et de grains de graisse qui s'amassent aux deux extrémités de la coccidie. La membrane qui se forme autour du parasite est, à notre avis, un produit de sécrétion du parasite même; elle est assez épaisse et fortement réfringente et elle est percée d'un micropyle qui se trouve sur un côté de la coccidie et dans la partie même par laquelle, auparavant, elle touchait le noyau de la cellule hypertrophiée. Le noyau de la coccidie s'allonge un peu suivant la largeur de la cellule et finalement, il touche la surface du protoplasme au dessous du micropyle. Le réseau chromatique se dissout en filaments chromatiques et le caryosome se divise plusieurs fois par bourgeonnement;

quelques petits caryosomes provenant de la division et une partie de la chromatine viennent d'être expulsés du noyau à la surface de l'animal. Ces changements ont la signification d'une réduction de la chromatine analogue à celle que nous connaissons chez d'autres Coccidies. Après ces phénomènes, le noyau ne quitte pas la surface du macrogamète et la coccidie est maintenant mûre et prête à la fécondation. Dans ce stade, elle tombe en dehors de la cellule-hôte, et flotte librement dans la cavité du corps de la Polymnie.

La formation des éléments mâles, microgamètes, commence avec des phénomènes complètement analogues au développement des monontocytes. Le noyau de la Coccidie enfermée dans une cellule-hôte se divise plusieurs fois; autour des nouveaux noyaux s'individualisent les territoires plasmiques et finalement la coccidie se transforme en 10 à 15 grandes cellules arrondies. Dans ce cas, ce sont les cellules mères des individus mâles, les microgamétocytes. Le noyau, dans ces cellules, se divise plusieurs fois par une mitose très primitive et les petits noyaux issus de ces divisions se distribuent sur toute la surface. Les divisions terminées, les noyaux deviennent compacts, prennent la forme d'hémisphères creux et font saillie sur le corps du microgamétocyte. Au dessous de chaque noyau, vient de se différencier une petite quantité de protoplasme qui sert à la formation d'une queue plasmique restant en contact intime avec chaque noyau. Cette queue s'allonge et elle se transforme en un long cil vibratile attaché au moyen d'un petite quantité du protoplasme au capuchon nucléaire. Un second cil vibratile petit et court se forme au bout antérieur du noyau condensé, d'une petite masse plasmique qui est restée depuis le commencement sur le noyau. Enfin les noyaux avec les deux cils vibratiles se détachent du volumineux reliquat plasmique et la formation des microgamètes est terminée. A ce moment la *Caryotropha mesnilii* est transformée en plusieurs boules plasmiques entourées de microgamètes mûrs; toutes ces boules, avec les éléments mâles, sont encore enfermées dans la cellule-hôte (fig. 5 a.).

Fig. 5 a i b.

Un microgamète mûr a la forme d'une petite poire aplatie et un peu recourbée (fig. 5 b.). La plus grande partie de son corps est formée par le noyau; la partie protoplasmique et les cils se colorent assez fortement avec des colorants basiques; au point de l'insertion du cil vibratile postérieur, on peut remarquer un petit corpuscule qui se colore très fortement avec l'hématoxyline ferrique. Les microgamètes mûrs, pourvus des deux cils, peuvent se déplacer très rapidement et sont prêts à l'acte sexuel; ils sont mis en liberté après l'éclatement de la cellule-hôte et peuvent entrer en contact avec des cellules femelles.

Pour la fécondation, qui a lieu dans la cavité du corps de l'animal hôte, il est nécessaire que les gamètes des deux sortes quittent les cellules infestées.

La pénétration du gamète mâle dans la cellule femelle se fait par le micropyle resté ouvert dans la membrane entourant la coccidie. Un seul microgamète entre dans un macrogamète; sa tête formée du noyau se transforme en un fin réseau chromatique et entre en contact intime avec le réseau du noyau femelle. Le micropyle se ferme aussitôt après la pénétration du microgamète. Le noyau de la coccidie fécondée s'allonge si fortement dans le sens de la largeur de celle-ci qu'il en touche les deux faces opposées; le réseau chromatique dans son intérieur forme une tresse passant par toute sa longueur. Généralement, le noyau allongé occupe en ce moment, dans la cellule, le même endroit où auparavant se trouvait le ruban plasmique unissant le noyau coccidien avec le point de la surface du protoplasme où était placé le noyau gonflé de la cellule hypertrophiée.

A ce stade, les phénomènes de la fécondation sont finis; la coccidie, entourée d'une forte membrane, représente maintenant un oocyste typique. Le noyau dans son intérieur se reconstitue et commence à se diviser par une mitose très primitive en portions égales. Les noyaux fils se portent à la surface de l'oocyste et là ils se divisent à leur tour. Ce stade nous conduit à la formation des sporocystes laquelle se passe, sauf quelques particularités, de la même façon que chez les autres coccidies. Dans un oocyste, il se forme environ vingt ronds sporocystes entourés de très fortes membranes. Dans chacun des sporocystes, se développent 12 sporozoïtes, situés sur un petit reliquat de différenciation. Les sporozoïtes issus des sporocystes se présentent sous la forme de cellules

ovales de 10 μ de longueur et 4 μ de largeur; leur protoplasme est finement granulé, leurs noyaux sont très compacts. Ils servent à la propagation de l'infection parmi les autres animaux-hôtes.

La formation des sporozoïtes dans les sporocystes achève l'évolution sexuée de la *Caryotropha mesnilii*; dans son ensemble, elle se présente de la façon suivante:

Cocc. adulte indifférenc. → Macrogamète réduit ——— ↗ | Copulation
Cocc. adulte indifférenc. → n. Microgamétocytes → n. x Microgamètes → | 1 ♂ avec 1 ♀
↑ 12 y Sporozoïtes ← y Sporocystes ← Oocyste ←

Chez la *Caryotropha mesnilii*, comme chez d'autres coccidies, les sporozoïtes issus des sporocystes peuvent se transformer en individus adultes; ces derniers, comme nous le savons, peuvent commencer aussi bien l'évolution sexuée que l'évolution asexuée. Ils représentent alors les stades indifférents de la coccidie.

Des deux cycles évolutifs que nous avons constatés chez la *Caryotropha mesnilii*, chacun présente des différences nettes avec les phénomènes analogues qui ont été déjà décrits chez d'autres coccidies. Dans cette note préliminaire, nous nous sommes bornés à la description des faits les plus importants dans la vie de la *Caryotropha*; nous nous proposons de donner, dans un travail définitif, les détails de l'évolution de cet animal, ainsi que d'examiner, au point de vue critique, les travaux relatifs à ce sujet.

Laboratoire d'Anatomie comparée de l'Université Jagellonnienne à Cracovie.
Octobre 1902.

---

60. M. JEAN SOSNOWSKI. **Przyczynek do fizyologii rozwoju much.** ***(Contribution à l'étude de la physiologie du développement des mouches).*** Mémoire présenté par M. N. Cybulski m. t.

Dans l'évolution des mouches, le phénomène de l'hystolyse m'a semblé surtout intéressant à étudier au point de vue des transformations chimiques qui doivent s'accomplir à ce moment. Je n'ai

pu aborder, cette année, que quelques points de cette étude, lesquels me semblent pourtant assez intéressants à signaler.

Pour mes expériences, je me suis servi de larves et de cocons de la *Musca vomitoria* et de la *Lucilia caesar*. Je prenais les larves toujours au dernier stade de leur développement, c'est à dire au moment où elles cessent de manger de la viande et s'enferment dans la terre où elles se transforment en cocons dans l'espace de deux ou trois jours.

J'ai d'abord étudié les quantités d'acide carbonique éliminé par les larves. J'ai employé le dispositif expérimental suivant:

Dans un ballon *A* (fig. 1) je plaçais un poids déterminé de larves ou de cocons et je suspendais un petit tube *B* rempli d'acide

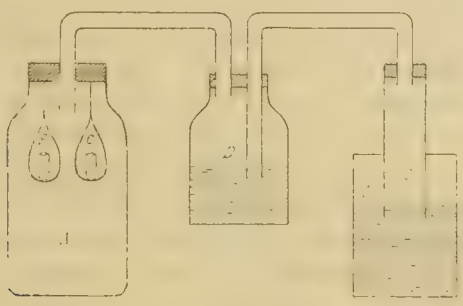


Fig. 1.

sulfurique (on indiquera plus loin la destination de cet acide) et un autre tube *C* rempli d'une solution de potasse caustique complètement dépourvue d'acide carbonique. Le ballon était soigneusement bouché avec un bouchon en caoutchouc traversé d'un tube qui reliait l'intérieur du ballon avec un ventilateur de Muller *(D)* qui à son tour était relié avec un réservoir *(E)* d'oxygène pur (sur l'eau). A mesure que la pression diminuait dans le ballon *A*, l'oxygène passait sous forme de petites bulles dans ce ballon à travers le ventilateur de Muller. La pression de l'oxygène dans le réservoir pouvait être facilement réglée en enfonçant celui-ci avec la main dans l'eau de façon que le niveau de l'eau à l'intérieur du réservoir fût toujours le même qu'à l'extérieur. Pour déterminer les quantités d'acide carbonique absorbé par la potasse, on le précipitait par une quantité convenable de chlorure de baryum. Le précipité était recueilli sur un filtre et dans le liquide filtré on déterminait la quantité de potasse restée libre en le titrant par du HCl($\frac{1}{10}$N).

Ces analyses ont montré avant tout que les quantités d'acide carbonique éliminé diminuent à mesure que la larve approche de l'état de chrysalide. Par exemple, 30 gr. de larves ont éliminé pendant les premières 24 h. 1·072 d'acide carbonique, pendant les 24 h. suivantes 0·9645, ensuite 0·9036. Dans une autre expérience, 20 gr. de larves ont éliminé pendant la première journée 0·5846, 2-me journée 0·4924, 3-me journée 0·4531. 25 gr. de larves ont éliminé pendant la 1-re journée 0·8758; 2-me journée 0·7965. Comme les larves en expérience perdaient chaque jour un peu de leur poids, j'ajoutais dans les ballons des larves de même âge pour en avoir toujours un poids constant. Faute d'un régulateur convenable, il ne m'était pas possible de déterminer l'influence des variations de température sur l'élimination de l'acide carbonique. Il ne m'était pas non plus possible, cette année, faute d'un baromètre, de déterminer les quantités d'oxygène absorbé.

J'ai pu observer par contre l'influence de la lumière sur l'intensité de ces phénomènes, ce qui est intéressant à noter surtout parce que les larves des mouches sont dépourvues d'yeux. Ainsi, en exposant un ballon contenant des larves ou des cocons à la lumière diffuse du jour et en enveloppant l'autre de papier noir de façon à intercepter complètement l'accès de la lumière, j'ai noté les différences suivantes:

	Quantité de HCl en cent. cubes, pour neutraliser la potasse caustique		Quantité calculée de CO_2		Rapports de ces quantités	Observations
	à la lumière	à l'obscurité	à la lum.	à l'obscur.		
I.	34	36·2	0·1432	0·1338	107:100	18 gr. de larves pendant 6 h.
II.	18·3	19·8	0·2731	0·2667	102:100	30 gr. „ „ 6 h.
III.	24	39	0·2487	0·1844	162:100	28 gr. des mêmes larves que dans l'expérience I pendant 6 h.
IV.	15·2	25·7	0·2864	0·2414	119:100	30 gr. de larves pendant 6 h.
V.	36·7	52·8	0·1942	0·1252	155:100	28 gr. des mêmes larves que dans l'expérience IV pendant 6 h.

Remarque. La quantité de potasse caustique employée pour absorber l'acide carbonique correspondait à 82 cc. de HCl ($^1/_5$N) 1 cc. de ce dernier correspond à 0·0042878 gr. de CO_2. Les larves

qui avaient été maintenues pendant une journée à l'obscurité étaient étudiées pendant la journée suivante à la lumière. On égalisait toujours les poids de ces larves.

Le tableau ci-dessus nous apprend que la lumière augmente notablement les quantités d'acide carbonique éliminé; le rapport de l'acide carbonique éliminé dans les deux cas (à la lumière et à l'obscurité) se rapproche le plus de l'unité chez les larves relativement jeunes. Il augmente constamment jusqu'au moment de leur transformation en cocons.

On peut se demander si l'augmentation à la lumière des quantités d'acide carbonique éliminé est due à l'accélération des échanges sous l'action directe des rayons sur les tissus ou bien à l'augmentation des mouvements de l'organisme? Des expériences sur des cocons immobiles pourraient nous renseigner exactement sur ce sujet. Je n'ai pu faire jusqu'à présent qu'une seule expérience de ce genre; elle a donné les mêmes résultats que celles faites sur les larves. Ainsi 12 gr. de cocons ont éliminé pendant 7 h. à la lumière 0·0368, à l'obscurité 0·0334.

Dans le cours de mes expériences, j'ai été frappé par une forte odeur ammoniacale qui se dégageait des récipients renfermant une certaine quantité de mes larves. Je supposais que l'ammoniaque ne pouvait se dégager que sous l'influence de microbes de la putréfaction, mais j'ai dû reconnaître bientôt qu'il n'en était pas absolument ainsi. En effet, une certaine quantité de larves lavées à plusieurs reprises dans l'eau et dans une faible solution d'acide sulfurique, enfermées ensuite dans un ballon, dégageait encore des quantités notables d'ammoniaque. Un fragment de papier de tournesol rougi placé à l'orifice du ballon renfermant une certaine quantité de ces larves, soumises aux lavages que je viens d'indiquer, bleuissait en quelques moments. Sans qu'il nous soit possible de déterminer dès à présent le mécanisme de sa production, nous devons donc admettre que l'ammoniaque dégagé devait, dans ce cas, provenir de l'intérieur des larves elles-mêmes, et non du milieu dans lequel elles vivaient. Le dosage de l'ammoniaque était fait de la façon suivante: Au fond d'un ballon, on versait 20 cc. d'acide sulfurique titré; au dessus de cette nappe d'acide sulfurique, on suspendait une quantité pesée de larves dans un petit sac en mousseline et à côté de ce sac un tube contenant une solution de potasse caustique. Le ballon était fermé au moyen d'un bouchon

garni d'un tube étroit. Un morceau de papier de tournesol rougi placé à l'ouverture du tube m'a montré que l'ammoniaque dégagé ne quittait pas le ballon.

Les résultats de ces expériences sont réunis dans le tableau suivant:

	Quantité de NaOH en cc. pour neutraliser l'acide sulfurique		Quantité calculée d'ammoniaque		Rapports de ces quantités	Observations
	à la lumière	à l'obscurité	à la lum.	à l'obscur.		
I	17·1	18·2	0·00765	0·00399	191 : 100	45 gr. de vieilles larves pendant 7 h.
II	9·6	10·9	0·03457	0·03025	115 : 100	45 gr. de larves pendant 8 h.
III	11·4	15	0·02858	0·01662	172 : 100	43·5 gr. des mêmes larves que dans l'expérience II pendant 9 h.
IV	10·2	12·3	0·03257	0·02579	127 : 100	

Remarque. 1 cc. d'acide sulfurique correspond à 1 cc. de NaOH et à 0·0033238 d'ammoniaque.

On constate donc que les quantités d'ammoniaque ainsi que celles d'acide carbonique dégagées diminuent régulièrement à partir du moment où les larves cessent de manger jusqu'au moment de leur transformation en cocons, et que les rapports entre les quantités d'ammoniaque dégagées à la lumière et à l'obscurité varient de la même façon que pour l'acide carbonique.

Les cocons examinés de la même manière que les larves dégagent également de l'ammoniaque, mais en quantité tellement faible que, faute d'un matériel suffisant, il m'a été impossible d'en déterminer les quantités.

En ce qui concerne le dégagement de l'acide carbonique par les cocons, les dosages faits toutes les 24 h. ont donné les résultats suivants:

	A.	*B.*
1. journée	0·07074	0·1046
2. „	0·03601	0·04545
3. „	0·02658	0·03516
4. „	0·02487	0·03001
5. „	0·02873	0·02272

		A.	*B.*
6.	journée	0·02615	0·02830
7.	„	0·02615	0·03258
8.	„	0·03730	0·04265
9.	„	0·04159	0·04588
10.	„	0·05402	0·08575
11.	„	0·05702	0·09947
12.	„	0·09046	0·1055

La représentation graphique des résultats consignés dans ces tableaux (courbes *A* et *B;* fig. 2 et 3) nous permet de noter les

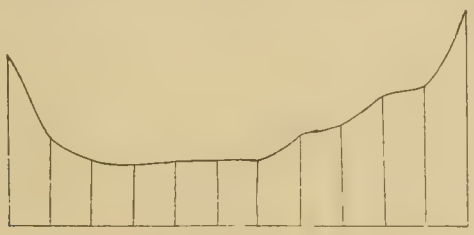


Fig. 2.

détails caractéristiques suivants. Pendant les premières 24 h., au moment où s'opère l'hystolyse complète des muscles, la courbe

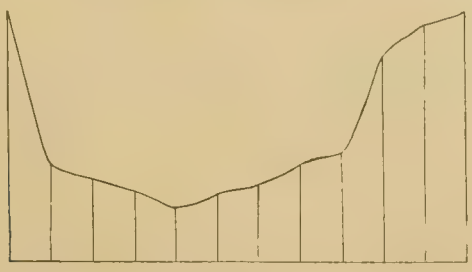


Fig. 3.

descend rapidement; elle reste ensuite au même niveau pendant quelques jours. elle remonte au moment de l'apparition de l'imago et atteint la même hauteur qu'à l'origine au moment où la mouche complètement formée s'apprête à sortir du cocon. Les petits écarts entre les deux courbes proviennent probablement des différences d'âge des individus mis en expérience ce qu'il n'était pas possible d'éviter. ainsi que des petites variations de température dans les deux cas.

61. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau les dernières publications de la Classe:

F. Eisenberg. Badania nad strącaniem się ciał białkowych pod wpływem swoistych precypityn. *(Contribution à la connaissance des phénomènes de précipitation spécifique)*, 8-o, p. 25.

E. Godlewski (jun). Regeneracya tubularii. *(Sur la régénération des Tubularia)*, 8-o, 11 gravures, p. 17.

A. Korczyński i L. Marchlewski. Studya nad izatyną. *(Contribution à la Chimie de l'isatine)*, 8-o, 3 planches, p. 21.

L. Bier i L. Marchlewski. Absorbcya promieni ultrafioletowych przez barwiki żółciowe i proteinochrom. *(L'absorption des rayons ultra-violets par les matières colorantes de la bile, l'urobiline et le protéinochrome)*, 8-o, 4 planches et 2 gravures p. 15.

K. Żorawski. Uwaga o pochodnych nieskończenie wielkiego rzędu. *(Remarques sur les dérivées d'ordre infini)*, 8-o, p. 6.

K. Żorawski. O pewnych zmianach długości liniowych elementów podczas ruchu ciągłego układu materyalnych punktów. *(Sur certaines variations des éléments linéaires pendant le mouvement d'un système continu de points)*, 8-o, p. 44.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcyą
Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Władysława Natansona.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego

12 Listopada 1902

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1902

Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXIII (vol. I épuisé). — 258 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XLII, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 276 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 41 livr. 51 k. 80 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI, XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol. VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. — Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p. 1, Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 41 vol. (319 planches). — 376 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *Comptes rendus de la Commission de physiographie*, in 8-vo, 35 volumes (III. VI — XXXIII, 67 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 274 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 12 livraisons (64 planches) (à suivre). — 114 k. 80 h.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—V, (44 planches, 10 cartes et 106 gravures). — 32 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo. 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo, vol. I—II. 1897. 13. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 33 k. 60 h.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

FEB 14 1903
12,229.

N° 9. NOVEMBRE 1902.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER
DER
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITE
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMÓLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemand ou en latin, des travaux présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction de **M. Ladislas Natanson**,
Membre délégué de la Classe des Sciences mathématiques et naturelles.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 9. Novembre 1902.

Sommaire: 62. M. ROMAIN GUTWIŃSKI. De algis a Dre M. Raciborski anno 1899. in insula Java collectis.
63. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Séance du lundi 10 Novembre 1902.

PRÉSIDENCE DE M. E. GODLEWSKI.

62. M. ROMAIN GUTWIŃSKI. **De algis a Dre M. Raciborski anno 1899. in insula Java collectis.** Mémoire présenté par M. J. Rostafiński m. t.

(Accedunt tabulae duplices XXXVI—XL).

In libello, qui „Additamenta ad floram algarum Indiae Batavorum cognoscendam. Algae a cl. Dre M. Raciborski in montibus Vulcaniis: Krakatau et Slamat anno 1897. collectae" inscribitur atque in Dissertationum mathem. et physicarum Academiae Litterarum Cracoviensis T. XXXIX, pag. 287.—307. invenitur, 46 novas algarum species in universa India Batavorum, 53 species novas in flora Javae, 11 species novas in flora algarum insulae Krakatau demonstravimus. Quo factum est, ut numerus specierum adhuc cognitarum in India Batavorum sit ad 1674, Javae ad 810, insulae Krakatau ad 14.

Dr M. Raciborski, amicus et collega meus, cum Java revertisset, quattuor mihi misit vitra cum algarum speciminibus, quae tribus Javae locis mens. Decembri anno 1899. collegerat accuratissimeque in spiritu vini conservaverat. Res, docta ac perita manu collecta, speciebus formisque plenissima se praebuit, imprimis vero Desmidiacearum ditissima erant specimina, quae in Sitve Tjibenong pr. Bogor sunt inventa. Quo factum est, ut in floram algarum Javanensium summo cum studio animum intenderem, atque eo magis, cum non solum formas prorsus tropicas, ab algis nostris diversissimas ostenderent, verum etiam permultas, namque 16 species, 23 varietates, 21 formas novissimas, sive huc usque omnino non descriptas continerent.

In tota materia, quam supra commemoravimus, omnino centum septuaginta species invenimus, quarum duae ad Flagellatas, duae ad Characeas pertinent. Quo ex numero Indiae Batavorum: 7 genera, 100 species, 13 varietates, insulae Javae: 7 genera, 108 species, 14 varietates et 2 formae novae adtribui possunt ideoque universae Indiae Batavorum flora species 1774 habet, cum flora ipsius insulae Javae ad 918 species ostendit.

Si species, quas et ipsi in opusculo prima dissertatione citato atque infra descripsimus et E. De Wildeman in „Prodrome de la flore algologique des Indes Néerlandaises" 1897 et 1899 enumeravit, comparaverimus cum illis, quas opusculis: W. B. Turneri cognovimus in India Orientali, W. et G. S. Westi — in insulis Ceylone et Madagascaro, Schmidlei — in insula Sumatra, Borgei — in Australia, Nordstedtii et Willei — in Brasilia, Nordstedtii — in Australia et Nova Zelandia: — floram algarum Javae eidem Ceylonis, Indiae Orientalis, Sumatrae, Madagascari optime confinem esse, minorem autem formarum partem florae cum Australiae et Novae Zelandiae tum Brasiliae adiungi posse facile nobis persuadebimus.

Determinationem ac definitionem Characearum referimus acceptam eximiae benignitati Dris O. Nordstedtii Lundensis, qui nos persaepe mirabili suo peritissimoque consilio benevolentissime in Desmidiis quoque adiuverat, quibus summum studium atque operam diligentissimam navat; cui clarissimo et nobilissimo viro optimas hoc loco gratias agimus.

Class. **Chlorophyceae (Kuetz. ex p.) Wittr.**

Ordo **Protococcoideae (Menegh.) Kirchn.**

Fam. **Palmellaceae (Decaisne) Naeg. em.**

Gen. **Scenedesmus Meyen.**

†[1]) 1. *S. bijugatus* (Turp.) Kuetz. De Toni, Sylloge algarum pag. 563.
Hab.: Sawa Gajamput.

† 2. *S. quadricauda* (Turp.) Bréb. De Toni, l. c. pag. 565.
Hab.: Sawa Gajamput; Sitve Tjibenong pr. Bogor.

[1]) Genera, species, varietates ac formae novae in flora totius Indiae Batavorum signo †, novae autem tantum in flora insulae Java signo * ante posito significatae sunt.

Gen. **Coelastrum Naeg.**

† 3. *C. pulchrum* Schmidle, Ueber einige neue und selten beobacht. Form. einz. Algen, 1892. pag. 206. Tab. XI, fig. 1. et Beitrag z. Algenfl. d. Schwarzwald. Tab. II, fig. 10.
β) *intermedium* Bohlin. Alg. d. erst. Regnell. Exped. pag. 35. Tab. II, fig. 16.
Diameter cellulae = 13·2 μ, diam. coenobii = 48·4 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. **Pediastrum Meyen.**

4. *P. Tetras* (Ehrenb.) Ralfs. De Toni l. c. pag. 581.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† Gen. **Sciadium A. Br.**

† 5. *S. gracilipes* A. Br., De Toni l. c. pag. 585.
Hab.: cum antecedenti.

Gen. **Ophiocytium Naeg.**

6. *O. cochleare* (Eichw.) A. Br. † var. *bicuspidatum* Borge, Süsswas. Chloroph. Archangel. pag. 10. Tab. I, fig. 4.
† forma *longispinosa* nob. **Tab.** XXXVI, fig. **1.**
Lat. = 6·6 μ; long. spinarum = 30 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. **Rhaphidium Kuetz.**

7. *R. polymorphum* Fresen., De Toni l. c. pag. 592.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. **Tetraëdron Kuetz.**

† 8. *T. caudatum* (Corda) Hansg., De Toni l. c. pag. 603.
Lg. = lat. = 11 μ; long. acul. = 6·6 μ.
Hab.: cum specie antecedenti.

† Gen. **Dictyosphaerium Naeg.**

† 9. *D. Ehrenbergianum* Naeg., De Toni l. c. pag. 660.
Hab.: cum. specie antecedenti.
† 10. *D. pulchellum* Wood, De Toni l. s. c.
Hab.: cum specie antecedenti.

Ordo **Charoideae.**

Fam. **Characeae Louis Cl. Richard.**

Subfam. **Nitelleae A. Braun.**

Gen. **Nitella Ag.**

11. *N. oligospira* A. Braun. † for. *indica* (determ. Dr O. Nordstedt).
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Subfam. **Chareae A. Braun.**

Gen. **Chara Vaillant.**

12. *Ch. gymnopitys* A. Br. aut *Ch. flaccida* A. Br.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.
Quod specimina *Charae* nuper citatae adtinet, determinatio eorum propter oogonia novella, ut mihi Dr O. Nordstedt in litteris ad me die 5. Octobris datis benevolentissime communicavit. — subtilior esse non potest.

Ordo **Conjugatae (Link) De Bary.**

Fam. **Zygnemaceae (Menegh.) Rabenh.**

Gen. **Spirogyra Link.**

† 13. *S. crassa Kuetz.* var. *maxima* (Hass.) Hansg. Prodrom. pag. 163.
Long. cell. evacuatae = 286 μ, lat. = 132 μ — 160 μ — 175 μ — 195·8 μ
Long. cell. zygotiferae = 231 μ, lat. = 132 μ — 187 μ — 195·8 μ
„ „ vegetativae = 308 μ — 825 μ, lat. = 127 μ — 143 μ — 158 μ — 165 μ
Taeniae chlorophyl. 4, anfractibus 1 — 1½
Long. zygotae: 184 μ — 191 μ — 193 μ — 209 μ — 217·8 μ
Lat. „ : 92 μ — 99 μ — 101 μ — 103 μ — 105 μ — 107 μ — 110 μ
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Fam. **Desmidiaceae (Kuetz.) De Bary.**

Gen. **Desmidium Ag.**

14. *D. aptogonium* Bréb., Delponte. Desm. subalp. Tab. II. fig. 6—10.
Long. cell. = 16·6 μ; lat. = 33 μ
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

15. *D. Baileyi* (Ralfs) De-Bary, Ralfs. Brit. Desm. Tab. XXXV, fig. 1.
Hab.: cum antecedenti.

Gen. **Hyalotheca Ehrenb.**

16. *H. dissiliens* (Smith.) Bréb. Ralfs l. c. Tab. I, fig. 1.
Long. cell. = 13·2 μ — 16·6 μ, lat. = 16·6 μ, crass. = 16·6 μ
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 17. *H. indica* Turner, Freshwater Algae of East India, pag. 152. Tab. XXII, fig. 17. et Tab. XIX, fig. 18.
var. *javanica* nob. nov. var. **Tab.** XXXVI, fig. **2.**
Varietas cellulis medio minus evidenter incisis, membrana distincte transverse punctata.
Long. cell. = 11 μ — 14·4 μ; lat. = 11 μ; crass. vag. = 26·4 μ
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† Gen. **Spondylosium Bréb.**

† 18. *S. nitens* (Wallich) Archer. *(Leuronema nitens* Wallich)
var. *triangulare* Turner, Freshwater Algae of East India, pag. 44. Tab. XVIII, fig. 17.
forma *javanica* nob. **Tab.** XXXVI, fig. **3.**
Forma cellulis apice non truncatis, 28·6 μ longis, 14 μ — 16 μ latis, isthmo 8 μ lato.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. **Onychonema Wallich.**

19. *O. leve* Nordst. Symb. ad fl. Bras. Tab. III, fig. 34; Wolle Desm. Un. St. Tab. IV, fig. 7; Delponte Spec. Desm. subalp. Tab. III, fig. 27 — 33.
Long. cell. s. proc. = 22 μ; lat. s. acul. = 26·4 μ — 29 μ, c, acul. = 34 μ — 37·4 μ; isthm. = 6·6 μ
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.
† var. *latum* West, North Amer. Desm. pag. 232. Tab. XII, fig. 18.
Hab.: cum. typo.

† Gen. **Phymatodocis Nordst.**

† 20. *Ph. irregulare* Schmidle, Die von Prof. Dr. Volkens und Dr. Stuhlmann in Ost-Afrika ges. Desmid. in Englers

bot. Jahrb. XXVI B., H. 1, 1898, pag. 13. Tab. I, fig. 3—9., var. *intermedium* nob. nov. var. **Tab.** XXXVI, fig. **4** *a, a', a'', b, c, d, d', d'', d'''.*

Varietas typo maior, quod ad habitum lateralem cellularum maxime ad specimina ceylonica (Cfr. W. West and G. S. West, The freshwater Algae of Ceylon, pag. 175. Tab. XXII, fig. 32., 33.) accedens, dimensionibus autem relativis (lat.: long.) et aspectu verticali valde diversa est.

Cellulae enim e vertice visae radiis binis brevibus apice quidem subtruncatis, binis longioribus apice rotundato conicis, omnibus tamen plus vel minus distincte tuberculatis; marginibus omnibus (nonnunquam uno laterali excepto) valde concavis fere ut apud *Phym. alternans.* Membrana cellularum adultarum brunnea, dense punctata, cellularum autem iuniorum hyalina, indistincte punctata aut glabra. Zygotae magnae, elliptice rectangulares, apicibus subtruncatis, ante apices modice constrictae, medio leviter tumidae; membrana zygotarum glabra, crassa, hyalina.

Long. cell. = 33 μ; lat. cell. = 61·6 — 70·4 μ; isth. = 22 μ — 24 μ — 26·4 μ; crass. cell.: e latere = 44 μ — 61·6 μ — 63·8 μ, e ventre = 48·4 — 50·6 μ, e tergo = 46 μ

Zygotae: 55 μ — 63 μ — 66 μ longae, 33 μ — 37 μ — 42 μ in medio, 26·4 μ — 28·6 μ ad apices latae.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor (abundanter!)

Varietas nostra medium locum inter *Ph. irregulare* Schmidle et *Ph. alternans* Nordst. tenet. *Phymatodocidi irregulari* quod ad aspectum lateralem, ventralem atque dorsalem simillima etiam structura massae chlorophyllaceae atque constrictione mediana ad speciem Schmidlei valde accedit, aspectu verticali vero magis ad speciem Nordstedtii spectat, qua cum specie latera semicellularum valde concava varietatem nostram iungunt. Radiis tamen ventralibus longioribus, dorsalibus brevioribus — varietas nostra speciei a Schmidle descriptae magis affinis est. Ab omnibus adhuc cognitis speciebus membrana brunnea punctata (porrosa) et latitudine cellularum varietas nostra valde diversa.

Zygotae cum iis a cl. Löfgren apud *Phymatodocis alternans* (Löfgren in litt. ad Nordstedt), quarum figuram Dr O. Nordstedt benevolentissime mihi in litt. communicaverat, fere congruunt.

Gen. Gonatozygon De Bary.

† 21. *G. pilosum* Wolle for. *evoluta* Turner, Freshwater Algae of East. Ind., pag. 25. Tab. XX, fig. 2.
Long. = 165 μ, lat. med. = 12 μ, lat. ap. = 14 μ
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. Cylindrocystis Menegh.

22. *C. Brebissonii* Menegh. De-Toni Sylloge, pag. 815. (*Penium Brebissonii* Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXV, fig. 6).
Hab.: cum specie antecedenti.

Gen. Closterium Nitzsch.

† 23. *C. obtusum* Bréb. Klebs, Desm. Ostpr. Tab. I, fig. 2 b.
Long. = 143 μ, lat. = 16·6 μ; lat. apic. = 4·4 — 2·2 μ
Hab.: ad Tijtajam in stagno.

† 24. *C. juncidum* Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXIX, fig. 6.
for. *recta* nob. nov. for. **Tab.** XXXVI, fig. **5.**
Forma 266 μ longa, 11 μ lata, apicibus 7 μ latis, membrana subtilissime striata.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 25. *C. angustatum* Kuetz. Ralfs Brit. Desm. Tab. XXIX, fig. 4.
Hab.: cum antecedenti.

† 26. *C. directum* Archer. for. *gracilior* nob. **Tab.** XXXVI, fig. **6.**
Forma 324 μ longa, 11—13 μ lata, apicibus 6·6 μ latis; membrana lutea, subtile striata.
Hab.: cum antecedenti.

† 27. *C. striolatum* Ehrenb. Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXIX, fig. 2.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.
var. *tumidum* Rabenh. Ralfs l. c. fig. 2 d.
Long. = 198 μ, lat. = 26 μ, striae 5·5 in 10 μ
var. *Sitvense* nov. var. **Tab.** XXXVI, fig. **7.**
Varietas diametro 9-plo longius, striis validioribus 5·4 in 10 μ, membrana brunnea, apicibus in margine dorsali subdilatatis.
Long. = 250 μ, lat. = 26·4 μ, lat. apic. 9 μ.
Varietas nostra medium locum inter *Cl. striolatum* et *Cl. costatum* tenet; apicibus autem *Cl. subtruncatum* West, Singapore pag. 159. Tab. VIII, fig. 4. in memoriam revocat; sed apicibus multo angustioribus striisque distantioribus plane diversa est.

Hab.: eodem loco cum var. *tumidum* et cum formis typicis.

28. *C. Delpontii* (Klebs) De-Toni l. c. pag. 832. *(Cl. crassum* Delp. Spec. Desm. subalp., pag. 217. Tab. VIII, fig. 22—30).

† forma membrana lutea subtile striata, 495 μ longa, 44 μ lata, apicibus 7 μ latis. **Tab.** XXXVI, fig. **8.**

† forma *sculpta* nob. **Tab.** XXXVI, fig. **9.**

Forma typo crassior, striis transverse lineis tenuibus interruptis, membrana brunneo-lutea.

Long. = 638 μ — 655 μ, lat. = 57 μ, lat. apic. = 12 μ — 13 μ; striae 6·36 in 10 μ.

Hab.: cum forma antecedenti ad Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 29. *C. anastomosans* West, The Freshwater Algae of Ceylon, pag. 137. Tab. XVIII, fig. 24—26.

var. *glabrum* nob. nov. var. **Tab.** XXXVI, fig. **10.**

Varietas cellulis apices versus magis attenuatis, membrana luteola, glabra.

Long. = 292 μ, lat. = 12 μ, lat. ap. = 6·6 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 30. *C. Cornu* Ehrenb. Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXX, fig. 6.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

var. *javanicum* nob. nov. var. **Tab.** XXXVI, fig. **11.**

Varietas 140 μ — 163 μ longa, 4·4 μ — 5·5 μ lata, apicibus tantum 2 μ latis, membrana hyalina, luteola; suturis medianis tribus.

Hab.: cum typo.

31. *C. acutum* (Lyngb.) Bréb. in Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXX. fig. 5.

Hab.: Tijtajam in stagno.

† 32. *C. sublineatum* nov. spec. **Tab.** XXXVI, fig. **12.**

Closterium cellulis e cylindrico medio polos versus sensim attenuatis lenissimeque incurvis, apicibus truncatis; pyrenoidibus secus seriem unicam axilem dispositis; suturis medianis tribus, membrana distincte striata.

Long. = 460 μ, lat. = 17·7 μ, lat. ap. = 6·6 μ; striae 4·5 in 10 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Species nostra *C. lineato* Ehrenb. proxima, differt cellulis minus incurvis et angustioribus, apicibus truncatis striisque distantioribus.

† 33. *C. Dianae* Ehrenb. Klebs, Desm. Ostpr. Tab. I, fig. 13 a.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 34. *C. lagoënse* Nordst. in Warming, Symbolae ad fl. Brasiliae cen-

tralis cognoscendam. Tab. II, fig. 2. De-Toni, Sylloge pag. 840.
var. *crassius* nob. nov. var. **Tab.** XXXVI, fig. **13.**

Varietas typo maior, cellulis apices versus sensim attenuatis, apicibus crassioribus, media in parte stria transversali unica ornatis; membrana luteo brunnea.

Distantia apicum inter se: 180·4 μ — 204·6 μ — 220 μ.
Latitudo cellulae : 35·2 μ — 35·2 μ — 37 μ.
„ apicum = 11 μ; striae 5·45 — 3·63 — 4·54 in 10 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 35. *C. nematodes* Joshua, Burmese Desm. Tab. XXII, fig. 7.
forma **Tab.** XXXVI, fig. **14.**
Long. (distan. ap. int. se) = 226·6 μ, lat. = 26·4 μ, lat. apicum ex 9 μ in 4·4 μ! Membrana luteola, striata.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

36. *C. parvulum* Naeg. Einz. Alg. Tab. VI, C, fig. 2., De-Toni l. c. pag. 841.
Long. = 59·4 μ, lat. = 6·6.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 37. *C. Archerianum* Cleve in Lund., Desm. Suec. Tab. V, fig. 13.
var. b) *compressum* Klebs. Desm. Ostpr. pag. 13. Tab. I, fig. 11 a.
Long. = 88 μ, lat. = 13·2, lat. apic. 3·3 μ — 2·2 μ; striae 5 in 10 μ; membrana luteolo-brunnea.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 38. *C. Jenneri* Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXVIII, fig. 6.
Hab.: in stagno Tijtajam.

† 39. *C. subscoticum* nov. spec. **Tab.** XXXVI, fig. **15.**

Closterium lineare, lenissime curvatum, apices versus leniter sensimque attenuatum, apicibus ipsis paullulo dilatatis, rotundato truncatis et quasi indistincte subrefractis. Suturis medianis 5 et 2—3 transversalibus inter medium et apicem utriusque semicellulae sitis. Membrana luteola, glabra.

Long. = 286 μ, lat. = 9·9 μ, lat. ap. = 7·7 — 6·6 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Species nostra maxime *Cl. scotico* Turner in Roy et Bisset, On Scottish Desmidieae, pag. 57. Tab. (IV) VIII, fig. 8. affinis esse videtur, curvatura autem distinctiore, suturis transversalibus atque apicibus truncatis valde abhorret.

† 40. *C. Nordstedtii* nov. spec. **Tab.** XXXVI, fig. **16.**

Closterium valde elongatum, polos versus sensim ad $^1/_3$ par-

tem latitudinis attenuatum, dorso lenissime polos versus arcuato, ventre leniter tumido, apicibus suboblique truncatis. Membrana luteola, suturis nullis, costis validis.

Long. = 682 μ — 730 μ, lat. = 19 μ — 20 μ, lat. apic. = 6·6 μ, striae 3·9 — 4·5 in 10 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Cl. pronum Bréb. forma Raciborski, Desmidye zebrane przez Dra E. Ciastonia w podróży naokoło ziemi, pag. [369]9—[370] 10, Tab. VI, fig. 40. similis sed multo minus!

† 41. *C. constrictum* nov. spec. **Tab.** XXXVII, fig. **17.**

Magnum 12·5-plo diametro longius, lenissime incurvum, dorso et ventre subparallelis ante polos suturis transversis *(a a* in figura nostra 17. a) constrictum, polos versus sensim tumidulum, subinde ad 2·5 partes latitudinis attenuatum, polis lato rotundatis. Pyrenoidibus in semicellula 20 secus seriem simplicem dispositis, locello terminali magno; membrana subtile punctata, ad apices ipsos punctis maioribus (porris) obsessa atque brunnea.

Long. cell. = 550 μ, lat. med. = 44 μ, lat. apic. = 17·6 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. **Penium Bréb.**

† 42. *P. margaritaceum* (Ehrenb.) Bréb. Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXV, f. 1. c—e.

Hab.: cum specie antecedenti.

† 43. *P. lagenarioides* Roy in Bisset, List of Desmids found in gatherings made in the neighbourhood of Lake Windermere during 1883, pag. 6. [197.], fig. 6.

var. *intermedium* nob. nov. var. **Tab.** XXXVII, fig. **18.**

Varietas nostra var. *sydneyense* Racib., Desm. Ciastonia, pag. 368. Tab. VI, fig. 3. proxima, sed minor et ad polos minus attenuata.

Long. = 66 μ, lat. = 29 μ, constrictio mediana 26·4 μ lat., marg. apic. = 15·4 μ — 17 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 44. *P. delicatulum* Joshua, Burmes. Desm. Tab. XXV, fig. 9—10. De-Toni, Sylloge pag. 857.

var. *perforatum* nob. nov. var. **Tab.** XXXVII, fig. **19.**

Varietas prae latitudine brevior, apicibus magis rotundato obtusatis atque porris 6—8 perforatis.

Long. = 48·4 μ, lat. = 22 μ, isth. = 19—20 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 45. *P. spirostriolatum* Barker, West, Variat. in the Desm. Tab. VIII, fig. 3.
Long = 130 μ, lat. = 17 μ, lat. ap. = 13 μ, striae 5 in 10 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 46. *P. closterioides* Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXXIV, fig. 4.
Hab. cum specie antecedenti.
var. *subcylindricum* Klebs, Desm. Ostpr. Tab. III, fig. 2 c.
Hab.: cum typo.

† 47. *P. diadematum* nov. spec. **Tab.** XXXVII, fig. **20.**
Magnum, cellulis cylindricis, medio leniter constrictis, apices versus sensim et indistincte attenuatis, apicibus rotundato subtruncatis; membrana summa fronte intus incrassata et porris 3 perforata, ceterum tenuis, glabra, tantum ante polos coronula singula granulorum parvorum exornata. Chlorophoro in medio cellulae interrupto, pyrenoidibus in unaquaque semicellula binis axilibus.
Long. cell. = 86 μ, lat. = 35 μ, lat. isth. = 33 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 48. *P. lamellosum* Bréb., Delp. Spec. Desm. subalp. Tab. XV. fig. 11.
Long. = 418 μ, lat. = 82 μ, lat. medii = 79 μ, lat. ap. = 33.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor et in stagno Tijtajam.

† 49. *P. crassiusculum* De Bary, De-Toni, Sylloge pag. 865. *(Penium Brebissonii* var. *crassiusculum* Klebs, Desm. Ostpr. Tab. III, fig. 1 b).
Hab.: in stagno Tijtajam.

Gen. Triploceras Bail.

50. *T. gracile* Bail., Nordst. Freshw. Alg. of New Zeal. and Austr. pag. 64, 65; W. B. Turner, Freshw. Alg. of East India pag. 25. 26. Tab. II, fig. 1—4; W. West and G. S. West, On Some North American Desm. pag. 236. Tab. XIII, fig. 9—13; *Docidium gracile* Wittrock, Anteckning. Skand. Desm. pag. 21. Tab. I, fig. 10; Borge, Austral. Süssw. — Chloroph. pag. 28. Tab. IV, fig. 57—59.

E formis, quas observavi α) alterae maxime ad formam a W. West et G. S. West l. c. Tab. XIII, fig. 9—10 atque a Borge l. c. fig. 57, β) alterae autem ad * *aculeatum* Nordst., Borge l. c. Tab. IV, fig. 59. accedunt. *Cfr.* **Tab.** XXXVII, fig. **21** α, β.

α) Long. = 323 μ — 374 μ, lat. s. acul. = 16·6 μ, c. ac. = 33 μ — 35 μ, lat. apic. s. ac. = 14·4 μ, c. ac. = 26·4 μ.
β) Long. = 668 μ, lat. s. acul. = 24 μ, c. ac. = 53 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. Docidium Bréb.

51. *D. Baculum* Bréb., W. West et G. S. West, Some North American Desm. pag. 234. Tab. XII, fig. 35.
Long. = 264 μ, lat. inflat. = 11 μ, lat. isth. = 8·8 μ, constrict. supra inflat. = 7 μ, lat. apic. = 8 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. *Disphinctium Naeg.*

† 52. *D. zonatum* (Lund.) De-Toni, Sylloge pag. 883. (*Cosmarium zonatum* Lund. Desm. Suec. Tab. III, fig. 18).
for. *javanica* nob. nov. for. **Tab. XXXVII, fig. 22.**
A forma typica (Lund. l. c.) differt membrana tantum quattuor seriebus punctuorum ornata, in vertice intus 3 verruculis praedita, isthmo saepe latiore vel angustiore.
Long. = 46 μ — 52·8 μ, lat. = 24 μ — 26 μ, lat. isth. = 7—8—11 μ, lat. apic. 14 μ — 16·6 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.
Forma *javanica* formae a B. Eichler in Pamiętnik fizyograficzny V. XIV, pag. 126. Tab. II, fig. 16. a. (superior) descriptae proxima sed maior; quod ad dimensiones cum speciminibus a W. West et G. S. West, The Freshw. Algae of Ceylon, pag. 163 commemoratis identica est, sed granulis alio modo dispositis differt.
* 53. *D. connatum* (Bréb.) De-Bary. (*Cosm. connatum* Bréb. Ralfs Brit. Desm. Tab. XVII, fig. 10).
† 54. *D. Cylindrus* (Ehrenb.?) Naeg. (*Penium Cylindrus* (Ehrenb.) Bréb. Ralfs l. c. Tab. XXV, fig. 2.
Hab.: cum specie antecedenti ad Sitve Tjibenong.

Gen. Pleurotaenium Naeg.

† 55. *P. subcoronulatum* (Turner) W. West et G. S. West. The Fresh. water Algae of Madagascar pag. 44. Tab. V, fig. 33. (*Docidium subcoronulatum* W. B. Turner, Freshw. Algae of East India, pag. 29. Tab. III, fig. 1).
Long. = 300 μ, lat. = 35 μ, lat. isth. = 37 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 56. *P. excelsum* (Docidium excelsum Turner. Freshwater Algae of East India, pag. 31).

var. *gracilius* nob. nov. var. **Tab.** XXXVII, fig. **23.**

A typo (Turner l. c.) differt varietas nostra cellulis 28-plo et ultra longioribus quam latioribus, ad isthmum utrinque inflationibus maioribus, supra partes basales utrinque 2 tantum tumoribus. Membrana maculata, maculae elongatae.

Long. = 422 μ., lat. = 14·4 μ., lat. infl. bas. = 17·7 μ., lat. constr. = 11 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

57. *P. Ehrenbergii* (Ralfs) Delp. Spec. Desm. subalp., Tab. XX, fig. 1 -7.

Long. = 502 μ., lat. = 24 μ., lt. infl. = 29 μ., lat. isth. = 24 μ., lat. ap. = 22 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

58. *P. nodosum* (Bail.) Lund. De-Toni, Sylloge pag. 901. **Tab.** XXXVII, fig. **24.**

Long. = 378 μ. — 385 μ. — 387 μ.; lat. = 94·6 μ. — 81 μ. — 92 μ.

Lat. isth. = 33 μ. — 33 μ. — 37 μ.; lat. apic. c. acul. = 44 μ. — 42 μ. — 46 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 59. *P. Kayei* (Arch.) Rabenh. Fl. eur. alg. III, pag. 439; Archer, New Docid., in Dubl. Nat. H. Soc. Pr., pag. 84. Tab. II, fig. 2; Quart. Journ. Micr. Scien. pag. 296. Tab. VII, fig. 2; W. West et G. S. West, The Freshwater Algae of Ceylon 1902, pag. 141. Tab. XVIII, fig. 33, 34; *Docidium horridum* Borge, Austr. Süsswass.-Chloroph., pag. 28. Tab. IV, fig. 55 (sec. W. West et G. S. West l. c. pag. 141).

Tab. XXXVII, fig. **25.**

Long. = 328 μ. — 330 μ., lat. basalis = 48 μ. (c. acul. = 66·8) — 55 μ.

Lat. isth. = 42 μ. — 35 μ., lat. apic. = 33 μ.; long. acul. = 11 μ.

Formae a nobis scrutatae potius ad formas a Borge delineatas accedunt, et quoniam numerus verticillorum semicellularum variabilis est (ut figura nostra 25. a. docet) cum formis Borgei identicae. Si autem figuras Borgei nostrasque cum figuris Westorum (l. c.) comparaverimus, figuras Westorum prominentiis alio modo configuratis diversas esse, facile persuasum nobis erit.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 60. *P. minutum* (Ralfs) Delp. (*Docidium minutum* Ralfs. Brit. Desm. Tab. XXVI, fig. 5) De-Toni Sylloge pag. 904.
Long. = 121 μ, lat. = 11 μ, lat. ap. = 8·8 μ, lat. isth. = 9 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. Pleurotaeniopsis Lund.

† 61. *P. pseudoconnata* (Nordst.) Lagerh., Algol. Bidrag II. pag. 197. De-Toni l. c. pag. 908.
var. *ellipsoidea* West W. et G. S. West, A Contribution to the Freshwater Algae of Ceylon, pag. 168. Tab. XX, fig. 43—45.
for. *maior* nob. nov. form. **Tab.** XXXVII, fig. **26.**

Forma semicellulis polos versus paulo angustatis, apicibus subtruncatis; membrana punctis maioribus et inter eos subtillissimis exornata.

Long. cell. = 73 μ — 77 μ, lat. = 55 μ — 57 μ — 59 μ; lat. isth. = 46 μ — 48·4 μ; crass. cell. = 48 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Forma nostra a varietate Westorum (l. c.) differt dimensionibus relativis i. e. longitudine prae latitudine minore, isthmo prae latitudine latiore et crassitudine cellularum.

* 62. *P. maculatiformis* Schmidle, Einige Algen aus Sumatra. pag. 301. Tab. IV, fig. 3 et 4.
† var. *maior* nob. nov. var. **Tab.** XXXVII, fig. **27.**

Typo maior, angulis basalibus subrotundatis, membrana dense punctis maioribus et praeterea subtilibus obsessa, taeniis chlorophyllaceis in unaquaque semicellula 4 (e fronte conspicuis). Semicellulae e latere visae ovatae, angulis basalibus late truncatis.

Long. = 176 μ, lat. = 88 μ, isth. = 44 μ, lat. marg. apic. = 35 μ, crass. cell. = 66 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Varietas nostra *C. pseudopachydermo* Nordst., Freshwater Algae collected by Dr S. Berggren in New-Zealand and Australia pag. 53. Tab. V, fig. 20. quod ad angulos semicellularum basales affinis, structura massae chlorophyllaceae plane diversa est et ad *C. maculatiforme* Schmidle maxime accedit.

Gen. Xanthidium Ehrenb.

† 63. *X. Raciborskii* nov. spec. **Tab.** XXXVII, fig. **28.**

E fronte visum fere aeque longum ac latum, medio sinu extus acutangulatim ampliato intus breve lineari profunde constrictum; semicellulis trapezoideo subhexagonis, lateribus rectis vel paulo retusis, apice late truncatis, angulis basalibus spinis binis in margine spinaque una infra marginem, angulis superioribus autem spinis singulis vel binis munitis. E latere visum biscotiforme, semicellulis paene circularibus ad polos spinis singulis aut binis, ad angulos basales spinis quattuor (typice) secus angulos deltoideos ordinatis — nonnunquam autem spina accesoria (quinta) munitis. Semicellulae e vertice visae elliptice lenticulares medio utrinque incrassatae ad polos in spinam singulam exeuntes supraque hanc spinis tribus in triangulum positis donatae. Membrana granulata; pyrenoides bini, massa chlorophyllacea e taeniis radiatim dispositis.

Long. cell. sine acul. = 41·8 μ, c. acul. = 44 μ,
Lat. „ „ „ = 39·6 μ — 41·8 μ, c. acul. = 42 μ — 44 μ,
„ marg. apic. = 22 μ, isth. = 14·4 μ — 16·6 μ — 17·6 μ.
Crass. cellulae = 24 μ — 26·4 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Xanthidium variabile W. West et G. S. West. Notes on Freshwater Algae. Journal of Botany 1900. pag. 291.; *Xanthidium Smithii* Arch. var. *variabile* G. S. West. On Variation in the Desmidieae. Linnean Society's Journal-Botany XXVII. 1899. pag. 386. Tab. VIII. fig. 20—22 et W. West and G. S. West, On some new and interesting Freshwater Algae, Journal R. Microscop. Soc. 1896, pag. 156. Tab. IV, fig. 40 speciei nostrae affine esse videtur, sed lateribus rectis, aculeis 3 in angulis basalibus atque superioribus, aspectu verticali elliptico (non lenticulari) utrinque alio modo tumido, membrana levi et dimensionibus — species a W. West et G. S. West descripta plane diversa est.

Xanthidium Smithii Archer var. *variabile* Nordstedt, Freshwater Algae collected by Dr S. Berggren in New Zealand and Australia, pag. 44. Tab. IV, fig. 27—29, quod ad aspectum frontalem speciei nostrae subaffine est, sed aspectu verticali ob polos retusos atque laterali ob tumorem rotundatum vel biaculeatum valde abhorret et praeterea dimensionibus atque membrana levi multo alia est. Quae planta Nordstedtii cum specie ab auctoribus W. West et G. S. West l. s. c. sub nomine *Xanthidium variabile* descripta non est identica, ut ex verbis ipsorum auctorum in Linnean Society's Journal-Botany XXVII, pag. 386. „There are three

spines at each of the basal angles, these showing most distincly at each of the poles of the vertical view. The latter are described and figured by Nordstedt (l. c.) as truncate, but I always find them to be rounded" atque ex ipso Nordstedt in litteris 17. V, 1902. a. ad me datis facile cognoscitur. Speciem igitur a cl. W. West et G. S. West descriptam separatam (propriam) habendam esse puto eique nomen *X. Westianum* propono.

† form. *protracta* nobis nov. for. **Tab.** XXXVIII, fig. **29.**

Forma lateribus valde retusis, angulis superioribus conice protractis.

Long. s. acul. = 44 μ, c. acul. = 51 μ; lat. sin. ac. = 42 μ. c. ac. = 46 μ, lat. isth. = 14·4 μ.

Hab.: cum forma typica.

64. *X. acantophorum* Nordst. De Alg. et Characeis Mus. Lugd. Batav. pag. 11, fig. 20. (= *Arthrodesmus acanthophorus* Racib. Nowe Desmid. pag. 25).

† var. *Raciborskii* nov. var. **Tab.** XXXVIII, fig. **30.**

Varietas sinu ampliato, membrana semicellularum in medio incrassata, scrobiculis nonnullis maioribus in quattuor series transversas dispositis et supra isthmum papila unica hemisphaerica ornata. Semicellula e basi visa elliptica in utroque polo truncata, utrinque 4—5 crenata et intra marginem ad isthmum utrinque papilla praedita, e latere visa circulari-elliptica, utrinque tricrenata, ad polos truncata aculeis binis magnis munita; ceterum 8 aculei conspicui.

Long. cell. s. ac. = 44 μ — 46 μ, c. ac. = 61·6 μ — 66 μ, lat. s. ac. = 41·8 μ — 44 μ, c. ac. = 55 μ — 66 μ, long. acul. = 8·8 μ, lat. isth. = 13·2 μ — 14·4 μ, crass. corpor. = 26·4 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. Cosmarium Corda.

† 65. *C. quadratulum* (Gay) De-Toni, Sylloge, pag. 934. *Euastrum quadratulum* Gay, Essai Monogr. Conjug. pag. 58. Tab. I, fig. 15.).

for. *javanica* nob. nov. for. **Tab.** XXXVIII, fig. **31.**

Forma nostra a typo (Gay l. c.) differt semicellulis lateribus et apice rectis, non „vix sinuatis".

Long. = 16·6 μ, lat. = 11 μ, lat. isthm. = 2·2 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 66. *C. mediocrobiculatum* W. West et G. S. West, The Freshwater Algae of Ceylon, pag. 169. Tab. XXI, fig. 1.

var. *egranulatum* nov. var. **Tab.** XXXVIII, fig. **32.**

Varietas typo maior, ad dimidium sinu mox ampliato constricta; semicellulis trapezice-vel elliptice-hexagonis, angulis lateralibus rotundatis obtusis, paulo incrassatis, lateribus apicem versus conniventibus. Membrana non granulata, scrobiculis parvis ornata, in centro scrobiculis 19 maioribus. Pyrenoides bini.

Long. = lat. = 46 μ, lat. isth. = 22 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

A typo differt imprimis membrana egranulata, marginibus perfecte glabris, angulis lateralibus paullulo sed evidenter subproductis et incrassatis isthmoque latiore.

† 67. *C. pseudospeciosum* Racib. Desm. zebr. przez Dra E. Ciastonia w podróży naokoło ziemi, pag. [364] 4. Tab. VI, fig. 21.

Forma: 22 μ longa, 13 μ lata, isthmo 4·4 lato.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 68. *C. minutum* Delp. Spec. Desm. subalp. Tab. VII. fig. 37—39

Long. = 39·6, lat. = 30·8 μ, lat. isth. = 8·8 μ, lat. marg apic. = 11 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

for. *javanica* nob. **Tab.** XXXVIII, fig. **33.**

Forma maxime ad for. *novizelandicam* Nordst. Freshwater Algae coll. by Dr. S. Berggren in New. Zeal. and Austr. pag. 60. Tab. VII, fig. 28. accedens, sed membrana punctata.

Long. = 30·8 μ, lat. = 24 μ — 26·4 μ; lat. isth. = 5·5 μ — 6·6 μ, crass. = 16·6 μ.

Hab. cum forma typica.

C. ellipsoideum for. *minor* W. West et G. S. West, Freshw. Algae of Madagascar Tab. IX, fig. 25. et *C. contractum* Kirchn West l. c. pag. 70. Tab. VIII, fig. 5. formae nostrae similia sunt

† 69. *C. Tjibenongense* nov. spec. **Tab.** XXXVIII, fig. **34.**

Cosmarium ultra 1·5-plo longius quam latius, sinu amplo rectangulato usque ad $^1/_3$ partem latitudinis constrictum. Semicellulis elliptico hexagonis isthmo ad 2·8 μ longo conjunctis, angulis lateralibus rotundatis, apicibus rotundato-truncatis; semicellulae a latere visae circulares. Membrana irregulariter subtilissime punctata. Pyrenoides singuli.

Long. cell. = 48·4 μ, lat. = 30·8 μ, lat. isthmi = 6·6 μ.

Cosmario averso West, The Freshwater Algae of Madagascar pag. 70. Pl. VIII, fig. 6—7. species nostra affinis, sed forma semicellularum, isthmo elongato et sinu rectangulato atque dimensionibus diversa est.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 70. *C. dorsitruncatiforme* nov. spec. **Tab.** XXXVIII, fig. **35.**

Paulo latius quam longius, sinu lineari angusto, extremo ampliato profunde constrictum; semicellulis transverse ovato reniformibus, angulis basalibus rotundato obtusis, dorso rotundato aut truncato. Membrana quincuncialiter granulata; pyrenoides bini. Semicellulae e vertice visae ellipticae.

Long. = 37·4 μ — 41·8 μ; lat. = 46 μ — 48·4 μ, isth. = 18·8 μ — 22 μ.

Species nostra *Cosmario Scenedesmo* Delp. Desm. subalp., pag. 101. Tab. VII, fig. 28—34. et var. *dorsitruncato* Nordst., Freshw. Algae of N. Zeal. and Australia, pag. 59. Tab. III, fig. 15. valde similis, pyrenoidibus binis et granulis membranae maioribus plane distinguitur.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 71. *C. suberosum* nova spec. **Tab.** XXXVIII, fig. **36.**

Cosmarium paulo latius quam longius, sinu acutangulo mox ampliato profunde constrictum; semicellulis oblonge reniformibus, utroque polo truncatis et mucronulis perparvis binis vel tribus munitis; semicellulis e vertice visis ellipticis utroque polo mucronatis; pyrenoidibus in utraque semicellula binis; membrana grosse punctata.

Long. = 42 μ — 44 μ, lat. c. mucr. = 48·4 μ — 50·6 μ, lat. isth. = 22—24 μ, crass. = 22 μ — 28·6 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Cosm. erosum Delp., Spec. Desm. subalp. pag. 117. Tab. VIII, fig. 24. speciei nostrae proximum est. Aspectu autem verticali, longitudine prae latitudine, isthmo prae latitudine species nostra plane differt. [Cfr. etiam *C. auriculatum* Reinsch in Turner, Freshwater Algae of East India, pag. 50, Nr. 18. Tab. VII, fig. 35. et IX, fig. 8 a atque *C. subauriculatum* W. et G. S. West, forma Schmidle, Algen aus dem Nyassasee und seiner Umgebung, pag. 68. Tab. I, fig. 24].

† 72. *C. Treubii* nov. spec. **Tab.** XXXVIII, fig. **37.**

Cosmarium minutum, fere tam longum quam latum, medio sinu lineari angustissimo extrorsum parum ampliato profunde con-

strictum; semicellulis basi subrectis, angulis omnibus rotundatis, lateribus fere rectis, dorso truncato; semicellulae e vertice spectatae lenticulari ellipticae medio utrinque prominentiis binis ornatae, e latere visae circulares. Membrana verrucis parvis acutis in series verticales dispositis ornata. Verrucae in marginibus lateralibus maiores, in margine apicali autem minores. Pyrenoides singuli.

Long. = 16·6 μ—17·7 μ, lat. = 14·4 μ—16·6 μ, lat. isth. = 5 μ.

Cosmarium orthostichum Lund., Desm. Suec. pag. 24. Tab. II, fig. 9. et 10., atque *Cosmarium creperum* West, The Freshwat. Algae of Madagascar pag. 63, Tab. VII, fig. 11. speciei nostrae affinia sunt, sed species ante citata dimensionibus et aspectu verticali, posterius citata autem iisdem rebus atque pyrenoidibus binis valde diversa est.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

* 73. *C. pachydermum* Lund., Klebs G., Desm. Ostpr. Tab. III, fig. 38.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 74. *C. trachypleurum* Lund., Desm. Suec. pag. 27, Tab. II, fig. 12. var. *Nordstedtii* nov. var. **Tab.** XXXVIII, fig. **38.**

Varietas typo minor; paulo longior quam latior, medio sinu angustissimo lineari intus ampliato ad $^3/_4$ partes constrictum. Semicellulae subreniformes, angulis inferioribus rectis idcirco ad basim rectae, medio dorso truncatae et nudae, in margine utroque laterali et intra eum verrucis acutis conicis in series periphericas dispositis munitis, intra marginem dorsalem verrucis nullis aut 4 rotundatis. Centrum uniuscuiusque semicellulae verrucis 7 (6 periphericis, 1 centrali) magnis, hemisphaericis et punctis inter verrucas ornatum, aut punctis carrens. Semicellulae a vertice visae ellipticae, medio utrinque verrucis ternis vel quaternis hemisphaericis intus excavatis ornatae, intra marginem medianum eisdem verrucis et utrumque polum versus verrucis acutis instructae, in centro subtilissime punctatae. Pyrenoides in unaquaque semicellula bini.

Long. = 33 μ — 37 μ, lat. c. acul. = 29 μ — 31 μ — 33 μ, lat. s. ac. = 24 μ — 26·4 μ, lat. isth. = 8·8 μ; crass. cell. = 18·8 μ.

A typo varietas nostra differt dimensionibus minoribus, margine basali semicellularum recto, angulis inferioribus non rotundatis sed rectis et aculeo praeditis, verrucis intra marginem apicalem nullis vel quattuor rotundatis, verrucis ad utrumque marginem lateralem senis.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

75. *C. obsoletum* (Hantsch) Reinsch, Algenfl. von Franken, pag. 110. Tab. IX, fig. 5. Wille, Bidrag Sydam. Algenfl. pag. 16, Tab. I, fig. 33.

† var. *Sitvense* nov. var. **Tab.** XXXVIII, fig. **39.**

Typo multo maior, angulis basalibus semicellularum haud vel indistincte in apicem brevem subito acuminatis; dorso semicellularum subtruncato. Semicellulae e vertice visae ellipticae ad utrumque polum attenuatae; membrana granulata, granulis quincuncialiter dispositis.

Long. = 62 μ — 66 μ, lat. = 74·8 μ, isth. = 35 μ — 37·4 μ.; crass. = 39·6 μ — 41 μ.

† var. *scrobiculatum* nov. var. **Tab.** XXXVIII, fig. **40.**

Semicellulis dorso rotundatis, membrana praeter granula maiora punctis subtilibus et in centro semicellulae scrobiculis subirregulariter dispositis ornata.

Long. = 66 μ, lat. = 74·8 μ, isth. = 33 μ.

Hab.: cum varietate antecedenti ad Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 76. *C. subspeciosum* Nordst. Desm. arct., pag. 22. Tab. VI, fig. 13., sec. De-Toni, Sylloge. pag. 986.

form. *javanica* nov. for. **Tab.** XXXVIII, fig. **41.**

Long. = 44·4 μ — 48·4 μ, lat. = 33 μ — 39 μ, isth. = 11 μ — 13 μ, crass. = 28·6 μ.

Observatio: Nordstedt in Diagnosi l. c. conscripta „pyrenoidibus singulis(?)“ dicit, in diagnosi varietatis *validius* in Freshwater Algae of N. Zeal. and Austr., pag. 49. autem „pyrenoidibus binis(?)“ scribit. Specimina a nobis observata massam chlorophyllaceam bene conservatam habuerunt et speciem hanc binos pyrenoides posidere ratum faciunt.

Forma nostra aspectu frontali *Cosm. costatum* Nordst. in Johnson, Some new and rare Desmids of the United States 1895, pag. 293. Tab. CCXL, fig. 31. (quae species *C. pulcherrimi* (?) formam sistit — e Nordstedt, Index Desm., pag. 86!) valde in memoriam revocat; protuberantia centrali autem magis in transversum elongata, granulis interioribus singulis et aspectu laterali diversa est.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 77. *C. nudum* (Turner) [= *C. taxichondrum* Lund. var. *nudum* W. B. Turner, Freshwater Algae of East India, pag. 60. Tab. VIII, fig. 64].

var. *javanicum* nov. var. **Tab. XXXVIII, 42.**

Varietas typo maior, semicellulis e fronte visis apice minus obtusato, angulis inferioribus quasi subtilissime serratis, membrana evidenter concentrice punctata; e latere spectatis orbicularibus ad apices deplanatis, e vertice visis late lenticularibus. Pyrenoides bini.

Long. = 46 μ — 48 μ — 53 μ — 55 μ, lat. = 46 μ — 48·4 μ — 53 μ, lat. isth. = 11 μ — 13·2 μ, crass. cell. = 28·6 μ.

var. *compressum* nov. var. **Tab. XXXVIII, fig. 43.**

Varietas paulo minor angulis semicellularum incrassatis glabris (non punctatis et non serratis). Semicellulae e vertice visae medio utrinque marginibus parallelis ibique membrana incrassata. Pyrenoides bini.

Long. = lat. = 48·4 μ, lat. isth. = 11 μ, crass. = 28·6 μ.

Hab.: cum antecedenti varietate ad Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Formae a nobis descriptae atque delineatae quod ad habitum maxime ad *Cosmarium taxichondrum* Lund. accedunt et praecipue cum var. *nudum* a Turnero descripta congruunt. Si autem ita speciem cl. Lundellii, quam varietates a cl.: Lagerheimio, Boldtio, Raciborskio et recenter Westio in „The Freshwater Algae of Madagascar", pag. 66. et 67. descriptas atque in Tab. VII, fig. 2.—6. delineatas cum varietate *nudum* Turner et cum var. nostris comparaverimus, facile apparebit, varietates ultimo citatas ob „granula ornamentalia carentia" ad *C. taxichondrum* Lund. adnumerari non posse. Propterea „var. nudum" Turneri speciem propriam haben damputo eique varietates a nobis descriptas adiungo. Speciei *C. nudum* (Turner) Gutw. etiam *C. mordax* Turner l. c. pag. 50. Tab. VII, fig. 29. et Tab. IX, fig. 8. affine esse videtur, sed cellulis prae longitudine latioribus, angulis basalibus magis productis atque forma semicellularum valde abhorret.

C. Baileyi Wolle var. nostrae: *compressum* non dissimile, basi autem semicellularum recta, angulis basalibus haud productis et sinu lineari facile distinguitur. Etiam *C. taxichondriforme* Eichler & Gutwiński, De nonnullis speciebus algarum novarum 1894, pag. 8. [69], Tab. IV, fig. 23. non dissimile — pyrenoidibus singulis, atque angulis in aspectu laterali praecipue diversum est.

† 78. *C. praemorsiforme* nov. spec. **Tab. XXXVIII, fig. 44.**

Parvum, tam longum quam latum, sinu angusto lineari profunde constrictum, semicellulis late reniformibus, angulis basalibus rotundatis, apice truncatis inermibus, lateribus 7 verruculis dentatis.

Membrana granulato verrucosa: granula ad marginem apicalem et ad latera semicellulae parva, supra medium infra marginem apicalem multo maiora bina, infra ea in medio semicellulae bina aproximata, verrucis 6 in circulum apicem versus apertum dispositis circumdata. Semicellulae e vertice spectatae ellipticae, utrinque 3 verrucis magnis hemisphaericis ornatae.

Long. = 26·4 μ — 28·6 μ, lat. = 24·6 μ, isth. = 6·6 μ — 7 μ — 8 μ, crass. = 18·7 μ.

Species haec maxime *C. praemorsum* Bréb. in mentem revocat. eique quod ad semicellulas in „e fronte" simillimum, pyrenoidibus autem singulis et dimensionibus valde alia est.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

* 79. *C. Askenazyi* Schmidle, Algae aus Sumatra, pag. 304. Tab. IV, fig. 7.

forma *javanica* nob. **Tab. XXXVIII, fig. 45.**

Forma ad formam in Borge, Austr. Süssw. Chloroph, pag. 21. Tab. III, fig. 35. accedens, sed maior et incisura mediana magis et citius ampliata. Membrana subtilissime punctata et parvis verruculis acutis obsita.

Long. =	140·8 μ —	151·8 μ —	156·2 μ —	158 μ —	162·8 μ.
Lat. =	123·2 „ —	132 „ —	121 „ —	134 „ —	140 „
Isth. =	55 „ —	50·6 „ —	44 „ —	55 „ —	55 „
Apex. =	33 „ —	33 „ —	33 „ —	44 „ —	55 „

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

* 80. *C. pulcherrimum* Nordst. in Warming Symb. ad fl. Bras. Desm. Tab. III, fig. 24.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

var. *truncatum* Gutw. Flora glonów okolic Lwowa, pag. 58. Tab. II, fig. 21.

Hab.: cum typo.

† 81. *C. quadrifarium* Lund., Desm. Suec. pag. 32. Tab. III, fig. 12, Wolle, Desm. of the Un. States, 1884. Tab. XVII, fig. 16—18.

for. *stellata* nov. for. **Tab. XXXVIII, fig. 46.**

Forma quod ad numerum verrucarum marginalium semicellulae ad var. *brasiliense* Wille, Bidrag. Sydamer. Algfl. pag. 15. fig. 31. accedens, quod ad formam verrucarum autem cum typo congrua, differt ab omnibus speciminibus adhuc cognitis tumore mediano semicellularum magis elevato et alio modo — stellae ad instar —

granulato; granula enim 13 [1 medianum, 6 minoribus circumdatum, quibus 6 maiora exteriora alternant] in tumore centrali inveniuntur.

Long. = 44 μ, lat. = 35 μ, isth. = 13 μ, crass. = 26·4 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 32. *C. subbireme* nov. spec. **Tab.** XXXVIII, fig. **47.**

Cosmarium aeque longum ac latum, sinu acutangulo profunde constrictum; semicellulis e fronte visis transverse ellipticis, supra isthmum murice parvo praeditis, e vertice spectatis ellipticis polos versus acutatis medio utrinque murice parvo papilliformi instructis. Membrana glabra.

Long. = lat. = 11 μ, lat. isthmi = 3·3 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Species nostra maxime *Cosmarium bireme* Nordst. in Warming, Symbolae ad floram Basiliae centralis cognoscendam, Tab. III, fig. 33. in memoriam revocat. Semicellulis autem basi dorsoque haud truncatis, sinu acutangulo non lineari atque aspectu verticali polos versus acutiore a typo atque a varietatibus: *galiciense* Gutw., *maior* Schmidle, *crassum* West et *rotundatum* West atque a *Cosmario pseudobiremo* Boldt, Om Sibiriens Chlorophyllophycéer, Tab. V, fig. 6. valde et plane diversa est.

† *C. Malinvernianum* (Rac.) Schmidle var. *Badense* Schmidle, Chlorophyl. Flora der Torfstiche zu Virnheim, pag. 58. Tab. VII, fig. 21.

forma *tropica* nob. nov. for. **Tab.** XXXIX, fig. **48.**

Forma aspectu semicellularum magis compresso, apertura isthmi polos versus elongata, summo apice punctis 7 (1 mediano 6 periphaericis) ornata

Long. = 70·4 μ — 74·8 μ — 77 μ — 79 μ.
Lat. = 57·2 „ — 57·2 „ — 57·2 „ — 59·4 „
Isth. = 22 „ — 26·4 „ — 24 „
Crass. cell. = 33 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Observatio: Figura a cl. Schmidle l. c. delineata verisimiliter manca esse videtur; forma enim nostra apud tubum microscopicum altius positum eandem membranae medii semicellularum imaginem exhibit ac figura Schmidlei (Cfr. fig. nostr. *a''*), apud demissiorem autem situm tubi microscopici membrana in medio semicellularum eodem modo ornata apparet ut apud *C. tholiforme* Cohn, *C. decoratum* West, *Cosm. cosmetum* West.

† 84. *C. cuneatum* Joshua, Burmese Desmidieae, pag. 647. Tab. XXIV, fig. 17. et 18.

Tab. XXXIX, fig. 49—51.

Species valde variabilis, adhuc praeter Joshuam a Lagerheimio, W. et G. S. Westiis delineata, a me in speciminibus a Dre M. Raciborski collectis multis in exemplaribus inventa est. Species haec, ut ex iconibus et descriptionibus auctorum supra citatorum cum speciminibus meis comparatis facile cognoscitur, quod ad incisuram medianam, angulos basales atque ornamentationem centri uniuscuiusque semicellulae valde varia est.

W. West et G. S. West diagnosim et figuram Joshuae plenius reddere curant, cum in opere „A Contribution to the Freshwater Algae of Ceylon" in the Transactions of the Linnean Society of London, Vol. VI, Pars 3., 1902., pag. 173. scribunt: „Joshua's figure of Burmese specimens of this species is so very poor and inaccurate that we feel compelled to give a figure of some examples from Ceylon. The vertical view was well figured by Lagerheim in Bihang till K. Sv. Vet.-Akad. XIII, Afd. 3, nr. 9, tab. 1, fig. 4 c.

The basal angles of the semicells are faintly emarginate, and on each lateral margin are three very small papillae; otherwise the margin is quite smooth. The fourteen large flattened granules are entirely within the margin and are uniform in size".

Auctores tamen speciem Joshuae i. e. typicam non viderunt, quod dolendum est!

Quamquam enim figura a cl. Joshua delineata manca est, tamen ex comparatione figurae eius 18. (quae ex obliquo perbene delineata est) cum figura nostra 49. figuras has identicas esse facile apparet. Qua ex re sequitur, semicellulam supra isthmum in parte centrali verrucas 3 et supra eas 5 verrucas posidere, infra marginem autem 14 maioribus et in marginibus lateralibus utrinque 4 minoribus non tribus (ut W. West et G. S. West putant) ornatam esse, angulos basales vero non leniter emarginatos sed verrucis humilibus 3 praeditos esse.

Etiam quod 14 verrucas (granula) intra marginem semicellularum adtinet, in speciminibus typicis plane alia rei ratio est. Verrucae (granula) haec enim infra marginem dorsalem maiores atque subrectangulatae sunt infraque margines laterales autem magis rotundatae sunt et quantum ad angulos appropinguant minores fiunt.

Semicellulae e vertice visae a Lagerheimio in opere eius „Ueber Desmidiaceen aus Bengalen nebst Bemerkungen über die geographische Verbreitung der Desmidiaceen in Asien". Stockholm 1888. Tab. I, fig. 4. delineatae cum speciminibus typicis identicae esse videntur; semicellulae e latere visae fere globosae sunt, in margine apicali paullulo deplanatae, utrinque verrucis firmis hemisphaericis ornatae.

Membrana praeter granula supra commemorata 14 + 5 + 3, scrobiculis parvis verrucas 5 medianas circumdantibus et punctis subtilibus totam superficiem cellulae tegentibus praedita est.

Praeter formas nuper descriptas et in figura nostra 49. delineatas, quas typicas i. e. cum formis a Joshua descriptis identicas esse puto, observavi etiam formas duas: alteram — marginem dorsalem leniter crenatum, 14 verrucas infra marginem magis hemisphaericas (non rectangulatas) et centrum verrucis 6 in duas transversales et tres verticales series ordinatis ornatum praebentem. Quae forma verrucas tres in serie superiore sitas, scrobiculis parvis circumdatas, membranam autem subtilissime punctatam habet. Incisura mediana ut in forma typica anguste linearis, anguli basales oblique retusi et granulis humilibus ornati. Formam hanc **(Tab.** XXXIX, fig. **50)** *crenatam* appello. Forma illa marginibus dorsalibus crenato truncatis ad var. *indicum* Turner, Freshwater Algae of East India, pag. 62. Tab. IX, fig. 14. maxime approximatur et propter magnam propensionem *Cosmarii cuneati* ad variationem efficit — ut etiam var. *indicum* huic speciei adnumerari possit.

Observavi autem formam alteram (**Tab.** XXXIX, fig **51**) cui nomen *„aperta"* do. Forma illa facile distinguitur: constrictione mediana acutangulatim aperta, ideirco marginibus basalibus semicellularum isthmum versus cuneatim conniventibus, angulis inferioribus acutis, verrucula singula rotundata aut verruculis binis — ornatis, marginibus lateralibus utrinque verrucis 4—5 apice rotundatis ornatis, marginibus dorsalibus autem nudis. Semicellulae infra margines prominentiis rectangulis maioribus 13—14, in centro autem verrucis hemisphaericis 6 in series duas horizontales tresque verticales dispositis ornatae et praeterea concentrice distincte punctatae. Semicellulae e vertice visae cum figura 4 c. in Lagerheim, Desmidiaceen aus Bengalen fere congruae, in medio utrinque verrucis 3 magnis rotundatis, apicibus polaribus verrucis humilioribus ornatis diversae sunt.

Denique species a W. West et G. S. West (l. c.) descripta et delineata huic speciei formam *ceylonicam* nob. efficit; quae forma angulis basalibus leniter emarginatis et in unoquoque margine laterali papillis 3 valde tenuibus, acutis, 14 granulis valide deplanatis accurate infra marginem positis et aequemagnis — atque granulis in centro semicellulae tantum 4 (3+1) maioribus, unaque earum scrobiculis cincta et 4 minutis oblique ad angulos basales spectantibus et praeterea semicellulis magis trapezicis, apice planius truncatis, lateribus magis rectis, membrana non punctata et dimensionibus facile dignoscitur.

Itaque *C. cuneatum* Joshua subsequentes formas complectitur:

α) forma typica nob. = Joshua l. c. Tab. XXIV, fig. 17. et 18. atque **Tab.** XXXIX, fig. **49.**

β) forma crenata nob. **Tab.** XXXIX, fig. **50.**

γ) forma ceylonica nob. = W. West et G. S. West, l. c. Tab. XXI, fig. 11.

δ) forma aperta nob. **Tab.** XXXIX, fig. **51.**

ε) forma nuda nob. = var. *indicum* Turner, l. c. Tab. IX, fig. 14.

Dimensiones: α) Long. = lat. = 46μ; isth. = 11μ [ex Joshua (l. c.)] Long. = 44μ, lat. = 48·4μ; isth. = 11μ, crass = 26·4μ [ex nobis].

β) Long. = 41·8μ, lat. = 44μ, isth. = 11μ

γ) Long. = 35μ, lat. = 35—37μ, isth. = 8μ—9·5μ, crass. = 15μ [ex West (l. c.)].

δ) Long. = 44μ, lat. = 44μ—46μ, isth. 11μ, crass. = 26·4μ.

ε) Long. = 39μ, lat. = 45μ, isth. = 11μ [ex Turner (l. c.)].

Omnes formae a me scrutatae pyrenoides binos habent.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 85. *C. Pardalis* Cohn, Desmidiaceae Bongoenses, pag. 9. Tab. XI. fig. 8., W. West et G. S. West, The Freshwater Algae of Ceylon, pag. 170. Tab. XXI, fig. 2., *C. scabrum* W. B. Turner, Algae aquae dulcis Indiae Orientalis, pag. 65. Tab. IX, fig. 32.

Long. = lat. = 52·8μ, isth. = 13·2μ; crass. = 24·2μ, pyrenoides bini, verrucae intus excavatae (Cfr. apud *ex* in **Tab.** XXXIX, fig. **52).**

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Specimina a nobis scrutata quod ad dimensiones medium locum inter specimina Cohnii et Westii tenent, crassiora autem sunt. Latitudine isthmi autem cum speciminibus a Westio descriptis congruunt.

† 86. *C. angustatum* (Wittr.) Nordst. [*C. Pokornyanum* (Grun.) W. West et G. S. West, Notes on Freshwater Algae II, Journal of Botany 1900. pag. 292. et The Alga-Flora of Yorkshire 1901. pag. 79]. for. *obtusata* nov. for. **Tab.** XXXIX, fig. **53.**

Forma minor, lobis lateralibus integris rotundatis, lobo polari prae latitudine isthmi latiore, angulis superioribus obtusato-rotundatis [non rectis (acutis) ut in figura Wittrockii].

Long. = 21μ, lat. = 14·5μ, lat. isthmi = 3·8μ, lat. marg. apical. = 8·4μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 87. *C. Pseudobromei* Wolle, W. West et G. S. West, The Freshwater Algae of Ceylon, pag. 170. Tab. XXI, fig. 4 a et b.

Long. = 35·2μ — 37·4μ, lat. = 33μ — 35·2μ, ist. = 11μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. Arthrodesmus Ehrenb.

† 88. *A. Incus* (Bréb.) Hass. Ralfs, Brit. Desm. Tab. XX, fig. 4.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. Euastrum Ehrenb.

89. *E. inermius* (Nordst.) Turner, Freshwater Algae of East India pag. 86.

(*E. spinulosum* Delp. subsp. *inermius* Nordst. Alg. aq. dul. et Charac. Mus. Lugd. bat. fig. 17.).

† var. *javanicum* nov. var. **Tab.** nostr. XXXIX, fig. **54.**

Varietas lobo polari late cuneato a lateribus incisura angustiore discreto, ad angulos processibus bifidis munito, lobis lateralibus margine verrucis longis et superficie aculeolis sparsis ornatis; tumore centrali verrucis subrectangulis saepe extus lenissime impresso retusis in circulum dispositis intraque annulum nonnullis granulis subirregularibus ornato. E vertice medio tumoribus utrinque singulis, grosse-verrucosis, in lobo polari processibus bifidis.

Long. cel. s. acul. 48·4μ — 55μ, c. acul. = 52·4 — 59·4μ — 66μ, lat. s. ac. = 44μ — 48·4μ, c. ac. = 48·4μ — 52·8μ = 57·2μ, lat. isth. = 11μ, crass. = 31μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 90. *E. cosmarioides* W. West et G. S. West, Algae of Madagascar, pag. 54. Tab. VI, f. 23.

Long. = 22μ, lat. = 15μ, lat. isth. = 6·6μ, crass = 11μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 91 *E. dideltoides* (Rac.) W. West et G. S. West, The Freshwat. Algae of Ceylon pag. 147. Tab. XIX, fig. 12. (*E. quadriceps* Nordst. for. *dideltoides* Raciborski, Desm. zebr. przez Dra E. Ciastonia w podr. naokoło ziemi, pag. 379. Tab. II, fig. 31.).

for. *javanica* nob. **Tab.** XXXIX, fig. **55.**

Semicellulae e latere visae ovatae apice truncatae, supra isthmum utrinque scrobiculis binis approximatis donatae. Membrana punctata, puncta ad angulos lobi polaris densiora in circuli formam disposita.

Long. cell. = 125μ — 132μ — 139μ, lat. = 63μ — 64μ — 68μ, isth. = 17·6 — 18μ — 19·8μ, lat. lob. pol. = 26μ — 28·6μ crass. = 50·6μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

for. *Borgii* nob. **Tab.** XXXIX, fig. **56.**

Multo minor, scrobiculis binis horizontalibus, e latere visa apicibus rotundatis, e vertice visa ad basin inflantionibus 3 et supra eas binis praedita.

Long. = 88 μ, lat. = 46 μ, isth. = 13 μ, lat. lob. pol. = 22 μ, crass. = 26·4 μ.

Hab.: cum forma antecedenti.

92. *E. ansatum* Ralfs, Brit. Desm. Tab. XIV, fig. 2.

Long. = 97μ — 114μ, lat. = 42μ — 59μ, isth. = 11μ — 14·4μ, apex = 18·8μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

93. *E. circulare* Hass. Ralfs l. c. Tab. XIII, fig. 5.

Hab.: cum specie antecedenti.

† 94. *E. sinuosum* Lenorm. var. *Subjenneri* W. West et G. S. West, The Freshwater Algae of Ceylon pag. 148. Tab. XIX, fig. 17,

Long. = 48·4μ, lat. = 30·8μ, isth. = 8·8μ, lat. apic. = 15·4μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

95. *E. denticulatum* (Kirch.) Gay (*E. amoneum* Gay. Essai Mon. Conj. pag. 53. *E. binale* β. Ralfs, Brit. Desm. Tab. XIV, fig. 8).

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. **Micrasterias** Ag.

96. *M. Mahabuleshwarensis* Hobson. De-Toni. Sylloge pag. 1122.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

97. *M. foliacea* Bailey in Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXXV, fig. 3.
Long. = 79μ., lat. = 84μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 98. *M. Thomasiana* Archer in Micr. Journal 1862. pag. 239. Tab. XII, fig. 1—10. sec. De-Toni. l. c. pag. 1134.
var. *javanica* nob. nov. var. **Tab.** XXXIX, fig. **57.**

A typo (Archer l. c.) varietas nostra differt lobo polari magis a lobis lateralibus discreto, apicem versus magis dilatato ibique latius et profundius — *Micrast. rotatae* (in Ralfs, Brit. Desm. Tab. VIII, fig. 1. a) instar exciso, angulis bidenticulatis et infra marginem ad excisuram medianam utrinque prominentiis conicis in denticulum singulum acutum exeuntibus donato; eisdem prominentiis sed minoribus lobi intermedii infra marginem lobo polari adiacentem muniti sunt (Cfr. etiam G. S. West, On Variation in the Desmidieae. Linn. Soc. Journal-Botany, Vol. XXVII, Tab. IX, fig. 6). Prominentiis basalibus tribus ut apud typicam formam, sed prominentiae obliquae ad apices magis sensimque attenuatae in denticulum singulum exeuntes. Membrana subtilissime punctata ut Jacobsen, Aperçu systém. et crit. sur les desmidiacées du Danemark, pag. 187. et Raciborski, De nonnullis Desm. nov. v. minus cognitis, quae in Polonia inventae sunt. pag. (39). Kraków 1885. indicant. sed praeterea aculeis generis duplicis (i. e. maioribus et minoribus) acutis sparsis exornata.

Long. cell. = 198 μ. — 205 μ. lat. cell. = 165 μ. — 163 μ., lat. isth. = 20 μ. — 22 μ. — 24 μ.

Varietas nostra — ut ex descriptione apparet — ab omnibus adhuc cognitis formis diversa, etiam incisura mediana magis aperta facile distinguitur.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 99. *M. Möbii* W. West et G. S. West. Desmids from Singapore, Journ. Linn. Soc. bot. XXXIII, 1897, pag. 162, et Flora of Koh Chang 1901, pag. 170. Tab. III, fig. 21; (*Euastrum verrucosum* Ehrenb. var. *Möbii* Borge, Australische Süsswasserchlorophyceae. Bihang till k. Svenska Vet.-Akad. Handlingar, XXII, Afd. III, Nr. 9, pag. 13, Tab. II. fig. 18).
var. *javanica* nov. var. **Tab.** XL, fig. **58.**

Varietas margine apicali lobi polaris distinctius retuso, lobulo inferiore loborum lateralium angulum basalem versus magis attenuato, ad basin semicellularum praeter tumorem magnum, centralem, tumoribus 3 minutis intra unumquemque lobum lateralem. Semicellulae e vertice visae polis attenuatis, rotundatis, subirregulariter undulatis, apicibus processuum tam lobi polaris, quam loborum superiorum lateralium undulato-rotundatis, medio summae apicis scrobiculis maioribus ornato. Semicellulae ex ipsa basi spectatae elliptice-lenticulares, utrinque 7 gibbosae, tumore mediano magno, ceteris (6) minutis, polis attenuatis, distincte tri-verrucosis. Laminae chlorophyllaceae in unaquaque semicellula quattuor. Membrana scrobiculata.

Long. cell. = 116 μ, lat. = 103 μ — 105 μ, isth. = 35 μ, lat. lob. pol. = 77 μ, crass. = 64 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 100. *M. alata* Wallich, Turner, Freshw. Alg. of East India, Tab. VI, fig. 3.

Lat. = 158·4 μ, long. = 194 μ.

Hab.: cum specie antecedenti.

Gen. Staurastrum Meyen.

† 101. *S. javanicum* nov. spec. **Tab.** XXXIX, fig. **59.**

Staurastrum mediocre, paulo latius quam longius, profunde sinu aperto constrictum; semicellulae e fronte visae cyathiformes, angulis superioribus in processus longos productis; marginibus lateralibus semicellularum 3—4 denticulatis, margine apicali processibus brevibus inaequiaculeatis binis et praeterea utrobique denticulo parvo unico vel denticulis binis praedito. Semicellulae e vertice spectatae triradiatae, lateribus paulo concavis, angulis rotundatis in processum longum longe bispinosum productis, intra margines prominentiis 6 i. e. binis ad basin uniuscuiusque processus.

Long. s. proc. = 30·8 μ, c. proc. = 46·2 μ; lat. s. proc. = 33 μ, c. proc. = 55 μ, isth. = 8·8 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong prope Bogor.

Speciei nostrae affinia sunt: *S. patens* Turner, East India, Tab. XIV, fig. 21; *St. uncinatum* Turner l. c. Tab. XVI, fig. 3; *S. galeatum* Turner l. c. Tab. XIV, fig. 9, sed multo diversa.

† 102. *S. punctulatum* Bréb., W. B. Turner, Freshwater Algae of East India pag. 104. Tab. XVI, fig. 4.

Long. = 37 μ, lat. = 33 μ, isth. = 10 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

103. *S. bifidum* (Ehrenb.) Bréb. var. *tortum* W. B. Turwer, Freshwater Algae of East India, pag. 108. Tab. XL, fig. 8.

for. *punctata* nob. nov. forma **Tab.** XL, fig. **60.**

Forma aeque longa ac lata, sinu acutangulo ampliato constricta; semicellulis incudiformibus, dorso planis, ventre convexis, angulis externis in aculeum mediocrem exeuntibus et prope hunc aculeum — aculeo minore, oblique sito exornatis. Semicellulae e vertice visae triangulares, lateribus paulo retusis, angulis oblique biaculeatis. Membrana punctata.

Long. = 35 μ; lat. s. ac. = 35 μ, c. ac. = 55 μ, isth. = 13·2 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 104. *S. Wildemani* nov. spec. **Tab.** XL, fig. **61.**

Sine processibus aeque longum ac latum, sinu acutangulato plus quam ad dimidium latitudinis constrictum; semicellulis e fronte visis transverse elongatis, impare ellipticis, dorso subplanis, ventre tumidis, lateribus bifidis in cornua divergentia firma apices versus attenuata, acuta exeuntibus, e vertice spectatis trigoniis, lateribus paulo retusis, angulis bicornutis. Membrana distincte punctata.

Long. = 57 μ = lat. sine acul. = crass. cell. sine acul.;

lat. c. ac. = 99 μ; crass. c. acul. = 88 μ; lat. isth. = 24 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Species nostra *St. bisulcato* Turner, East India, Tab. XVI, fig. 41. pag. 111. quod ad basin et angulos semicellularum affinis, forma semicellularum, apice „gemmulis" nullis, membrana punctata et dimensionibus plane diversa est. — (Cfr. etiam *St. subtrifurcatum* Schmidle for. *bidens* Schmidle, Algen aus dem Nyassasee und seiner Umgebung, pag. 73, Tab. II. fig. 9.).

† 105. *S. longebrachiatum* (Borge) nob. (*St. bicorne* Hauptfl. var. *longebrachiatum* Borge, Austral. Süsswasserchloroph. pag. 15. Tab. II, fig. 22.).

var. *javanicum* nob. nov. var. **Tab.** XL, fig. **62.**

Varietas lateribus semicellularum utroque latere processibus tribus obtusius denticulatis ornata, qui processus 6—7 etiam in radiis utrinque inveniuntur; margine apicali processibus denticulatis numerosioribus ornata; e vertice visa biradiata.

Long. = 40 μ, lat. s. rad. = 17 μ—18 μ, c. rad. = 88 μ—92 μ — 103·4 μ; isth. = 8·8 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Varietatem a cl. Borge in Austr. Süsswasserchl., Bihang till k. Svenska Vet.-Akad. Handlingar. XXII. Afd. III. Nr. 9. pag. 15. et 16. descriptam propriam speciem esse puto, quoniam a *Staur. bicorne* Hauptfleisch et var. *danicum* Börgesen. Et litle Bidr. till Bornholms Desmidie-Flora, Botanik Tidsskrift VII. Heft 3. pag. 148. Tab. VI, fig. 9. multo diversa est. Varietas illa praeter res a cl. Borge commemoratas differt a specie cl. Hauptfleischii atque a varietate supra commemorata etiam margine apicali semicellularum e fronte visarum non convexo sed recto, quasi lenissime impresso, qua re atque processibus lateralibus et membrana glabra cum varietate a nobis descripta plane congruit. Var. *australe* Raciborski, Desm. zebr. przez Dra E. Ciastonia w podróży naokoło ziemi, Rozpr. Wydz. mat.-przyr., T. XXII. 1892. pag. 381. Tab. VII. fig. 8. etiam toto habitu potius ad *S. longebrachiatum* (Borge) Gutw. quam ad *St. bicorne* Hauptfl. numeranda esse videtur.

106. *S. sexangulare* (Bulnh.) Lund., Desm. Suec. Tab. IV, fig 9.

† var. *bidentatum* nov. var. **Tab.** XL, fig. **63.**

Varietas magna, dorso semicellularum subplano, radiis superioribus magis sursum versis; radiis margine 6 — 8 denticulatis. denticuli basi radiorum propiores validiores et bidentati sunt. In aspectu verticali granula ad angulos retusos [apud formam typicam (Lund l. c.), apud formas e Ceylon (West pag. 181. Tab. XXI, fig. 34. et 35.) et E. Sidney (Raciborski. Desm. Ciastonia Tab. VII, fig. 12.) atque e Zealandia (Nordstedt. Freshw. Alg. Zeal. and Austr, Tab. IV, fig. 1.) facile conspicua] desunt.

Long. s. pr. = 66 μ, c. pr. = 114 μ; lat. s. pr. = 44 μ, c. pr. = 118·8 μ. Isth. = 14·4 μ — 17·6 μ — 19·8 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 107. *S. laeve* Ralfs, Brit. Desm. Tab. XXIII, fig. 10.

Long. s. pr. = 16·6 μ, c. pr. = 28·6 μ; lat. s. pr. = 13·2, c. pr. = 26·4 μ; isth. = 7·7 μ.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 108. *S. irregulare* West, I New Brit. Freshw. Alg. Tab. II, fig. 50. Johnson L. N., Some new and rare Desm. of Un. St. pag. 288. Tab. CCXI, fig. 10.

forma **Tab.** XL, fig. **64.** processibus apice triaculeatis, e vertice visa biradiata, 22 μ longa, 16·6 μ lata, isthmo 4 μ lato.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 109. *S. Raciborskii* nov. spec. **Tab.** XL, fig. **65.**

Staurastrum sinu mediano amplo acutangulo constrictum, semicellulis triangularibus, lateribus irregulare crenatis, dorso plano, prominentiis leniter emarginatis ornato; angulis superioribus in radium incurvum, margine crenulatum, apice triaculeatum productis; semicellulis e vertice visis triradiatis, intra margines prominentiis (3×12) lenissime emarginatis ornatis.

Long. = 40 μ, lat. = 70·4 μ, isth. = 10 μ.

Staurastrum assurgens Nordst. New Zeal. and Austr. Tab. IV, fig. 8., *St. Sebaldi* Reinsch et *St. gracile* Ralfs var. *verrucosum* W. West et G. S. West, Algae of Madagascar, Tab. IX, fig. 1. speciei nostrae affinia sunt.

A *St. assurgenti* (ex ipso Nordstedt in litteris) aculeis in apice radiorum alias positis species nostra diversa est. A *St. Sebaldi* Reinsch margine apicali semicellularum recto (plano) et aculeis carentibus atque membrana semicellularum valde abhorret. A *St. gracili* var. *verrucoso* West, cui quod ad marginem dorsalem species nostra maxime similis esse videtur, praeter radios convergentes, membrana non punctata, lateribus semicellularum et prominentiis in „e vertice" bene distinguitur.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Class. **Bacillarieae Nitzsch.**

Ordo **Raphideae H. L. Smith.**

Fam. **Naviculaceae (Kuetz.) Heib. p. p.**

Gen. **Navicula Bory.**

110. *N. borealis* (Ehrenb.) Kuetz., A. Schmidt, Atlas Tab. XLV, fig. 15.—21.
Hab.: Tijtajam in stagno.

111. *N. Brebissonii* Kuetz., V. Heurck, Synop. Tab. V, fig. 7.
Hab.: In stagno Tijtajam; Sitve Tjibenong pr. Bogor.

112. *N. Stauroptera* Grun. V. Heurck l. c. Tab. VI, fig. 7.
Hab.: In stagno Tijtajam et ad Sitve Tjibenong pr. Bogor.

113. *N. Tabellaria* Kuetz. A. Schmidt, Atlas Tab. XLIII, fig. 4., V. Heurck l. c. Tab. VI, fig. 8.
Hab.: Sawa Gajamput; Sitve Tjibenong pr. Bogor; in stagno Tijtajam.

114. *N. gibba* (Ehrenb.) Kuetz.* var. *brevistriata* Grun. V. Heurck l. c. Tab. VI. fig. 5.
Hab.: Sawa Gajamput.

115. *N. subcapitata* (Greg.) Ralfs. V. Heurck l. c. Tab. VI, fig. 22.
Hab.: In stagno Tijtajam.

116. *N. appendiculata* (Ag.) Kuetz. V. Heurck l. c. Tab. VI, fig. 18. et Grunow, Naviculaceae Tab. (2) IV, fig. 29. a.
Hab.: Sawa Gajamput; Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 117. *N. Braunii* Grun. in V. Heurck l. c. Tab. VI, fig. 21.
Long. = 46 μ, lat. = 9 μ — 11 μ; striae 9 in 10 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor; in stagno ad Tijtajam.

† 118. *N. radiosa* Kuetz. (*N. angusta* Grun. Naviculaceae Tab. (3) V, fig. 19.).
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.
var. *acuta* (W. Sm.) Grun. V. Heurck l. c. Tab. VII, fig. 19.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.
† var. *tenella* (Bréb) V. Heurck l. c. fig. 22.
Hab.: cum varietate antecedenti.

† 119. *N. rhynchocephala* Kuetz. Grunow, Naviculaceae, Tab. (2) IV, fig. 31. b.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.

120. *N. cryptocephala* Kuetz. Grun. l. c. Tab. (2) IV, fig. 28. a. b.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

121. *N. dicephala* Ehrb. V. Heurck, l. c. Tab. VIII, fig. 34.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.

122. *N. mutica* Kuetz. (*Stauroneis Cohnii* Schum. Die Diatom. d. h. Tatra, Tab. IV, fig. 61.)
Hab.: ad Sawa Gajamput.

† 123. *N. Crucicula* (W. Sm.) Donk. var. *minutula* Grun. Nav. Tab. (4) VI, fig. 15. (*Stauroneis Crucicula* W. Sm. var. *minutula* Grun. l. c.).
Hab.: ad Sawa Gajamput.

† 124. *N. ambigua* Ehrenb. V. Heurck l. c. Tab. XII, fig. 5.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 125. *N. sphaerophora* Kuetz. Grunow, Naviculaceae Tab. (2) IV, fig. 34.
Hab.: cum specie antecedenti.

126. *N. Iridis* Ehrbg. † var. *amphirhynchus* (Ehrenb.) V. Heurck l. c. Tab. XIII, fig. 5.

Hab.: in stagno ad Tijtajam.

† 127. *N. Pupula* Kuetz. V. Heurck l. c. Tab. XIII, fig. 16.
Hab.: ad Sawa Gajamput.

† 128. *N. Placentula* Ehrenb. V. Heurck l. c. Tab. VIII, fig. 28.
Hab.: cum specie antecedenti.

Gen. Stauroneis Ehrenb.

129. *S. Phoenicenteron* (Nitzsch.) Ehr.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 130. *S. anceps* Ehrenb. V. Heurck l. c. Tab. IV, fig. 5.
Hab.: in stagno ad Tijtajam; in Sawa Gajamput.

Gen. Pleurosigma W. Sm.

131. *P. Spencerii* (Quek.) W. Sm. var. *Kützingii* Grun. in V. Heurck l. c. Tab. XXI, fig. 14.
Hab.: in Sawa Gajamput.

Gen. Frustulia Ag.

132. *F. rhomboides* (Ehrb.) De-Toni Sylloge pag. 277. V. Heurck l. c. Tab. XVII, fig. 1.
Hab.: in stagno ad Tijtajam; Sitve Tjibenong pr. Bogor.
var. *saxonica* (Rabh.) De-Toni. (= *Vanheurckia rhomboides* var. *crassinervia* V. Heurck l. c. Tab. XVII, fig. 4).
Hab.: iisdem locis cum typo.

Fam. **Cymbellaceae (Kuetz.) Grun.**

Gen. Encyonema Kuetz.

133. *E. ventricosum* (Ag.) Grun. V. Heurck l. c. Tab. III, fig. 15.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.

† 134. *E. gracile* Rabenh. V. Heurck l. c. Tab. III, fig. 22.
Hab.: ad Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Fam. **Gomphonemaceae (Kuetz.) Grun.**

Gen. Gomphonema Ag.

* 135. *G. Turris* Ehrenb. V. Heurck l. c. Tab. XXIII, fig. 31.
Hab.: ad Sawa Gajamput.

136. *G. gracile* Ehrenb. V. Heurck l. c. Tab. XXIV, fig. 12. et 16. (*G. auritum* A. Br.) atque fig. 8. et 10. (*G. affine* Kütz.).

Hab.: ad Sawa Gajamput; Sitve Tjibenong pr. Bogor.

137. *G. micropus* Kuetz.. V. Heurck l. c. Tab. XXV, fig. 5.
Hab.: cum specie antecedenti.

138. *G. parvulum* Kuetz.. V. Heurck l. c. Tab. XXV, fig. 7. (*G. Lagenula* Kuetz.), fig. 9. et 11.
Hab.: ad Sawa Gajamput.

† 139. *G. Sarcophagus* Greg. (*G. aequale* Greg. V. Heurck l. c. Tab. XXV, fig. 3.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Ordo **Pseudoraphideae H. L. Smith.**

Fam. **Nitzschiaceae Grun.**

140. *N. debilis* (Arnott et Ryl.) Grun. V. Heurck l. c. Tab. LVII. fig. 19—20.
Hab.: Sawa Gajamput.

141. *N. Tryblionella* Hantzsch. † var. *Victoriae* Grun. V. Heurck l. c. Tab. LVII. fig. 14.
Long. = 29 μ., lat. = 15 μ., striae 5·5 in 10 μ..
Hab : ad Sawa Gajamput.
† var. *intermedia* Grun. De-Toni Sylloge 499.
Long. = 31 μ., lat. = 19 μ.! striae 7 in 10 μ..
Hab.: cum varietate antecedenti.

† 142. *N. Schliephackeana* Grun. De-Toni l. c. pag. 530.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.

143. *N. Sigma* (Kuetz.) W. Sm. † var. *subcapitata* Rabenh. (*N. Clausii* Hantzsch, V. Heurck l. c. Tab. LVI, fig. 10.
Hab.: ad Sawa Gajamput.

† 144. *N. subtilis* (Kuetz?) Grun. var. *paleacea* Grun. V. Heurck l. c. Tab. LXVIII, fig. 10.
Hab.: ad Sawa Gajamput.

† 145. *N. Palea* (Kuetz.) W. Sm. (*N. minuta* Bleisch) V. Heurck l. c. Tab. LXIX, fig. 23.
Long. = 46 μ., lat. = 5·5 μ., puncta carinal. 10 in 10 μ..
Hab.: cum specie antecedenti et in stagno ad Tijtajam.

146. *N. amphibia* Grun. V. Heurck l. c. Tab. LVIII, fig. 17.
Hab.: ad Sawa Gajamput.

147. *N. Lorenziana* Grun (?) an *N. Sigma* var. Sigmatella (Greg?) Grun. V. Heurck Tab. LVI, fig. 7 (?) **Tab.** XL, fig. **66.**

Long. = 140·8, lat. = 4·4 μ. — 5 μ., lat. apic. = 2·2 μ., puncta carinalia 5·4—6 in 10 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 148. *N. acicularis* (Kuetz.) W. Sm. var. *closterioides* Grun. V. Heurck l. c. Tab. LXX. fig. 9.
Long. = 62 μ., lat. = 4·9 μ., long. corn. = 13·2 μ., puncta carin. 14·5 in 10 μ.
Hab.: Sawa Gajamput.

Gen. Hantzschia Grun.

† 149. *H. elongata* (Hantzsch.) Grun. V. Heurck l. c. Tab. LVI, fig. 8.
Long. = 156 μ., lat. = 11 μ., puncta carinalia 6·36 in 10 μ., striae ca. 18 in 10 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong p. Bogor.

Fam. Surirellaceae (Kuetz.) Grun.

Gen. Suriraya Turp.

150. *S. biseriata* (Ehr.) Bréb. V. Heurck l. c. Tab. LXXII, fig. 3. (for. *minor obtusa* V. Heurck).
Hab.: Sawa Gajamput.

† 151. *S. robusta* Ehrb. V. Heurck l. c. Tab. LXXI, fig. 1—2.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.

152. *S. splendida* (Ehrenb.) Kuetz. V. Heurck l. c. Tab. LXXII, fig. 4.
Hab.: Sawa Gajamput.

Fam. Fragilariaceae (Kuetz) De-Toni em.

Gen. Synedra Ehrenb.

153. *S. Ulna* (Nitzsch.) Ehrenb.. V. Heurck l. c. Tab. XXXVIII, fig. 7.
Hab.: Sawa Gajamput.
† var. *longissima* (W. Sm.) Brun., V. Heurck l. c. fig. 2.
Hab.: cum typo.

Fam. Plagiogrammaceae P. Petit.

Gen. Diadesmis Kuetz.

154. *D. confervacea* Kuetz. (*Nav. confervacea* (Kuetz) Grun. V. Heurck l. c. Tab. XIV, fig. 36.).
Hab.: Sawa Gajamput.

Fam. Eunotiaceae (Kuetz) De-Toni.

Gen. Cystopleura Bréb.

155. *C. gibberula* (Ehrenb.) Kuntze. De-Toni Sylloge, pag. 786.
var. *producta* Grun. in Wien. Verhandlungen 1862. Tab. (6) III, fig. 9.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor et Sawa Gajamput.

Gen. Eunotia Ehrb.

156. *E. pectinalis* (Dillw.?) Rabenh. Grun. in Wien. Verhandl. 1862. Tab. 6 (III), fig. 19 c.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.
var. *undulata* Ralfs, V. Heurck l. c. Tab. XXXIII, fig. 17.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.
† var. 8° *undulata* Grun. Diat. Ins. Banka pag. (4). Tab. I, fig. 5 c.
forma nob. **Tab.** XL, fig. **67.**
Forma 130 μ. longa, 11 μ. lata, striis ca. 9 in 10 μ., nodulis terminalibus apicibus magis remotis.
Hab.: cum antecedenti.

* 157. *E. camelus* Ehrenb., Grunow, Diatom d. Ins. Banka. Tab. I, fig. 6 a, b.
Long. = 17 μ., lat. = 5·5 μ.; striae 9 in 10 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.
* var. *didymodon* Grun. l. s. c. Tab. I, fig. 6 c. † forma *ventricosa* nob. **Tab.** XL, fig. **68.**
Forma a varietate typica differt margine ventrali in parte media inflato.
Long. = 40 μ., lat. = 6·6 μ., lat. apic. 3·3 μ.
Hab.: cum specie typica.

† 158. *E. minutula* Grun. in Wien. Verhandlungen 1862. Tab. (6) III, fig. 12.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.

† 159. *E. impressa* Ehrenb. var. *angusta* Grun.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. Pseudoeunotia Grun.

160. *P. lunaris* (Ehrenb.) Grun. V. Heurck l. c. Tab. XXXV, fig. 3. et 6 a.
Hab.: in stagno ad Tijtajam et ad Sitve Tjibenong pr. Bogor.

* 161. *P. pachycephala* (Kuetz.) Grun. V. Heurck l. c. Tab. XXXV, fig. 7 (sub nomine *Eunotia (flexuosa* var.) *pachycephala* Grun.)
Hab.: cum antecedenti iisdem locis.

† 162. *P. flexuosa* (Bréb.) Grun. var. *bicapitata* Grun. in V. H. l. c. Tab. XXXV, fig. 11.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Class. **Myxophyceae Sachs.**

Ordo **Gloeosipheae.**

Fam. **Scytonemaceae (Stiz.) Bzi.**

† Gen. Plectonema Thur.

† 163. *P. Wollei* Farlow, Gomont Mon. des Osc. pag. 118. Tab. I, fig. 1.
Crass. filam. c. vag. = 55 μ — 59·4 μ, s. vag. = 44 μ.
Long cell. = 4·4 μ — 8 μ — 9 μ — 11 μ.
Hab.: Sawa Gajamput.

Fam. **Lyngbyaceae (Oscillariaceae).**

Gen. Oscillatoria Kuetz.

164. *O. princeps* Vauch. Gomont l. c. pag. 227. Tab. VI, fig. 9.
Crass. fil. = 35 μ, long. cell. = 5·5 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

Gen. Spirulina (Turp.) Link.

† 165. *S. Meneghiniana* Zan. Gomont l. c. Tab. VII, fig. 28.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.

† 166. *S. Gomontii* nov. spec. **Tab.** XL, fig. **69.**

Trichomata solitaria in spiram laxam regularem diametr. 8·8 μ aequantem contorta, 3·8 μ crassa; anfractibus ad 11 μ inter se distantibus; cytioplasmate homogeneo coeruleo granulis sparsis scintillantibus impleto.

Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

S. giganteae Schmidle, Algen aus dem Nyassasee und seiner Umgebung. pag. 59. Tab. I. fig. 5. species nostra proxima, apicibus trichomatis magis obtusis (non conicis, ut apud *S. giganteam*) atque latitudine spirae minore bene distinguitur.

Ordo **Chroococcoideae.**

Fam. **Chroococcaceae.**

† Gen. Merismopedium Meyen.

† 167. *M. glaucum* Ehrenb. Hansgirg, Prodromus, pag. 141.
Long. cell. = 4·4 μ, lat. cell. = 3·3 μ.
Hab.: ad Sawa Gajamput.

† Gen. Gomphosphaeria Kuetz.

† 168. *G. aponina* Kuetz. Hansgirg l. c. pag. 143.
Hab.: in stagno ad Tijtajam.

Class. **Flagellatae.**

Ordo **Euglenineae.**

Fam. **Euglenidae Stein.**

Gen. Euglena Ehrb.

† 169. *E. Acus* Ehrenb. Hansgirg l. c. pag. 173.
Long. = 95 μ, lat. 6·6 μ.
Hab.: Sitve Tjibenong pr. Bogor.

† 170. *E. pyrum* (Ehrenb.) Schmitz. Hansgirg l. c. pag. 173.
Hab.: cum specie antecedenti.

Explicatio tabularum.

Tabula XXXVI.

Fig. 1. *Ophiocytium cochleare* (Eichw.) A. Braun. var. *bicuspidatum* Borge forma *longispinosa* nov. for. 280 ×

Fig. 2. *Hyalotheca indica* Turner var. *javanica* nov. var. 280 ×

Fig. 3. *Spondylosium nitens* Arch. var. *triangulare* Turn. forma *javanica* nob. 280 ×

Fig. 4. *Phymatodocis irregulare* Schmidle var. *intermedium* nov. var. *b* cellulae in aspectu transversali, *a a' a''* in asp. laterali 280 ×, *c* in aspectu ventrali 280 ×, d 280 ×, d', d'' 440 ×, d''' 280 × in asp. verticali; *e* zygotae 280 ×

Fig. 5. *Closterium juncidum* Ralfs forma *recta* nov. for. 280 ×

Fig. 6. „ *directum* Arch. forma *gracilior* nov. for. 280 ×

Fig. 7. „ *striolatum* Ehrenb. var. *Sitvense* nov. var. 280 ×

Fig. 8. „ *Delpontii* (Klebs) De Toni forma nov. 280 ×

Fig. 9. „ „ forma *sculpta* nov. for. *a* 80 ×, *a'* 280 ×

Fig. 10. „ *anastomosans* West var. *glabrum* nov. var. *a* 440 ×, *a'* 280 ×

Fig. 11. „ *Cornu* Ehrenb. var. *javanicum* nov. var. 440 ×

Fig. 12. *Closterium sublineatum* nov. spec. *a* 80 ×, *a'* 280 ×
Fig. 13. „ *lagoënse* var. *crassius* nov. var. 280 ×
Fig. 14. „ *nematodes* Joshua forma nov. 280 ×
Fig. 15. „ *subscoticum* nov. spec. 280 ×
Fig. 16. „ *Nordstedtii* nov. spec. *a* 80 ×, *a'* 280 ×

Tabula XXXVII.

Fig. 17. *Closterium constrictum* nov. spec. *a'* 80 ×, (aa; aa: constrictiones); *a* 280 ×, a'' 440 ×
Fig. 18. *Penium lagenarioides* Roy var. *intermedium* nov. var. 440 ×
Fig. 19. „ *delicatulum* Joshua var. *perforatum* nov. var. *a* 280 ×, *a'* 440 ×
Fig. 20. „ *diadematum* nov. spec. 440 ×
Fig. 21. α, et 21. β, *Triploceras gracile* Bail. formae. *a*, *b* 80 × ; *a'*, *b'*, *b''* 280 ×
Fig. 22. *Disphinctium zonatum* (Lund.) De-Toni for. *javanica* nov. for. *a* 440 ×, *b* 280 ×
Fig. 23. *Pleurotaenium excelsum* var. *gracilius* nov. var.
Fig. 24. „ *nodosum* (Bail.) Lund. 280 ×
Fig. 25. „ *Kayei* (Arch.) Rabenh. forma *a*, *a'* 280 ×, *a''* apex semicellulae 280 ×
Fig. 26. *Pleurotaeniopsis pseudoconnata* (Nordst.) Lagerh. var. *ellipsoidea* W. et G. West, for. *maior* nov. forma.
Fig. 27. *Pleurotaeniopsis maculatiformis* Schmidle var. *maior* nov. var. *a* cellula e fronte, *b* e latere visa. 280 ×
Fig. 28. *Xanthidium Raciborskii* nov. spec. *a*, *a'*, *a''* cellulae e fronte, *b* cellula e latere, *c*, *c'* e vertice visae 440 ×

Tabula XXXVIII.

Fig. 29. *Xanthidium Raciborskii* nov. spec. for. *protracta* nov. forma 440 ×
Fig. 30. „ *acanthophorum* Nordst., var. *Raciborskii* nov. var. a, cell. e fronte visa 440 ×, *b* e latere visa 440 × ; *d* ornamentatio cellulae in media parte ex obliquo spectata, *a*, *a''* semicellulae e fronte visae et *c* ex ipsa basi visae 280 ×
Fig. 31. *Cosmarium quadratulum* (Gay) De-Toni for. *javanica* nov. for. 440 ×
Fig. 32. „ *medioscrobiculatum* W. et G. S. West var. *egranulatum* nov. var. *a'* 440 ×, *a* 280 ×
Fig. 33. *Cosmarium minutum* Delp. forma *javanica* nov. form. *a*, *a'*, *a'''* 440 × *a''* 280 ×
Fig. 34. *Cosmarium Tjibenongense* nov. spec. 280 ×
Fig. 35. „ *dorsitruncatiforme* nov. spec. *a'*, *a''* 440 ×
Fig. 36. „ *suberosum* nov. spec. *a*, *a'* 440 ×, *a''* 280 ×, *c*, *c'*, *c''* 440 ×
Fig. 37. „ *Treubii* nov. spec. *a* e fronte, *c* e vertice 650 ×
Fig. 38. „ *trachypleurum* Lund. var. *Nordstedtii* nov. var. *a* 650 ×, *a'* *a''* 440 ×, *a'''* ornamentatio medii semicellulae apud superiorem positionem tubi microscopici, eadem quae in semicellula a'' apud inferiorem positionem tubi microscopici delineata est; *c* e vertice 440 ×

Fig. 39. *Cosmarium obsoletum* (Hantsch) Reinsch var. *Sitvense* nov. var. *a, c* 440 ×, *a', c'* 280 ×
Fig. 40. *Cosmarium obsoletum* var. *scrobiculatum* nov. var. 440 ×
Fig. 41. „ *subspeciosum* Nordst. forma *javanica a, c* 440 ×, *b* 280 ×
Fig. 42. „ *nudum* (Turner) var. *javanicum* nov. var. *a, b* 280 ×
Fig. 43. „ „ var. *compressum* nov. var. *a, c* 280 ×
Fig. 44. „ *praemorsiforme* nov. spec. *a* 440 ×, *c* 280 ×
Fig. 45. „ *Askenazyi* Schmidle for. *javanica* nov. for. *a, a'* 280 ×
Fig. 46. „ *quadrifarium* Lund. for. *stellata* nov. for. *a, b, b'* 440 × *o* ornamentatio medii semicellulae 440 ×
Fig. 47. *Cosmarium subbireme* nov. spec. 440 ×

Tabula XXXIX.

Fig. 48. *Cosmarium Malinvernianum* (Rac.) Schmidle var. *Badense* Schmidle for. *tropica* nov. for. *a, a'* 440 ×; a'' 750 ×; α ornamentatio medii semicellulae apud demisiorem situm tubi microscopici; *b, c, c'* 280 ×
Fig. 49. *Cosmarium cuneatum* Joshua forma *typica* nob. (= Joshua l. c. fig. 17. et 18.) *a, b* 440 ×, α ornamentatio medii semicellulae etiam tres verrucas inframarginales ostendens. 650 ×
Fig. 50. *Cosmarium cuneatum* Joshua forma *crenata* nov. for. 440 ×
Fig. 51. „ „ forma *aperta* nov. for. *a, c* 440 ×
Fig. 52. „ *Pardalis* Cohn. *ex, ex*... verrucae intus excavatae, *a, c* 440 ×
Fig. 53. „ *angustatum* (Wittr.) Nordst. for. *obtusata* nov. forma 280 ×
Fig. 54. *Euastrum inermius* (Nordst.) Turner var. *javanicum* nov. var. *a* 280 ×, *a'* 440 ×, *a'', a'''* 650 ×, *c* 440 × semicell. ex ipsa basi visa.
Fig. 55. *Euastrum dideltoides* (Rac.) W. West et G. S. West for. *javanica* nov. for. *a, a'*, b 440 ×
Fig. 56. *Euastrum dideltoides* (Rac.) W. et G. S. West forma *Borgii* nov. for. *a, b, b'* 440 ×
Fig. 57. *Micrasterias Thomasiana* Arch. var. *javanica* nov. var. *a—a''* 280 × a''' lobum polare 650 ×
[Fig. 58. Vide Tabulam XL].
Fig. 59. *Staurastrum javanicum* nov. spec. *a, a* 440 ×

Tabula XL.

Fig. 58. *Micrasterias Möbii* W. et G. S. West var. *javanica* nov. var. *a, a', a''* e fronte 280 ×; c' 280 ×, *c* 440 × semicellulae e vertice visae; *c''* 280 × semicellula ex ipsa basi visa.
[Fig. 59. Vide Tabulam XXXIX].
Fig. 60. *Staurastrum bifidum* (Ehrenb.) Bréb. var. *tortum* W. B. Turner forma *punctata* nov. for. 280 ×
Fig. 61. *Staurastrum Wildemani* nov. spec. *a* e fronte, 280 ×, *c* e vertice 440 ×, c' e vertice 280 ×
Fig. 62. *Staurastrum longebrachiatum* (Borge) var. *javanicum* nov. var. *a* 280 ×, *a', a''* 660 ×

Fig. 63. *Staurastrum sexangulare* (Bulnh.) Lund. var. *bidentatum* nov. var. *a, c* 440 ×

Fig. 64. *Staurastrum irregulare* West forma nov. 440 ×

Fig. 65. „ *Raciborskii* nov. spec. *a, c* 440 ×

Fig. 66. *Nitzschia Lorenziana?* Grun. an *N. Sigma* var. *Sigmatella* (Greg.) Grun. 440 ×

Fig. 67. *Eunotia pectinalis* Rabenh. var. *octoundulata* Grun. forma nov.

Fig. 68. „ *Camelus* Ehrenb. var. *didymodon* Grun. for. *ventricosa* nov. for. *a, a'* 280 × ; a'' 440 ×

Fig. 69. *Spirulina Gomontii* nov. spec. 440 ×.

---

63. PUBLICATIONS DE LA CLASSE.

Le Secrétaire dépose sur le bureau la dernière publication de la Classe:

W. Syniewski. O budowie skrobi. *(Sur la constitution de l'amidon)*, 10 gravures, 8-o, p. 49.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcyą
Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Władysława Natansona.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

11 Grudnia 1902.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE

1873—1902

Librairie de la Société anonyme polonaise

(Spółka wydawnicza polska)

à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXIII (vol. I épuisé). — 258 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XLII, (vol. I. II. XIV épuisés, 61 pl.) — 276 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 41 livr. 51 k. 80 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI, XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol. VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed Chotkowski. 14 k. Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674—1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.). XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed Kluczycki. 10 c. Vol. XI Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III — VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *(Anciens monuments du droit polonais)* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum. T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches) vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 41 vol. (319 planches). — 376 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *(Comptes rendus de la Commission de physiographie)*, in 8-vo, 35 volumes (III. VI — XXXIII, 67 planches, vol I. II. IV. V épuisés). — 274 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas geologique de la Galicie)*, in fol., 12 livraisons (64 planches) (à suivre). — 114 k. 80 h.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *(Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—V, (44 planches, 10 cartes et 106 gravures). — 32 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo. 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1890. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo, vol. I—II. 1897. 13. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 33 k. 60 h.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

12,229

N° 10. DÉCEMBRE 1902.

BULLETIN INTERNATIONAL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

ANZEIGER DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN IN KRAKAU.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1902.

L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE A ÉTÉ FONDÉE EN 1872 PAR

S. M. L'EMPEREUR FRANÇOIS JOSEPH I.

PROTECTEUR DE L'ACADÉMIE :

S. A. I. L'ARCHIDUC FRANÇOIS FERDINAND D'AUTRICHE-ESTE.

VICE-PROTECTEUR : S. E. M. JULIEN DE DUNAJEWSKI.

PRÉSIDENT: M. LE COMTE STANISLAS TARNOWSKI.

SECRÉTAIRE GÉNÉRAL: M. STANISLAS SMOLKA.

EXTRAIT DES STATUTS DE L'ACADÉMIE:

(§ 2). L'Académie est placée sous l'auguste patronage de Sa Majesté Impériale Royale Apostolique. Le protecteur et le Vice-Protecteur sont nommés par S. M. l'Empereur.

(§ 4). L'Académie est divisée en trois classes:

a) classe de philologie,

b) classe d'histoire et de philosophie,

c) classe des Sciences mathématiques et naturelles.

(§ 12). La langue officielle de l'Académie est la langue polonaise.

Depuis 1885, l'Académie publie, en deux séries, le „Bulletin international" qui paraît tous les mois, sauf en août et septembre. La première série est consacrée aux travaux des Classes de Philologie, d'Histoire et de Philosophie. La seconde est consacrée aux travaux de la Classe des sciences mathématiques et naturelles. Chaque série contient les procès verbaux des séances ainsi que les résumés, rédigés en français, en anglais, en allemand ou en latin, des travaux présentés à l'Académie.

Le prix de l'abonnement est de 6 k. = 8 fr.
Les livraisons se vendent séparément à 80 h. = 90 centimes.

Publié par l'Académie
sous la direction de **M. Ladislas Natanson,**
Membre délégué de la Classe des Sciences mathématiques et naturelles.

Nakładem Akademii Umiejętności.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniw. Jagiell. pod zarządem Józefa Filipowskiego.

BULLETIN INTERNATIONAL
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE CRACOVIE.
CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET NATURELLES.

N° 10. **Décembre** **1902.**

Sommaire: 64. M. K. OLSZEWSKI. Appareils pour liquéfier l'air et l'hydrogène.

Séance du lundi 1 Décembre 1902.

PRÉSIDENCE DE M. E. GODLEWSKI.

64. M. K. OLSZEWSKI m. t. **O przyrządach do skraplania powietrza i wodoru.** *(Apparate zur Verflüssigung von Luft und Wasserstoff).* *(Appareils pour liquéfier l'air et l'hydrogène).*

Zwei Luftverflüssigungs-Apparate haben in neuester Zeit Eingang in die wissenschaftlichen Laboratorien gefunden: der Apparat von Linde und der von Hampson. Nach meinen Erfahrungen, die ich mit den beiden Apparaten gemacht habe, eignet sich der letztere besser zum Gebrauch im Laboratorium. Der Linde'sche Apparat mit seinem schweren und complicierten Bau functioniert nur langsam und bietet solche Schwierigkeiten beim Gebrauch, dass manche Laboratorien, welche ihn besitzen, ihn gar nicht oder doch nur selten gebrauchen. Die zweistufige Expansion, das Verstopfen der Ventile mittels festwerdenden Kohlendioxyds sowie das Abkühlen der Luft mittels eines Chlorcalcium-Eisgemisches erschweren den Gebrauch des Apparates in Laboratorien. Hampson's Apparat dagegen zeichnet sich durch einen sehr leichten und einfachen Bau aus. Die einstufige Expansion, der Ausschluss von Kühlungsmitteln, vom Wasser abgesehen, welches zum Abkühlen des Compressors dient, die vollkommene Circulation der Luft und deren vollständige Befreiung von Kohlendioxyd, ein überaus schnelles und sicheres Functionieren — dieses sind die Vorzüge des Hampson'schen Apparates [1]). In diesem Apparate beginnt nach meiner Erfahrung das Verflüssigen der Luft in ca. 10 Minuten

[1]) Derselbe wurde in englischer Sprache von M. W. Travers (The experimental Study of Gases, London 1901, S. 190) beschrieben.

nach dem Beginn der Expansion, und die Menge der verflüssigten Luft beträgt etwa 1 Liter in einer Stunde beim Verbrauch von sechs Pferdekräften. Im Linde'schen Apparate (kleinstes Modell) beginnt die Verflüssigung im besten Falle[1]) nach 2 bis 3 Stunden. Bevor also im Linde'schen Apparate die Verflüssigung beginnt, kann man mittels des Hampson'schen 2 bis 3 Liter flüssiger Luft erhalten.

Aus dem Obigen geht hervor, dass für gewöhnliche Zwecke, wenn es sich z. B. um Verflüssigung von 3 bis 6 Liter Luft pro Tag handelt, sich der Hampson'sche Apparat ausgezeichnet eignet. Die von mir construierten und unten beschriebenen zwei Luftverflüssigungs-Apparate, die als Modificierungen des Hampson'schen Apparates anzusehen sind, eignen sich besonders in folgenden Specialfällen: der erste in dem Falle, wo es sich darum handelt, in derselben Zeit, beim Gebrauche desselben Compressors und derselben motorischen Kraft, die doppelte Menge von flüssiger Luft zu erhalten, als es mittels des Hampson'schen Apparates möglich ist; der andere, welcher sehr klein und von sehr einfachem Bau ist, zur Demonstration der Verflüssigung während einer Vorlesung.

Apparat zur Darstellung von grösseren Mengen flüssiger Luft.

Der in Fig. 1 abgebildete Apparat besteht aus 3 Theilen: aus zwei Hampson'schen Regeneratoren *gg* und *bb*, die in passenden Blechgefässen untergebracht sind, sowie aus dem Kühler *ee*, welcher zur Aufnahme des Kühlungsmittels dient. Die Luft gelangt aus dem Compressor durch einen Hochdruckreiniger, welcher mit Kalihydratstücken gefüllt ist, mittels der Kupferröhre *a* in den Regenerator *bb*, welcher aus zwei Kupferröhren c_1 und c_2 besteht, die parallel auf einem cylindrischen Holzstab aufgewickelt sind und die Spirale *bb* bilden. Die oberen Enden dieser Röhren sind mittels d_1 mit dem Schlangenrohre *ff* verbunden, welches sich in dem Blechgefässe *ee* befindet; dieses Gefäss wird mit dem Kohlensäure-Aether-Gemische angefüllt. Aus dem Kühler gelangt die Luft durch die Röhre d_2 in den zweiten Regenerator, der ebenfalls aus zwei Kupferröhren h_1 h_2 besteht, die um eine Neusilberröhre gewickelt sind. Die unteren Enden dieser Röhrchen h_1 h_2 sind mit dem Ventil *i* ver-

[1]) Der Apparat versagt zuweilen gänzlich.

bunden, durch welches die Luft in das Blechgefäss gelangt, welches den Regenerator *gg* umgiebt. Zeigt das an passender Stelle angebrachte Manometer an, dass der Luftdruck im Apparate auf 200 Atm. gestiegen ist, dann öffnet man das Ventil *i*, indem man das hölzerne Griffrad *k* dreht. Die expandierte und abgekühlte Luft streicht zwischen den Windungen des Regenerators *gg* hindurch

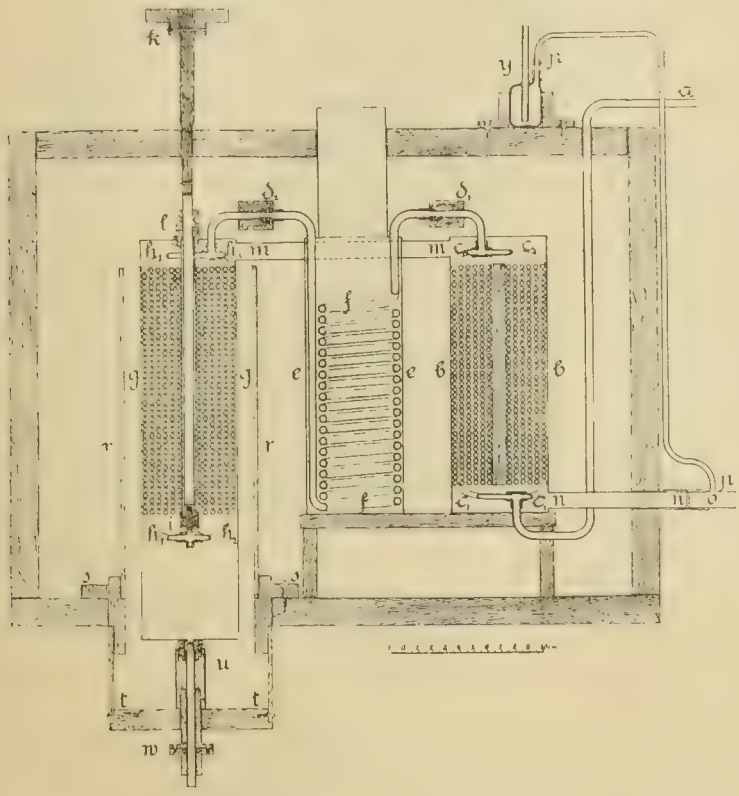


Fig. 1. Apparat zur Verflüssigung grösserer Luftmengen (verticaler Durchschnitt).

und gelangt durch die Röhre *mm* in den Regenerator *bb*, aus welchem sie in einen mit gelöschtem Kalke gefüllten Niederdruckreiniger und schliesslich in den Compressor zurückkehrt. Ein Glycerinmanometer *y*, welches mittels *pp* mit der Röhre *nn* communiciert, dient zur Regulierung der Expansion. Nach Verlauf von 5 Minuten nach dem Beginn der Expansion beginnt die Luft sich zu verflüssigen und kann in Intervallen von je etwa 5 Minuten ab-

gelassen werden, indem man das Ventil *u* mittels des Griffrädchens *w* öffnet. Der ganze Apparat ist in einer Holzkiste untergebracht und mit Wolle behufs Isolierung der umgebenden Luft bepackt.

In der Fig. 1 sind alle drei Gefässe in einer Ebene dargestellt, um die Circulation der Luft besser ersichtlich zu machen;

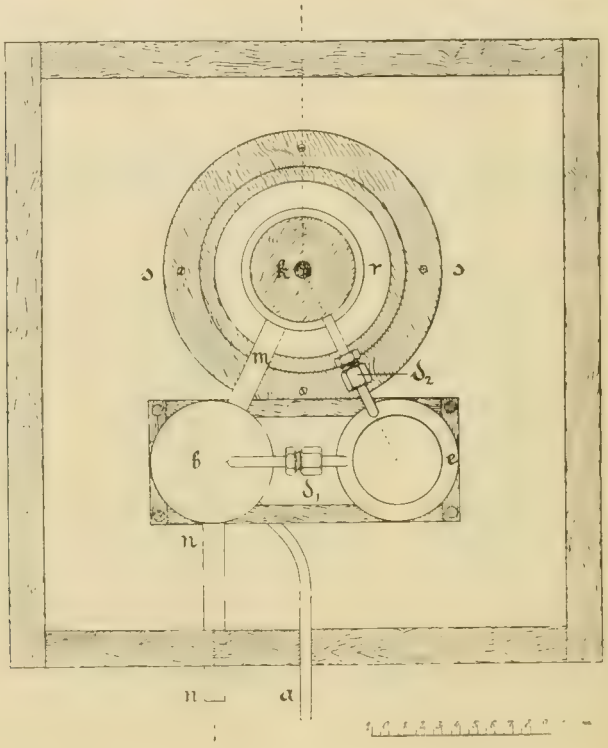


Fig. 2. Apparat zur Verflüssigung grösserer Luftmengen (horizontale Projection).

in Wirklichkeit jedoch sind die Gefässe so angeordnet, wie es die Fig. 2 in horizontaler Projection zeigt.

Dieser Apparat kann auch ohne Kältegemisch angewendet werden und er liefert in solchem Falle keine schlechteren Resultate als der gewöhnliche Hampson'sche Verflüssiger; unter Anwendung des Kühlungsmittels erhält man in derselben Zeit wenigstens die doppelte Menge flüssiger Luft. Bei Anwendung des Kohlensäure-Aether-Gemisches giebt dieser Apparat gute Resultate auch mit dem kleinen Compressor, welcher bei dem kleinsten Modell des Lin-

de'schen Verflüssigers gebraucht wird; derselbe Compressor functioniert nur schwach wegen seiner speciellen Construction, welche der zweistufigen Expansion angepasst ist, und kann derselbe in Verbindung mit dem gewöhnlichen zur Verflüssigung der Luft dienenden Hampson'schen Apparate nicht verwendet werden.

Vorlesungsapparat zur Demonstration der Verflüssigung der Luft.

Der in Fig. 3 dargestellte Apparat zeichnet sich durch einen so einfachen Bau aus, dass wenige Worte ausreichen, um seine Construction und seinen Gebrauch zu erklären.

Auf einem hölzernen Gestell ist ein Vacuumgefäss *ee* befestigt, welches im oberen Theile bis zur Höhe des Expansionsventils *c* versilbert ist; der untere Theil ist durchsichtig. In diesem Gefässe befindet sich ein Hampson'scher Regenerator *bb*, welcher aus zwei dünnen Kupferröhren[1]) besteht. Dieselben sind um eine Neusilberröhre gewickelt und mittels dieser an der Messingplatte *kk* befestigt. Die unteren Enden des Regenerators sind mit dem Expansionsventil *c* verbunden, welches mittels des Griffrades *d* reguliert werden kann. Der Regenerator *bb* ist mit dünnem Flanell so umwickelt, dass er mit leichter Reibung in das Vacuumgefäss *ee* hineingeschoben werden kann. Die Schrauben *kk* dienen zum Befestigen des Regenerators an dem hölzernen Gestell. Mittels des Röhrchens *a* ist der Apparat mit einem Metallmanometer und einer Stahlflasche von etwa 13 Liter Inhalt verbunden, welche trockene, von Kohlendioxyd freie Luft unter 200 Atm. Druck enthält. Die von mir angewendeten Flaschen haben stärkere Wände als die gewöhnlich im Handel vorkommenden; dieselben wurden auf einen Probedruck von 300 Atm. geprüft. Nach dem Öffnen der Stahlflasche wird die Expansion mittels des Griffes *d* so reguliert, dass der Druck in der Flasche im Verlaufe von 5 Minuten von 200 Atm. auf etwa 90 Atm. sinkt. Die expandierte Luft entweicht aus dem Ventil zwischen den Windungen des Regenerators hindurch und gelangt in die Atmosphäre mittels der Röhre *f*. Verfährt man wie oben beschrieben, dann

[1]) Der äussere Durchmesser der Kupferröhren beträgt 2·5 mm., der innere 1·6 mm., Länge einer jeden Röhre 22 Meter, Durchmesser der Wickelung 50 mm., Höhe der Wickelung 24 cm., Gewicht des Regenerators sammt Ventil und Messingplatte *kk* = 1.600 g.

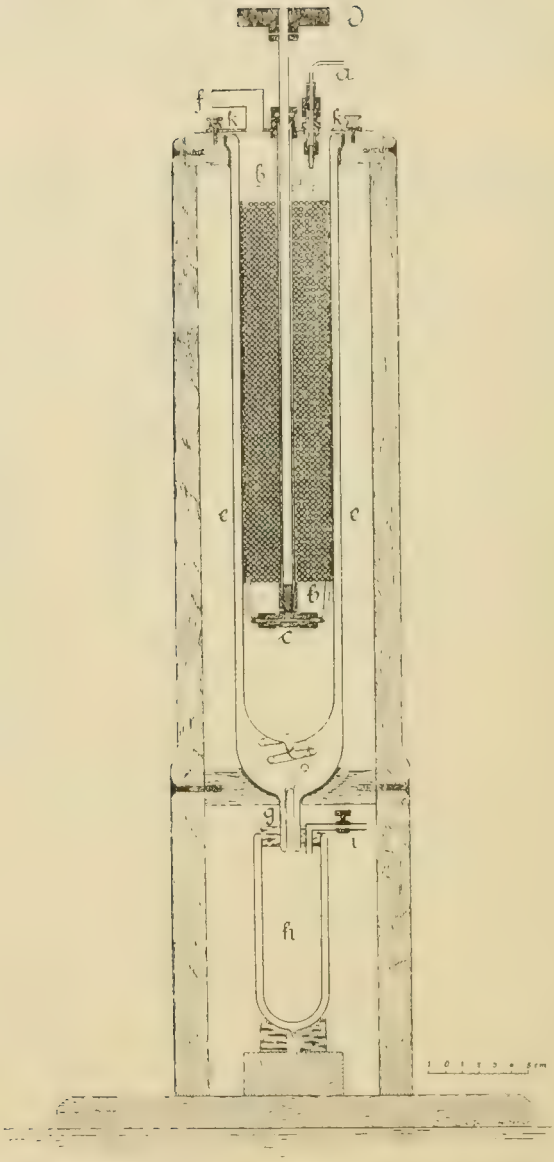


Fig. 3. Vorlesungsapparat zur Verflüssigung der Luft.

kann man bei Anwendung einer Stahlflasche in fünf Minuten 10 bis 20 ccm. flüssiger Luft erhalten; wendet man aber zwei Flaschen an, welche Luft unter 200 Atm. Druck enthalten, so kann man in 10 Minuten, vom Beginn des Expandierens an gerechnet, ungefähr 100 ccm. flüssiger Luft erhalten. Die Expansion von Drucken unterhalb 90 Atm. ist erfolglos.

Die im Untertheile des Vacuumgefässes *ee* verflüssigte Luft wird durch Öffnen des Hahnes *i* in ein kleineres Vacuumgefäss *h* übergegossen, welches mittels eines Korkstopfens *g* mit dem oberen Gefäss luftdicht verbunden ist. Dieses Gefäss *h* kann hierauf leicht abgenommen, und die darin enthaltene flüssige Luft zu anderweitigen Experimenten gebraucht werden.

Wasserstoff-Verflüssigungsapparat.

Zwei englische Gelehrte haben schon Apparate construiert, die mit gutem Erfolge zur Darstellung grösserer Mengen von flüssigem Wasserstoff gebraucht wurden, und zwar Dewar im Jahre 1898 und Travers im Jahre 1901. Der letztere hat seinen Apparat ausführlich beschrieben [1]). Wenn ich dessenungeachtet einen neuen Apparat zur Kenntnis der wissenschaftlichen Welt bringe, so geschieht es deshalb, weil es mir gelungen ist, nach längeren Versuchen den Apparat bedeutend zu vereinfachen, und weil ich hoffe, dass bei dessen Anwendung die Verflüssigung des Wasserstoffs nicht mehr als ein in der Laboratoriumschronik besonders zu notierendes Ereignis angesehen werden wird sondern als ein nicht zu mühsamer Versuch, den man täglich wiederholen kann.

In meiner Arbeit „Bestimmung der Inversionstemperatur der Kelvin'schen Erscheinung für Wasserstoff" [2]) habe ich gezeigt, dass der Wasserstoff unterhalb —80·5° während einer nicht umkehrbaren Expansion sich abzukühlen beginnt, und dass diese Abkühlung in der Siedetemperatur der Luft (etwa —190°) schon ganz bedeutend ist. Auf Grund dessen habe ich gefolgert, dass zur Verflüssigung des Wasserstoffs mittels nicht umkehrbarer Expansion die Temperatur von —200° bis —205°, welche von Dewar und von Tra-

[1]) Phil. Mag. [6] **1**, S. 411. 1901.

[2]) Rozpr. Akad. W. M.-P. **XLI**, S. 473, 1901; Drude's Ann. **7**, S. 818, 1902; Phil. Mag. [6], **3**, S. 535, 1902; Bull. Intern. Acad. Crac. S. 453, 1901.

vers in ihren Versuchen mittels Dampfdruckerniedrigung der verflüssigten Luft angewendet wurde, nicht unumgänglich ist.

In meinen Versuchen wandte ich zur Abkühlung des Wasserstoffs flüssige Luft an, welche unter gewöhnlichem Druck siedete, und dadurch wurde der Gebrauch einer Luftpumpe während des Versuches überflüssig; hierin besteht die eine Vereinfachung des Apparates und des Verflüssigungsvorganges. Eine andere Vereinfachung besteht in der Ausschliessung des Abkühlens mittels des Kohlensäure-Aether-Gemisches; die dritte Vereinfachung, oder eigentlich Erleichterung der Verflüssigung besteht in einer sehr bedeutenden Verkleinerung der Menge der flüssigen Luft, welche zum Kühlen nöthig ist. Während der Travers'sche Apparat etwa 8 Liter flüssige Luft zu diesem Zwecke erfordert, erheischt der unten beschriebene Apparat zum Verflüssigen von etwa 200 bis 300 ccm. Wasserstoff nur ca. drei Liter flüssige Luft, die im Hampson'schen Apparate binnen 3—4 Stunden darzustellen sind.

Diese bedeutende Luftersparnis wurde erzielt, indem zwei Hampson'sche Regeneratoren angewendet wurden, deren einer zum Zurückhalten und gänzlichen Ausnützen der Kälte *(sit venia verbo)* der flüssigen Luft, die zum Abkühlen des Wasserstoffs gebraucht wird, der andere dagegen zur Ausnützung der Kälte des expandierten, aber noch nicht verflüssigten Wasserstoffs dient.

Der in Fig. 4 und 5 abgebildete Apparat besteht aus drei Theilen: aus dem eigentlichen Verflüssiger *yy* und aus den beiden erwähnten Regeneratoren *b* und *c*. Der Verflüssiger ist wieder aus zwei Theilen zusammengesetzt: aus dem Regenerator *ff* und dem Kühler *ee*. Ein Blechrohr dient zum Befestigen des Verflüssigers an dem hölzernen Boden der Kiste, in welcher der ganze Apparat untergebracht und mittels Wolle sorgfältig bepackt ist, — sowie zum Abdichten des Vacuumgefässes *w*, welches den Regenerator *ff* und den Kühler *ee* umgiebt, mittels eines Kautschukringes und einer entsprechenden Mutter *xx*. Um den Verflüssiger abzukühlen, giesst man flüssige Luft in den Kühler *ee* mittels der Röhre *pp* hinein; die kalte, gasförmige Luft, welche dabei aus dem Kühler entweicht, gelangt mittels der Röhre *t* in den Regenerator *c*, kühlt dessen oberen Theil ab und entweicht nach aussen durch die Röhre *u*. Um den Regenerator *ff* abzukühlen, öffnet man das Ventil *r*, welches sich im Boden des Kühlers befindet, mittels des Griffrädchens *s*; die flüssige Luft, welche sich im Kühler befindet, fliesst

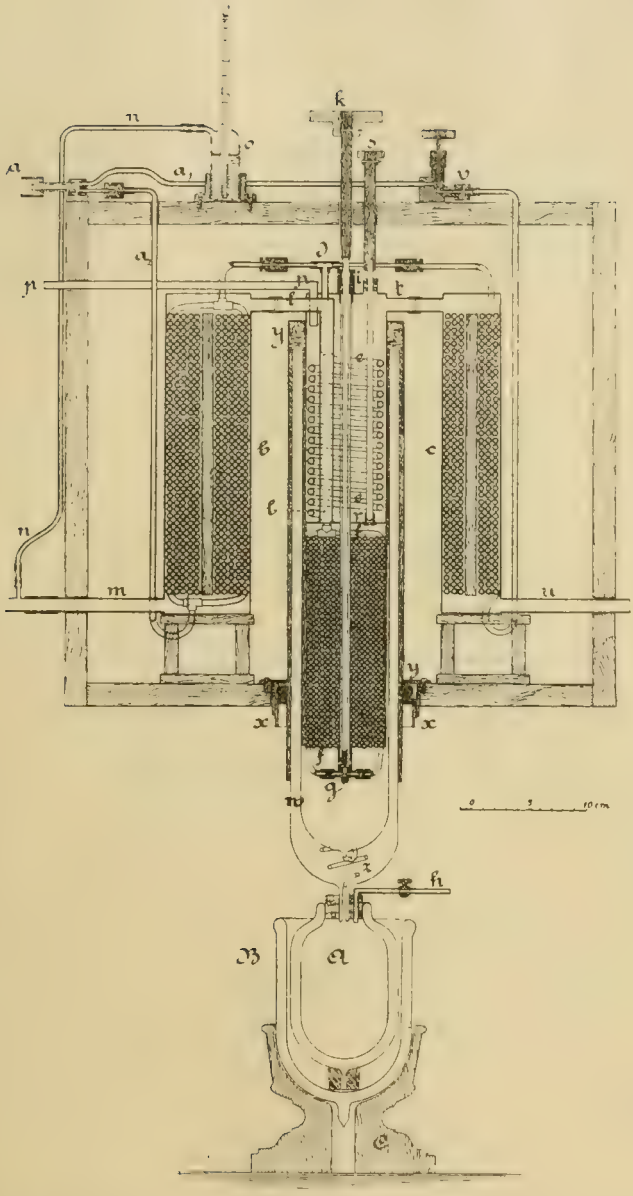


Fig. 4. Wasserstoffverflüssigungsapparat (verticaler Durchschnitt).

infolge dessen auf die Windungen des Regenerators *ff*, welcher dadurch binnen kurzem bis auf die Siedetemperatur der Luft abgekühlt wird. Ein bedeutender Theil der flüssigen Luft, welcher dabei gasförmig wird, gelangt durch die Röhre *l* in den Regenerator *b*, kühlt grösstentheils den oberen Theil seiner Windungen ab und entweicht durch die Röhre *m* nach aussen, nachdem er sich im unteren Theile des Regenerators auf Zimmertemperatur erwärmt hat. Der Überschuss an flüssiger Luft, welcher zum Abkühlen des Regenerators *ff* angewendet wurde, sammelt sich im unteren Theile des Vacuumgefässes *w* an und kann in das untere Vacuumgefäss *A* durch Lüften des Hahnes *h*

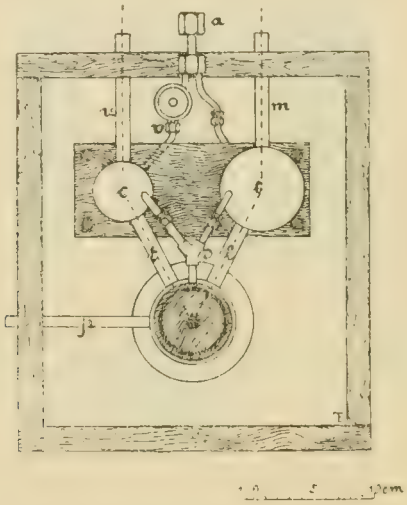


Fig. 5. Wasserstoffverflüssigungsapparat (horizontale Projection).

abgelassen werden. Das Gefäss *A* wird durch ein anderes von denselben Dimensionen ersetzt, und die abgelassene Luft kann zum Kühlen von *ee* im weiteren Verlaufe des Experimentes benützt werden. Nun schreitet man zum Durchspülen des Apparates mittels Wasserstoff. Ein Theil desselben befindet sich in einem Gasometer ein anderer Theil in Stahlflaschen, aus welchen er nöthigenfalls in das Gasometer übergeführt werden kann. Aus dem Compressor Wasserabscheider und dem Hochdruckreiniger muss schon früher mittels Durchleitens von Wasserstoff die Luft möglichst genau entfernt und der Wasserstoff in diese Gefässe bis zu einem Drucke von einigen Atmosphären eingepumpt werden. Mittels der Mutter

a verbindet man den Apparat mit dem Hampson'schen Hochdruckreiniger, beziehungsweise mit dem Compressor und lässt dann den Wasserstoff im langsamen Strome durch den Apparat streichen, indem man das Ventil *g* mittels des Griffes *h* öffnet. Mit dem Beginn des Auswaschens des Apparates soll man sich jedoch nicht zu sehr beeilen, man soll vielmehr 5 bis 10 Minuten abwarten, damit die flüssige Luft, mit welcher das den Regenerator abdichtende Flanell getränkt ist, Zeit habe, sich zu verflüchtigen; andernfalls würde sich der circulierende Wasserstoff mit einer grossen Menge Luft verunreinigen, welche im weiteren Verlaufe des Versuches erstarren und das Expansionsventil sowie die Kanäle zwischen den Windungen des Regenerators *ff* verstopfen könnte, wodurch das Circulieren des Wasserstoffs erschwert sein würde.

Wasserstoff wird durch Einwirkung von reiner Schwefelsäure auf käufliches Zink erhalten, und zwar in einem geräumigen Entwickelungsapparate aus Blei, wie er beim Löthen von Bleiplatten der Accumulatoren gebraucht wird. Die hölzernen Theile des Apparates, die mit der Säure in Berührung kommen, wurden jedoch durch bleierne ersetzt, da beim längeren Gebrauche das Holz auf die Säure reducierend einwirkt, wobei der Wasserstoff durch Schwefeldioxyd verunreinigt wird. Aus diesem Apparate strömt der Wasserstoff durch zwei Waschflaschen, deren eine mit Kaliumpermanganatlösung, die andere mit Natronlauge beschickt ist, und sammelt sich in einem Gasometer aus Zinkblech, welches 1200 Liter Fassungsraum besitzt. Aus diesem Gasometer wird er mittels eines Whitehead'schen Compressors in Stahlflaschen comprimiert, wo er bis zum Versuche verweilt. Vor einem jeden Versuche wird der Wasserstoff in einer Bunte'schen Bürette auf den Gehalt von Sauerstoff geprüft, dessen Menge gewöhnlich im frisch dargestellten Wasserstoff 0·2—0·3% nicht übersteigt. Nach mehrmaligem Gebrauche und längerer Circulation kann jedoch der Sauerstoffgehalt auf 0·5% oder sogar mehr steigen. Als nach längerem Gebrauche des Wasserstoffs der Sauerstoffgehalt einmal bis 1% gestiegen war, fanden im Niederdruckcylinder des Compressors Explosionen statt, welche sich bei jedem Kolbenhube regelmässig wiederholten. Aus diesem Grunde sowie wegen des Verstopfens des Expansionsventils bei der Verflüssigung des Wasserstoffs lasse ich gewöhnlich Wasserstoff, wenn er mehr als 0·5% Sauerstoff enthält, ins Freie entweichen und ersetze ihn durch einen frisch dargestellten. Bei Anwendung des

Whitehead'schen Compressors ist es mir bisher nicht gelungen, die Verunreinigung des Wasserstoffs durch Sauerstoff während einer längeren Circulation zu vermeiden; auf meinen Wunsch hat mir zwar die genannte Fabrik einen speciellen Kolben für den Niederdruckcylinder angefertigt, welcher mit zwei Dichtungsstulpen versehen ist, von denen der eine zum Comprimieren, der andere zum Saugen des Wasserstoffs dient; doch hat sich diese Einrichtung nicht bewährt, weil der Saugstulpen mit der äusseren Luft in Berührung kommt und infolge dessen bald austrocknet. Bei Anwendung des Wassers als Schmiermittel ist er deshalb wirkungslos; Ölschmierung ist aber nicht anwendbar, da der Compressor auch zum Verdichten und Verflüssigen von Luft dient. Die Verunreinigung mit Sauerstoff hat sich jedoch bedeutend vermindert, nachdem ich zum Festhalten des Fibrestulpens eine Scheibe von grösserem Durchmesser genommen habe, welche den Stulpen ziemlich stark an die Cylinderwände anpresst.

Nachdem der Apparat sorgfältig mit Wasserstoff ausgewaschen worden ist, wird die Röhre *m* mit dem Gasometer verbunden und der Compressor in Gang gesetzt; wenn der Druck 200 Atm. erreicht hat, wird mit dem Expandieren begonnen, indem man das Griffrad *k* langsam zurückdreht. Die Ventilstange ist im oberen Theile des Kühlers mittels der Schraubenmutter *i* abgedichtet, wo sie sich in einem Gewinde schraubenartig bewegt; eine entsprechende Anordnung verwandelt diese Schraubenbewegung in eine Vorwärtsbewegung, wodurch das Regulieren des Ventils *g* erleichtert wird. Der durch das Röhrchen *a* in den Apparat hineinkommende Wasserstoff theilt sich so, dass sein grösserer Theil durch die Abzweigung a_2 in den Regenerator *b*, ein kleinerer Theil aber durch die Abzweigung a_1 in den Regenerator *c* hineinströmt. Das Ventil *v* dient zum Regeln des Wasserstoffstromes im Regenerator *c* oder nöthigenfalls zum vollständigen Ausschluss dieses Regenerators von der Circulation. Der in den beiden Regeneratoren abgekühlte Wasserstoff vereinigt sich wieder im Röhrchen *d* und passiert in die Kühlschlange *ee*, welche mit flüssiger Luft umgeben ist; nach Durchgang durch den Regenerator *ff* erleidet er eine Expansion im Ventile *g*. Der expandierte Wasserstoff kehrt durch die Kanäle zwischen den Windungen des Regenerators *ff* zurück, worauf er durch die Röhre *ll* in den Regenerator *b* gelangt und schliesslich durch die Röhre *m* zurück in den Compressor.

Ein Glycerinmanometer *o*, welches mit der Röhre *m* durch das Röhrchen *nn* verbunden ist, erlaubt die Expansionsgeschwindigkeit zu regeln; das Rohr *m*, welches den Wasserstoff in den Compressor zurückführt, muss jedoch ziemlich eng (nöthigenfalls mittels eines Hahnes verengt) sein, und soll dem Wasserstoffdurchfluss einen gewissen Widerstand leisten, damit die Glycerinsäule im Manometer bei normaler Expansion etwa 25 cm betrage. Der Druck im Glycerinmanometer muss jedenfalls den Druck, unter welchem sich der Wasserstoff im Gasometer befindet, um ein Mehrfaches übertreffen. Die Expansion des Wasserstoffs sowie das Zugiessen der flüssigen Luft in den Kühler *ee* müssen so geregelt werden, dass sowohl der Wasserstoff, welcher den Apparat durch die Röhre *m* verlässt, wie auch die Luft, welche durch die Röhre *u* entweicht, dieselbe oder eine nur um wenige Grade niedrigere Temperatur besitzen als der vom Compressor aus zugeführte Wasserstoff.

In wenigen Minuten nach dem Beginn der Expansion beginnt das Festwerden der Luft, welche den Wasserstoff verunreinigt, und die Wände des Vacuumgefässes überziehen sich mit einer schneeartigen Masse; nach weiteren paar Minuten beginnt der Wasserstoff sich zu verflüssigen und wäscht die feste Luft in ein Leinwandsieb hinunter, welches sich auf dem Boden des Vacuumgefässes befindet; die Gefässwände werden wiederum durchsichtig, so dass man den Verflüssigungsvorgang bequem beobachten kann. In Zeitabständen von einigen Minuten öffnet man den Hahn *h* und giesst den flüssigen Wasserstoff in das Vacuumgefäss *A* über; dasselbe ist versilbert mit Ausnahme eines engen Streifens im oberen Theile, welcher zur Beobachtung dient. In der Zeichnung befindet sich dieses Gefäss in einem zweiten Vacuumgefäss *B*, in welches man etwas flüssige Luft giessen kann; doch ist dieses nicht unumgänglich nöthig, denn das Gefäss *B* kann auch ohne merklichen Verlust an Wasserstoff weggeschafft, und der Recipient *A* direct im Holzfusse *C* untergebracht werden.

Nachdem das Gefäss *A* mit flüssigem Wasserstoff angefüllt worden ist, schliesst man zeitweise das Expansionsventil *g* und reguliert die Circulation des Wasserstoffs vom Compressor direct zum Gasometer mittels eines zweiten Schraubenventils, welches ausserhalb des Apparates angebracht ist. Das Gefäss *A* wird durch ein anderes von denselben Ausmaassen ersetzt, und die Circulation

des Wasserstoffs durch den Apparat wieder hergestellt. Dieses Auswechseln der Wasserstoffrecipienten bietet keine Schwierigkeiten, und kann so lange wiederholt werden, als der Vorrath an flüssiger Luft ausreicht; man muss jedoch das abgenommene Gefäss schleunigst mit einem Korkstopfen verschliessen, welcher mit einem zweimal rechtwinklig gebogenen Glasröhrchen versehen ist, durch welches der verdampfende Wasserstoff entweicht; andernfalls strömt in das offene Gefäss die atmosphärische Luft hinein, erstarrt augenblicklich und verursacht ein so rasches Verdampfen des Wasserstoffs, dass man nach wenigen Minuten im Gefäss an Stelle des flüssigen Wasserstoffs eine schneeartige Masse von fester Luft vorfindet.

Ich habe zwei solche Apparate, wie sie oben beschrieben sind, angefertigt; dieselben unterscheiden sich hauptsächlich nur durch ihre Ausmaasse. Die Dimensionen der wichtigeren Theile des grösseren Apparates sind folgende: Durchmesser des Regenerators *ff* — 70 mm; seine Länge — 200 mm.; äussere Weite der Kupferröhren *ff* — 3·2 mm; lichte Weite derselben — 2 mm; Durchmesser des Regenerators *b* — 70 mm; seine Länge — 300 mm; Durchmesser des Regenerators *c* — 50 mm; seine Länge — 300 mm; äussere Weite der Kupferröhren in *b* und *c* — 3·8 mm; lichte Weite derselben — 2·5 mm; lichte Weite der Messingröhren *m, u, l* und *t* — 11 mm; Fassungsraum des Gefässes *A* — 400 ccm.

Die Dimensionen des kleineren Apparates: Durchmesser des Regenerators *ff* — 38 mm; seine Länge — 180 mm; äusserer Durchmesser des Kupferrohres — 2·5 mm; lichte Weite desselben — 1·6 mm; Durchmesser der Regeneratoren *b* und *c* — 60 bezw. 40 mm; Länge derselben — je 300 mm; Ausmaasse der Kupferröhrchen — wie im grösseren Apparate; lichte Weite der Messingröhren *m, u, l* und *t* — 9 mm; Fassungsraum des Gefässes *A* — 100 ccm. Da der kleinere Apparat nur sehr wenig flüssige Luft verbraucht, kann er vereinfacht werden, indem man den Regenerator *c* gänzlich wegschafft. In diesem Falle findet die Circulation des Wasserstoffs ausschliesslich durch den Verflüssiger *yy* und den Regenerator *b* statt, und die erhaltenen Resultate sind ebenfalls zufriedenstellend.

Bis jetzt habe ich nur den kleineren Apparat erprobt, in welchem ich jede zehn Minuten etwa 100 ccm flüssigen Wasserstoffs erhalten habe. Diese Menge reichte mir vollkommen zu den Messungen aus, welche ich ausgeführt habe und deren Resultate ich

in der nächsten Abhandlung anzugeben beabsichtige; hier erwähne ich nur, dass meine früheren Messungen der Siedetemperatur des Wasserstoffs mittels eines elektrischen Widerstandsthermometers, die ich in 1895 [1]) ausgeführt habe, sich vollkommen bestätigt haben, was die Widerstandsverminderung des von mir gebrauchten Platinthermometers anbelangt; der Unterschied zwischen den früheren und den jetzigen Bestimmungen der Siedetemperatur des Wasserstoffs ist nur durch die bei der ersten Bestimmung angewendete Extrapolation verursacht. Es hat sich auch meine Annahme der Schwierigkeit der Verflüssigung des Heliums vollkommen bestätigt, welche ich auf Grund der in 1896 ausgeführten Versuche aufgestellt habe [2]). Prof. Dewar, welcher unreines Helium bei seinen Experimenten gebrauchte, behauptete zwar anfangs [3]), dass sich das Helium leichter als Wasserstoff verflüssigt, in seiner späteren [4]) Arbeit ist er aber von jener Behauptung zurückgetreten und bestätigte meine Versuche, welche das Helium als das vollkommenste aller Gase hinstellen.

Endlich erwähne ich noch, dass der grössere Apparat (Fig. 4) auch zur Verflüssigung der Luft ohne Verwendung von Kühlungsmitteln gebraucht werden kann, und zwar mit demselben Erfolge wie der Hampson'sche Apparat; zu diesem Zwecke muss man nur das Ventil *v* schliessen und die Circulation der Luft ausschliesslich durch den Verflüssiger *yy* und den Regenerator *b* leiten.

Krakau, I. chemisches Universitätslaboratorium.

[1]) K. Olszewski. Rozprawy W. M.-P. Akad., Kraków, XXIX, 404, 1895; Bull. Intern. Acad., Cracovie, Juin, 1895; Wiedem. Ann. 59, 133, 1895; Phil. Mag. August 1895, p. 202.

[2]) K. Olszewski. Rozprawy W. M.-P. Akad., Kraków, XXXI, 262, 1896; Wiedem. Ann., 59, 184, 1896; Bull. Intern. Acad., Cracovie, Juin 1896.

[3]) J. Dewar, Ann. Chim. Phys., 14, 153, 1898.

[4]) J. Dewar, Ann. Chim. Phys., 23, 423, 1901.

Table par noms d'auteurs des matières

contenues dans le Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie.

(Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles).

Année 1902.

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire indique la page.

Baczyński (Wł.) *v.* Niementowski (St.).
Bier (L.) *v.* Marchlewski (L).
Birkenmajer (L.) Nicolas Copernic. I partie 200.
Bochenek (A.) La structure de la glande pituitaire des amphibiens 397.
Bondzyński (St.) et **Panek (K.)** L'acide alloxyprotéique 532.
Browicz (T.) Remarques sur la cellule hépatique 130.
Bruner (L.) Le mécanisme de l'action catalytique de l'iode 181.

Eisenberg (Ph.) Sur les phénomènes de précipitation spécifique 289.

Godlewski (E.) La régénération des Tubularia 387.
Godlewski (T.) La pression osmotique de quelques dissolutions 146.
Gutwiński (R.) De algis a Dre M. Raciborski anno 1899. in insula Java collectis 575.

Jaworowski (M.) L'„apparato reticolare" de M. Golgi 403.

Kępiński (St.) L'intégration des solutions d'équations différentielles 65.
Korczyński (A.) *v.* Marchlewski (L.).
— L'action du brome sur le durol etc. 14.
Kostanecki (C.) La maturation et la fécondation de l'oeuf de *Cerebratulus marginatus* 270.
— Les anomalies des figures mitotiques etc. 278.
— La fécondation et la parthénogénèse sur les oeufs de Mactra 363.
Kraft (C.) L'échelle des couleurs d'interférence 310.
Krzemieniewski (S.) L'influence des sels sur la respiration des graines 163.
Kulczyński (Vl.) Species Oribatinarum 89.
— Erigonae Europaeae 539.

Levi Civita (T.) Les surfaces (S) de M. Zaremba 263.

Marchlewski (L.) Les dérivés de la chlorophylle 1.
— La phylloporphyrine et la mésoporphyrine 223.
— Matières colorantes obtenues par l'action de l'isatine etc. 227.
Marchlewski (L.) et **Bier (L.)** L'absorption des rayons ultra-violets par les matières colorantes de la bile etc. 230.
Marchlewski (L.) et **Korczyński (A.)** La Chimie de l'isatine 245.

Natanson (L.) La propagation d'un petit mouvement dans un fluide visqueux 19.
— La conductibilité calorifique d'un gaz 137.
— La fonction dissipative 488.
— La déformation d'un disque plastico-visqueux 494.
Niementowski (St.) Dérivés de l'anhydride anthranilique 232.
— Limites de formation des composés diazoamidés 413.
— L'acide chloraldianthranilique 420.
Niementowski (St.) et **Baczyński (Wł.)** Bromuration des benzimidazols 421.

Olszewski (K.) Appareils pour liquéfier l'air et l'hydrogène 619.

Panek (K.) *v.* Bondzyński (S.)

Raciborski (M.) Les fleurs épiphylles de l'orge sans barbes 43.
— La reproduction de la Marattiacée 48.
— Réaction chimique à la surface des racines 51.
— Sur quelques fougères etc. 54.
Rogoziński (K.) L'absorption des microbes par l'intestin 96.
Rybiński (M.) Coleopterorum species novae 10.

Seńkowski (M.) L'étude de la fonction de sécrétion du foie 242.
Siedlecki (M.) L'Herpetophrya astoma 356.
— Cycle évolutif de la Caryotropha mesnilii 561.
Sosnowski (J.) La physiologie du développement des mouches 568.
Strzelecka (M.) La désoxybenzoïne 12.
Syniewski (V.) L'action de l'aldéhyde formique sur l'amidon 435.
— La constitution de l'amidon 441.
Szajnocha (L.) Le pétrole à Wójcza 219.

Trzebiński (J.) Influence des excitants sur la croissance du Phycomyces nitens 112.

Witkowski (A.) L'électricité atmosphérique à Zakopane 7.

Zakrzewski (C.) Sur les oscillations d'un disque etc. 235.
Zaleski (J.) Recherches sur la mésoporphyrine 512.
Zaremba (S.) Détermination du cas où les fonctions fondamentales de M. Poincaré etc. 35.
— Sur les méthodes de la moyenne arithmétique etc. 457.

Errata.

Page 33, équation (6), *lisez*

$$a\sqrt{2\,T/\sigma}\,(1+\tfrac{1}{2}\sigma\,T)=l$$

Page	*ligne*	*au lieu de*	*lisez*
148	23	valeur	valence
153	dernière; colonne 8	0·4	— 0·4
155	10	7·5	5
156	5	contre 0·001 n	contre 0·01 n
159	31	Table V	Table VI
161	4; colonne 2	3·4672	1·4672

Nakładem Akademii Umiejętności.

Pod redakcyą
Członka delegowanego Wydziału matem.-przyr., Dra Władysława Natansona.

Kraków, 1902. — Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, pod zarządem J. Filipowskiego.

17 Grudnia 1902.

PUBLICATIONS DE L'ACADÉMIE
1873—1902

Librairie de la Société anonyme polonaise
(Spółka wydawnicza polska)
à Cracovie.

Philologie. — Sciences morales et politiques.

»Pamiętnik Wydz. filolog. i hist. filozof.« *(Classe de philologie, Classe d'histoire et de philosophie. Mémoires)*, in 4-to, vol. II—VIII (38 planches, vol. I épuisé). — 118 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. filolog.« *(Classe de philologie. Séances et travaux)*, in 8-vo, volumes II—XXXIII (vol. I épuisé). — 258 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń Wydz. hist. filozof.« *(Classe d'histoire et de philosophie. Séances et travaux)*, in 8-vo, vol. III—XIII, XV—XLII, (vol. I, II, XIV épuisés, 61 pl.) — 276 k.

»Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce.« *(Comptes rendus de la Commission de l'histoire de l'art en Pologne)*, in 4-to, vol. I—VI (115 planches, 1040 gravures dans le texte). — 77 k.

»Sprawozdania komisyi językowej.« *(Comptes rendus de la Commission de linguistique)*, in 8-vo, 5 volumes. — 27 k.

»Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce.« *(Documents pour servir à l'histoire de la littérature en Pologne)*, in 8-vo, 10 vol. — 57 k.

Corpus antiquissimorum poëtarum Poloniae latinorum usque ad Joannem Cochanovium, in 8-vo, 4 volumes.

Vol. II, Pauli Crosnensis atque Joannis Visliciensis carmina, ed. B. Kruczkiewicz. 4 k. Vol. III. Andreae Cricii carmina ed. C. Morawski. 6 k. Vol. IV. Nicolai Hussoviani Carmina, ed. J. Pelczar. 3 c. — Petri Roysii carmina ed. B. Kruczkiewicz. 12 k.

»Biblioteka pisarzów polskich.« *(Bibliothèque des auteurs polonais du XVI et XVII siècle)*, in 8-vo, 41 livr. 51 k. 80 h.

Monumenta medii aevi historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 162 k.

Vol. I, VIII, Cod. dipl. eccl. cathedr. Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. II, XII et XIV. Cod. epistol. saec. XV ed A. Sokołowski et J. Szujski; A. Lewicki. 32 k. — Vol. III, IX, X, Cod. dipl. Minoris Poloniae, ed. Piekosiński. 30 k. — Vol. IV, Libri antiquissimi civitatis Cracov. ed. Piekosiński et Szujski. 10 k. — Vol. V, VII, Cod. diplom. civitatis Cracov. ed. Piekosiński. 20 k. — Vol. VI, Cod. diplom. Vitoldi ed. Prochaska. 20 k. — Vol. XI, Index actorum saec. XV ad res publ. Poloniae spect. ed. Lewicki. 10 k. — Vol. XIII, Acta capitulorum (1408—1530) ed. B. Ulanowski. 10 k. — Vol. XV, Rationes curiae Vladislai Jagellonis et Hedvigis, ed. Piekosiński. 10 k.

Scriptores rerum Polonicarum, in 8-vo, 11 (I—IV, VI—VIII, X, XI, XV, XVI, XVII) volumes. — 162 k.

Vol. I, Diaria Comitiorum Poloniae 1548, 1553, 1570. ed. Szujski. 6 k. — Vol. II, Chronicorum Barnardi Vapovii pars posterior ed. Szujski. 6 k. — Vol. III. Stephani Medeksza commentarii 1654 — 1668 ed. Seredyński: 6 k. — Vol. VII, X, XIV, XVII Annales Domus professae S. J. Cracoviensis ed. Chotkowski. 14 k. — Vol. XI, Diaria Comitiorum R. Polon. 1587 ed. A. Sokołowski 4 k. Vol. XV. Analecta Romana, ed. J. Korzeniowski. 14 k. — Vol. XVI. Stanislai Temberski Annales 1647—1656, ed. V. Czermak. 6 k.

Collectanea ex archivo Collegii historici, in 8-vo, 8 vol. — 48 k.

Acta historica res gestas Poloniae illustrantia, in 8-vo imp., 15 volumes. — 156 k.

Vol. I, Andr. Zebrzydowski, episcopi Vladisl. et Cracov. epistolae ed. Wisłocki 1546—1553. 10 k. — Vol. II, (pars 1. et 2.) Acta Joannis Sobieski 1629—1674, ed. Kluczycki. 20 k. —

Vol. III, V, VII, Acta Regis Joannis III (ex archivo Ministerii rerum exterarum Gallici) 1674 1683 ed. Waliszewski. 30 k. — Vol. IV, IX, (pars 1. et 2.) Card. Stanislai Hosii epistolae 1525—1558 ed. Zakrzewski et Hipler. 30 k. — Vol. VI, Acta Regis Ioannis III ad res expeditionis Vindobonensis a. 1683 illustrandas ed. Kluczycki. 10 k. — Vol. VIII (pars 1. et 2.), XII (pars 1. et 2.), Leges, privilegia et statuta civitatis Cracoviensis 1507—1795 ed. Piekosiński. 40 k. Vol. X, Lauda conventuum particularium terrae Dobrinensis ed. Kluczycki. 10 c. — Vol. XI, Acta Stephani Regis 1576—1586 ed. Polkowski. 6 k.

Monumenta Poloniae historica, in 8-vo imp., vol. III—VI. — 102 k.

Acta rectoralia almae universitatis Studii Cracoviensis inde ab anno MCCCCLXIX, ed. W. Wisłocki. T. I, in 8-vo. — 15 k.

»Starodawne prawa polskiego pomniki.« *Anciens monuments du droit polonais* in 4-to, vol. II—X. — 72 k.

Vol. II, Libri iudic. terrae Cracov. saec. XV, ed. Helcel. 12 k. — Vol. III, Correctura statutorum et consuetudinum regni Poloniae a. 1532, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. IV, Statuta synodalia saec. XIV et XV, ed. Heyzmann. 6 k. — Vol. V, Monumenta literar. rerum publicarum saec. XV, ed. Bobrzyński. 6 k. — Vol. VI, Decreta in iudiciis regalibus a. 1507—1531 ed. Bobrzyński. 6 k. Vol. VII, Acta expedition. bellic. ed. Bobrzyński, Inscriptiones clenodiales ed. Ulanowski. 12 k. — Vol. VIII, Antiquissimi libri iudiciales terrae Cracov. 1374—1400 ed. Ulanowski. 16 k. — Vol. IX, Acta iudicii feodalis superioris in castro Golesz 1405—1546. Acta iudicii criminalis Muszynensis 1647—1765. 6 k. — Vol. X, p 1. Libri formularum saec. XV ed. Ulanowski. 2 k.

Volumina Legum., T. IX. 8-vo, 1889. — 8 k.

Sciences mathématiques et naturelles.

»Pamiętnik.« *(Mémoires)*, in 4-to, 17 volumes (II—XVIII, 178 planches, vol. I épuisé). — 170 k.

»Rozprawy i sprawozdania z posiedzeń.« *(Séances et travaux)*, in 8-vo, 41 vol. (319 planches). — 376 k.

»Sprawozdania komisyi fizyograficznej.« *Comptes rendus de la Commission de physiographie*, in 8-vo, 35 volumes (III. VI — XXXIII, 67 planches, vol. I. II. IV. V épuisés). — 274 k. 50 h.

»Atlas geologiczny Galicyi.« *(Atlas géologique de la Galicie)*, in fol., 12 livraisons (64 planches) (à suivre). — 114 k. 80 h.

»Zbiór wiadomości do antropologii krajowej.« *Comptes rendus de la Commission d'anthropologie)*, in 8-vo, 18 vol. II—XVIII (100 pl., vol. I épuisé). — 125 k.

»Materyały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne.« (*Matériaux anthropologiques, archéologiques et ethnographiques*), in 8-vo, vol. I—V, (44 planches, 10 cartes et 106 gravures). — 32 k.

Świętek J., »Lud nadrabski, od Gdowa po Bochnią.« *(Les populations riveraines de la Raba en Galicie)*, in 8-vo, 1894. — 8 k. Górski K., »Historya piechoty polskiej« *(Histoire de l'infanterie polonaise)*, in 8-vo. 1893. — 5 k. 20 h. »Historya jazdy polskiej« (*Histoire de la cavalerie polonaise*), in 8-vo, 1894. — 7 k. Balzer O., »Genealogia Piastów.« (*Généalogie des Piasts*), in 4-to, 1896. — 20 k. Finkel L., »Bibliografia historyi polskiej.« (*Bibliographie de l'histoire de Pologne*) in 8-vo, vol. I et II p. 1—2, 1891—6. — 15 k. 60 h. Dickstein S., »Hoëne Wroński, jego życie i dzieła.« (*Hoëne Wroński, sa vie et ses oeuvres*), lex. 8-vo, 1896. — 8 k. Federowski M., »Lud białoruski.« (*L'Ethnographie de la Russie Blanche*), in 8-vo, vol. I—II. 1897. 13. k.

»Rocznik Akademii.« *(Annuaire de l'Académie)*, in 16-o, 1874—1898 25 vol. 1873 épuisé) — 33 k. 60 h.

»Pamiętnik 15-letniej działalności Akademii.« *(Mémoire sur les travaux de l'Académie 1873—1888)*, 8-vo, 1889. — 4 k.

Phylloporphyrin dissolved in dil. HCl

" " " " H_2SO_4

" " " " HNO_3

kβ

Various concentrations of phylloporphyrin in dil. HCl.

Phylloporphyrin dissolved in dil. HCl

" " " " H_2SO_4

" " " " HNO_3

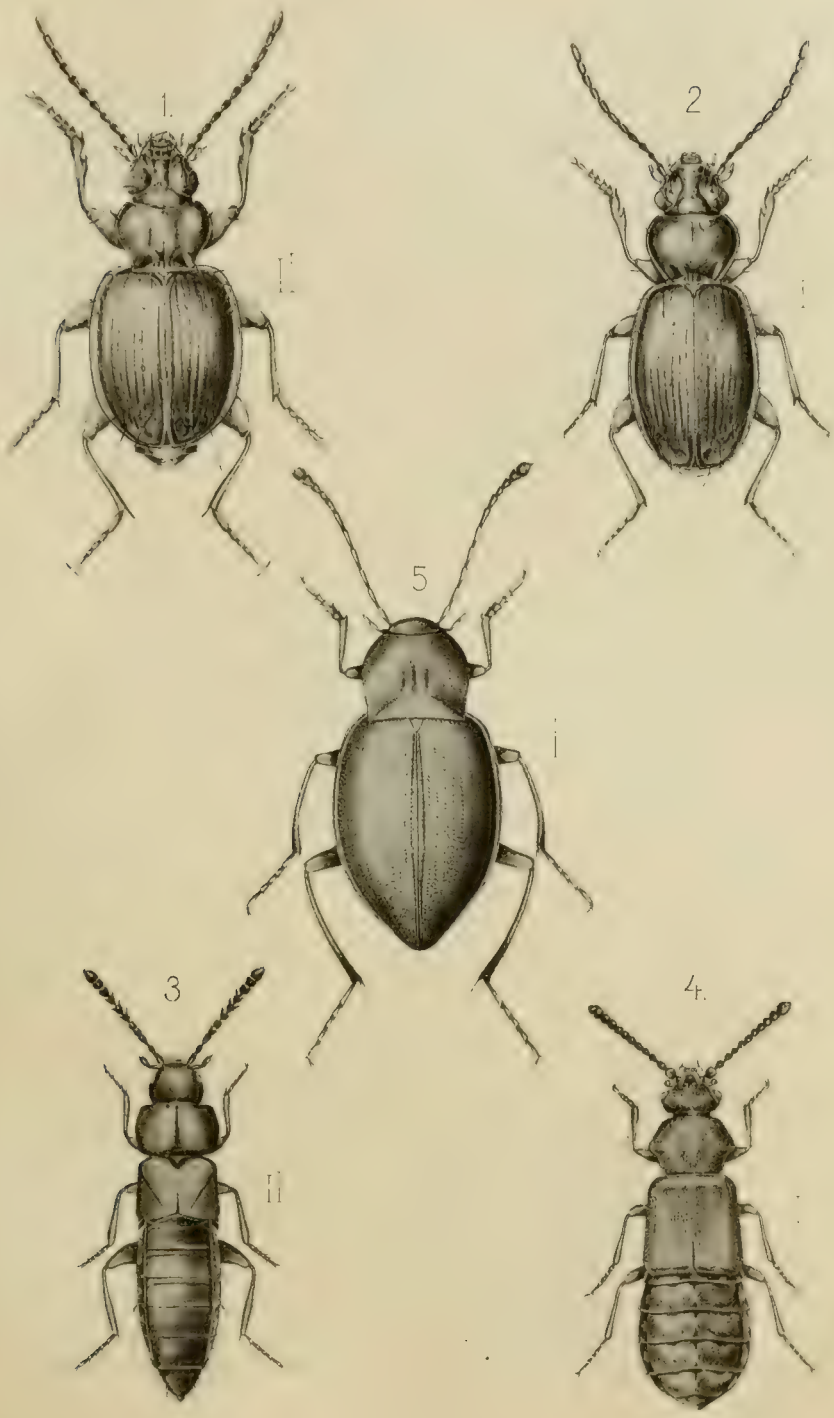
Na

source of light.

Phylloporphyrin dissolved in ether

source of light.

L. Marchlewski.

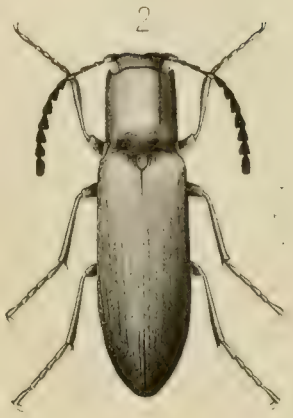


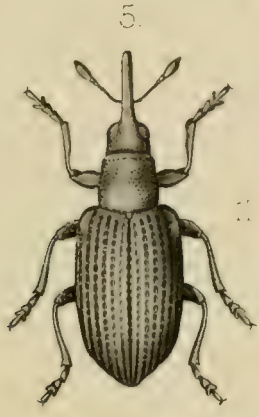
1. Trechus fontinalis. 2. Tr. carpathicus. 3. Atheta Smolkai.

4. Eudectus Kulczyńskii. 5. Choleva magnifica.

M. Rybiński.

A. PRUSZYŃSKI, CRACOVIE



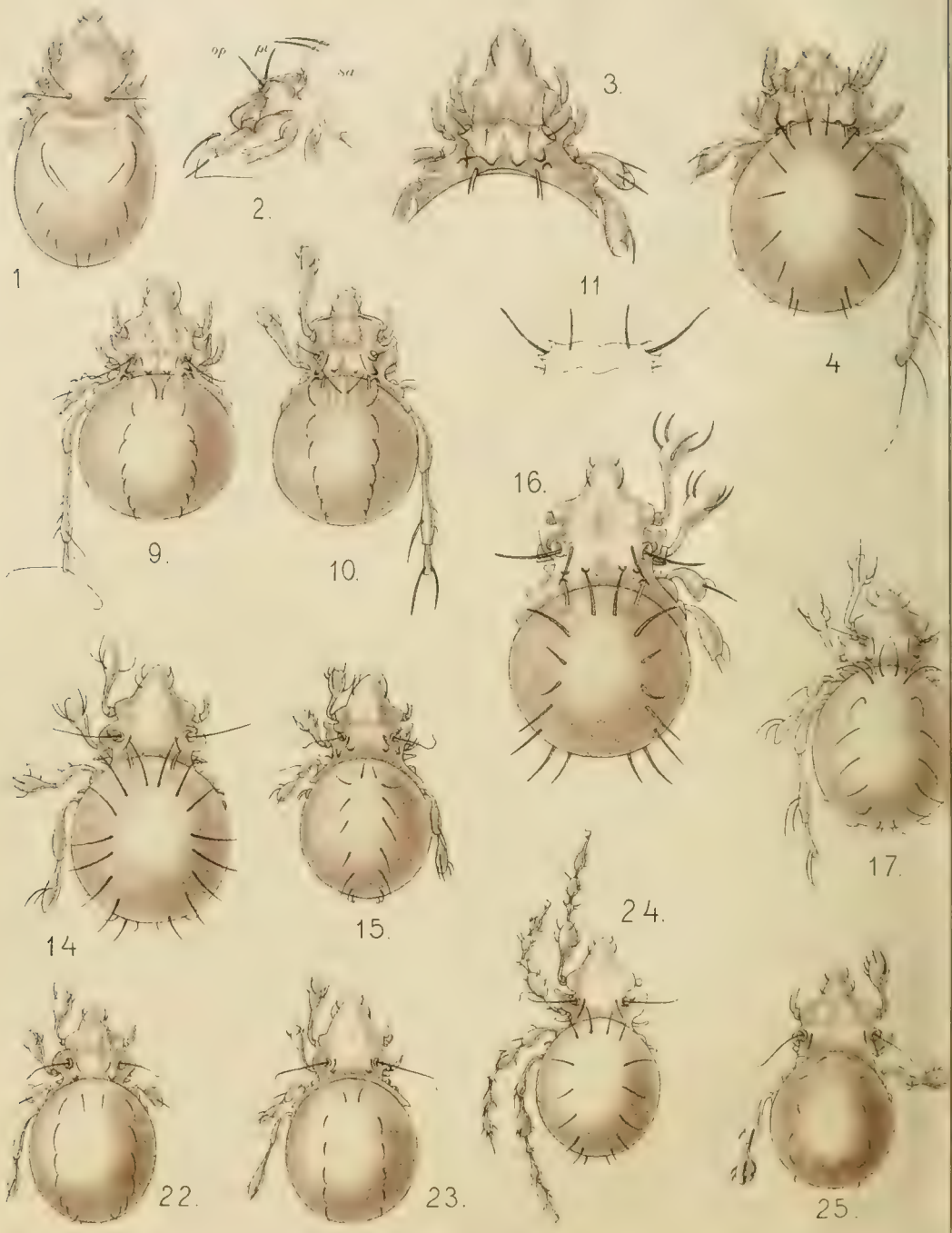


1 Throscus laticollis 2 Ludius Ganglbaueri. 3 Ceuthorrhynchus formosus.

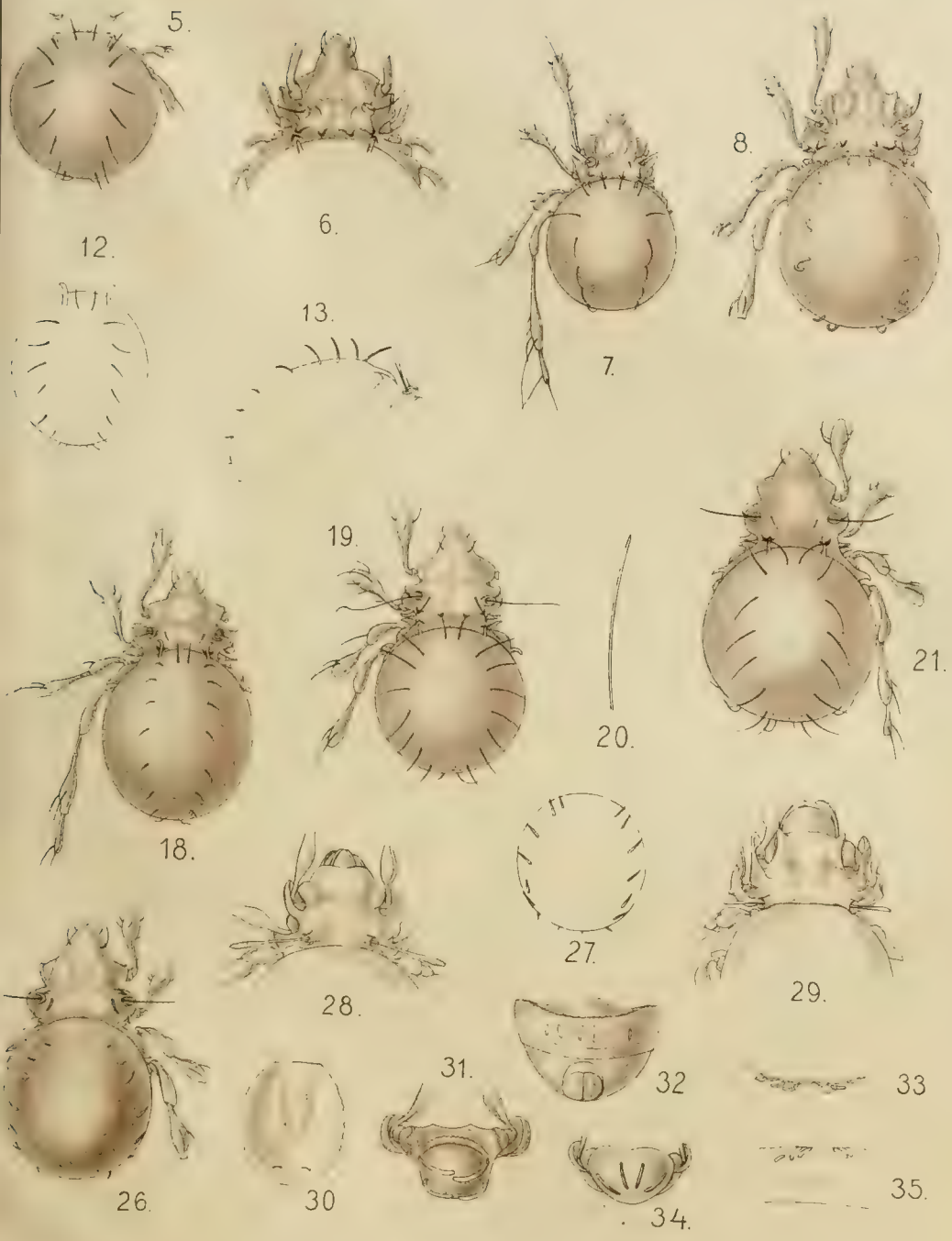
4. C galiciensis 5. Apion podolicum.

M. Rybiński.

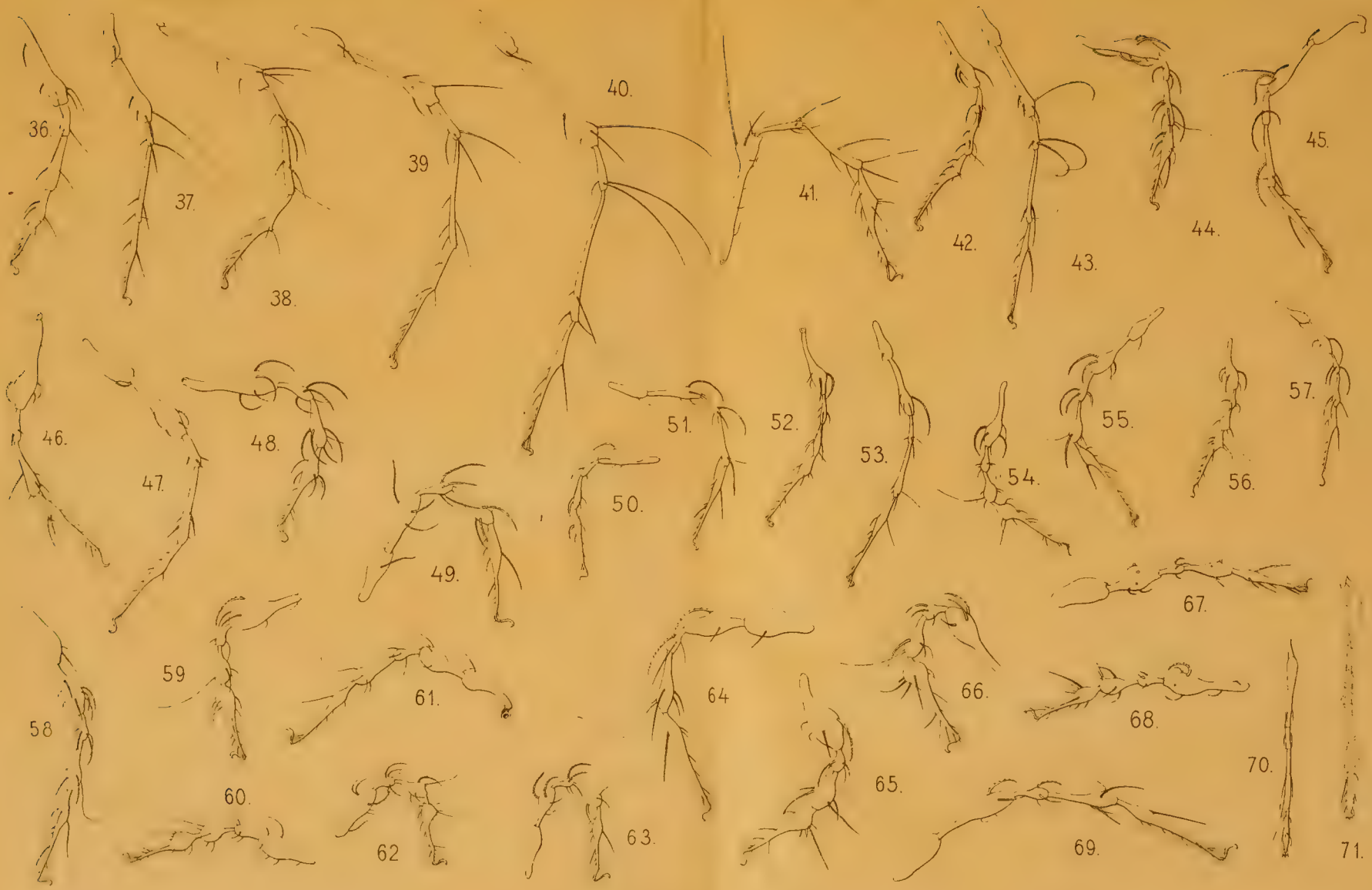
A. PRUSZYŃSKI, CRACOVIE



W. Kulczyński, ad nat. delin.



LITH. ART. A. PRUSZYŃSKI, CRACOVIE.



W. Kulczyński, ad nat. delin.

LITH. ART. A. PRUSZYŃSKI, CRACOVIE.

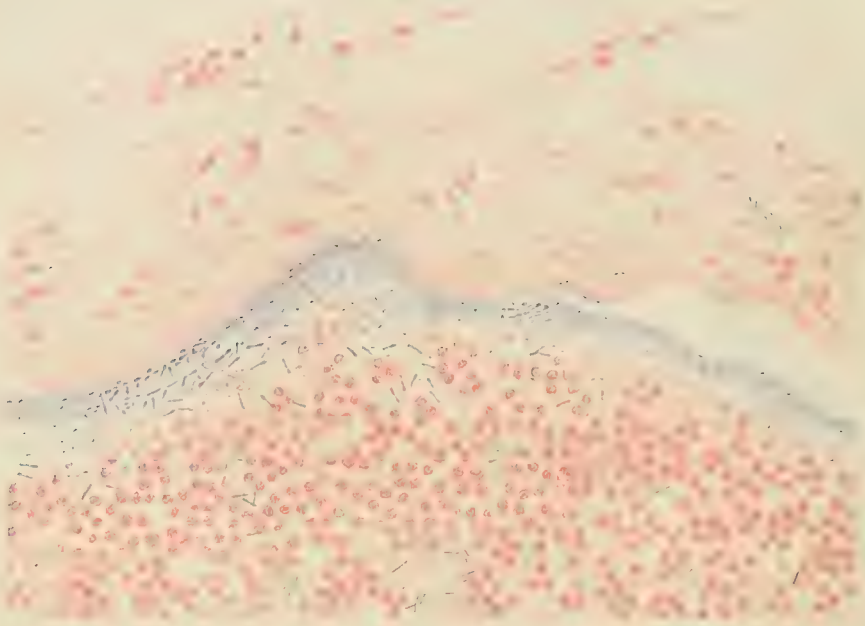


Fig. 1.

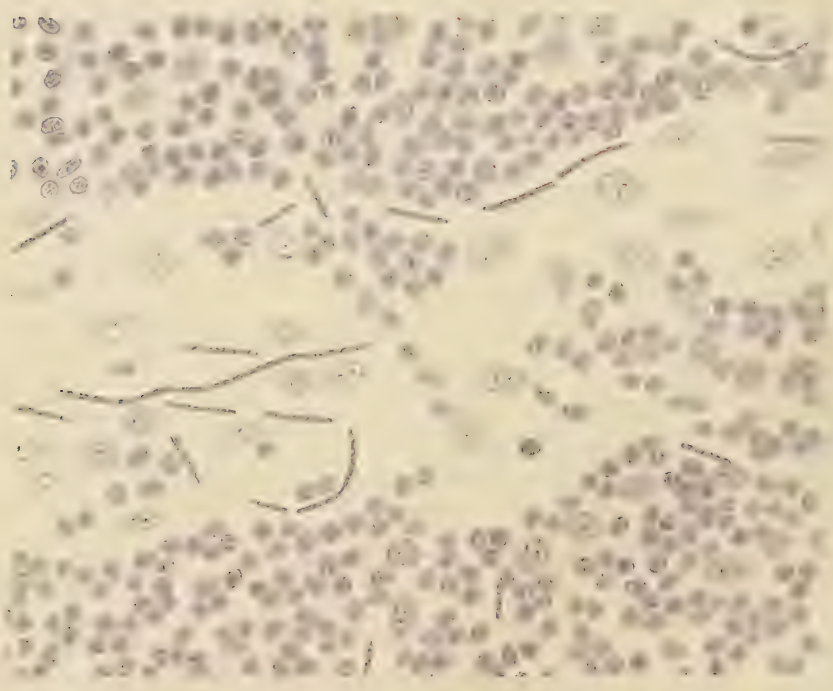


Fig. 2.

Fig. 3.

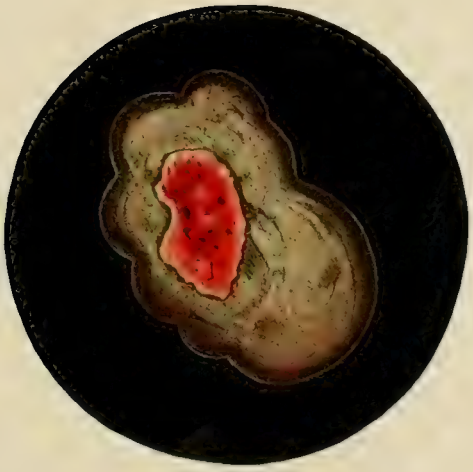


Fig. 1.

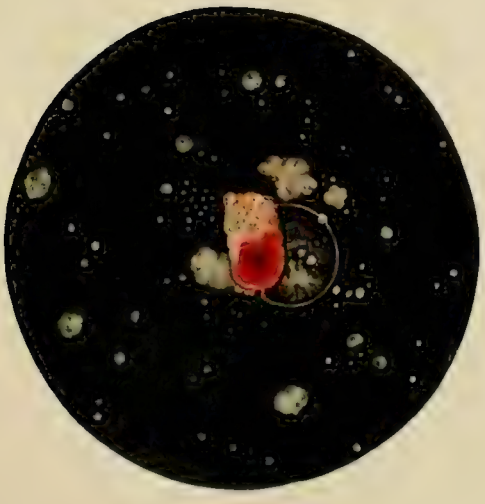
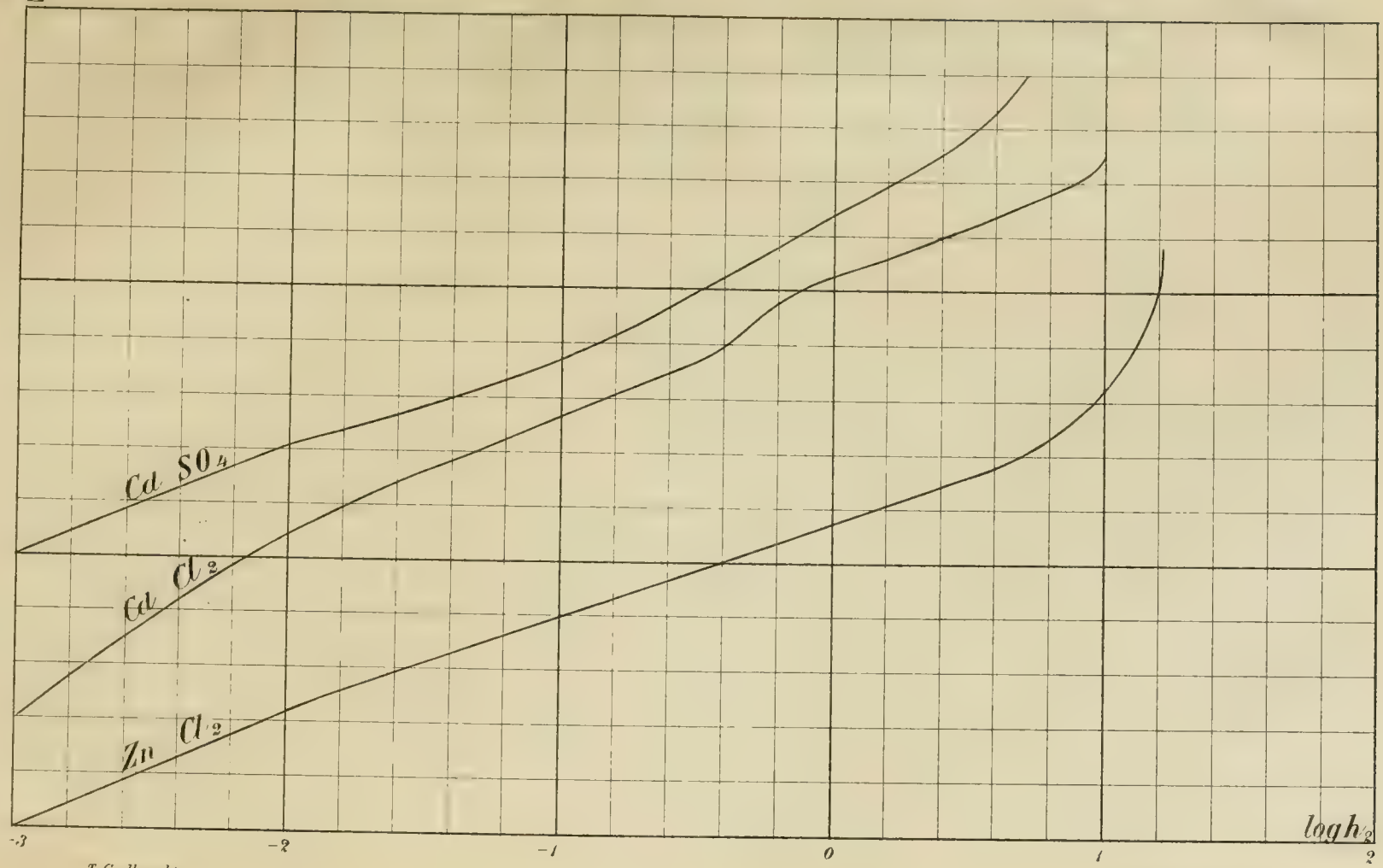
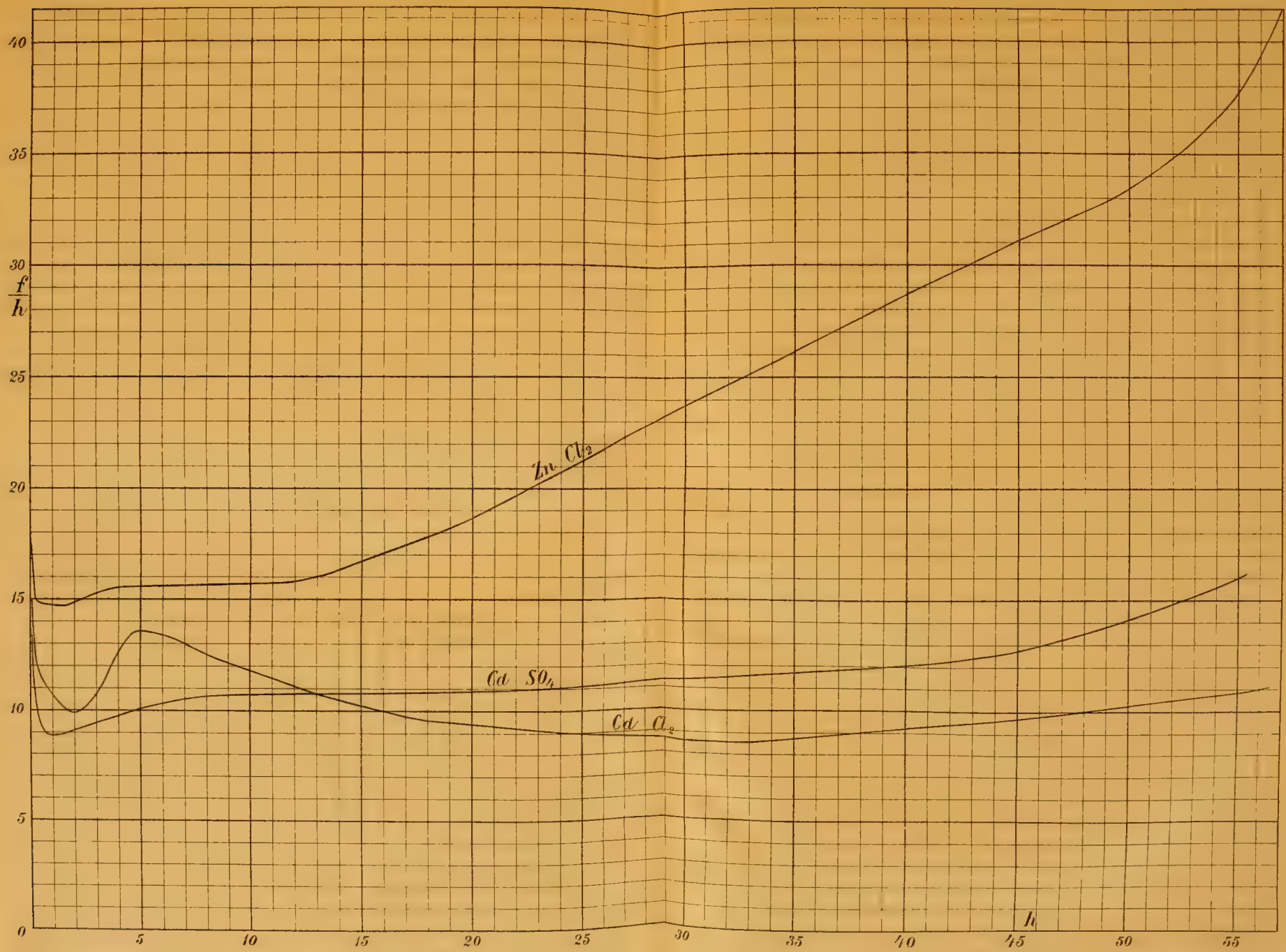


Fig. 5.



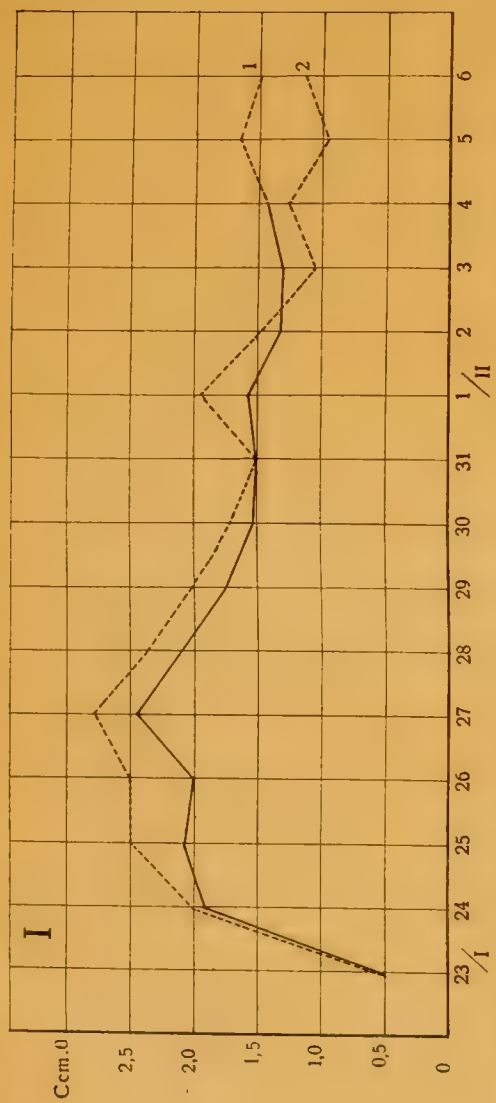
T. Godlewski

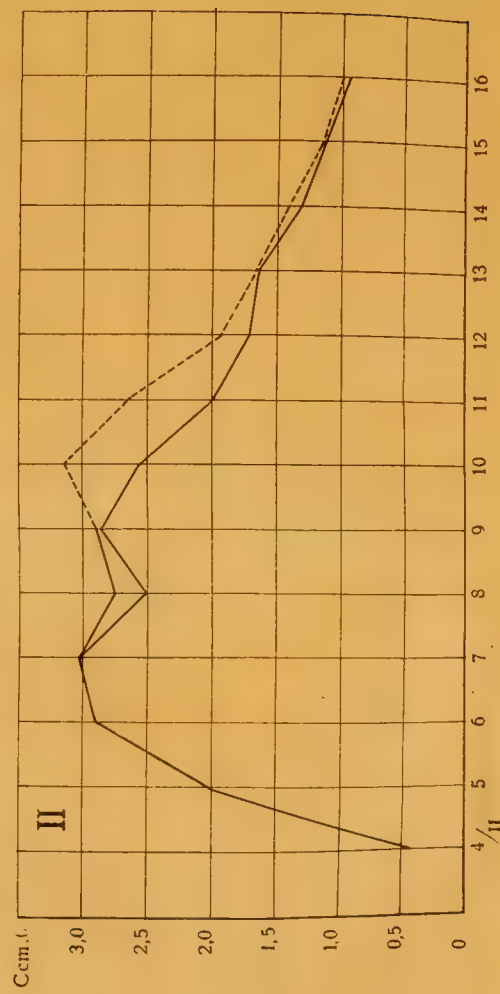
Lith. Kramikowski à Cracovie

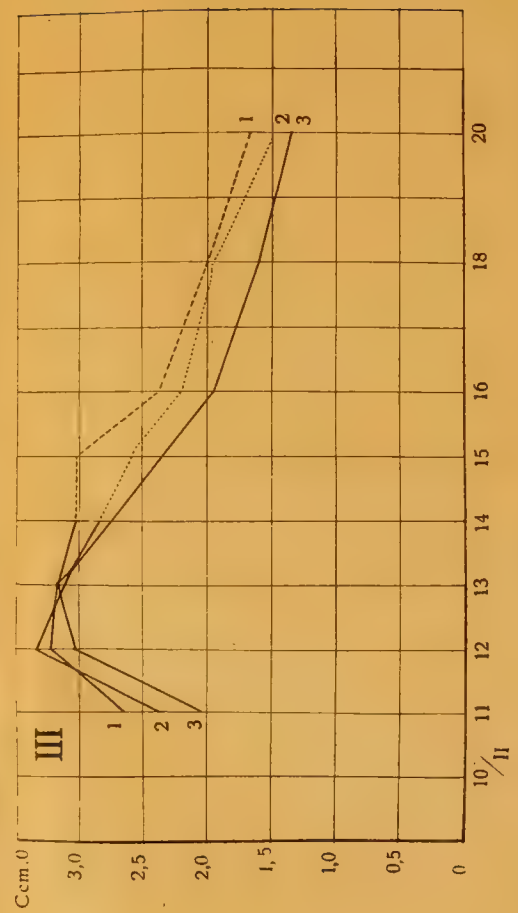


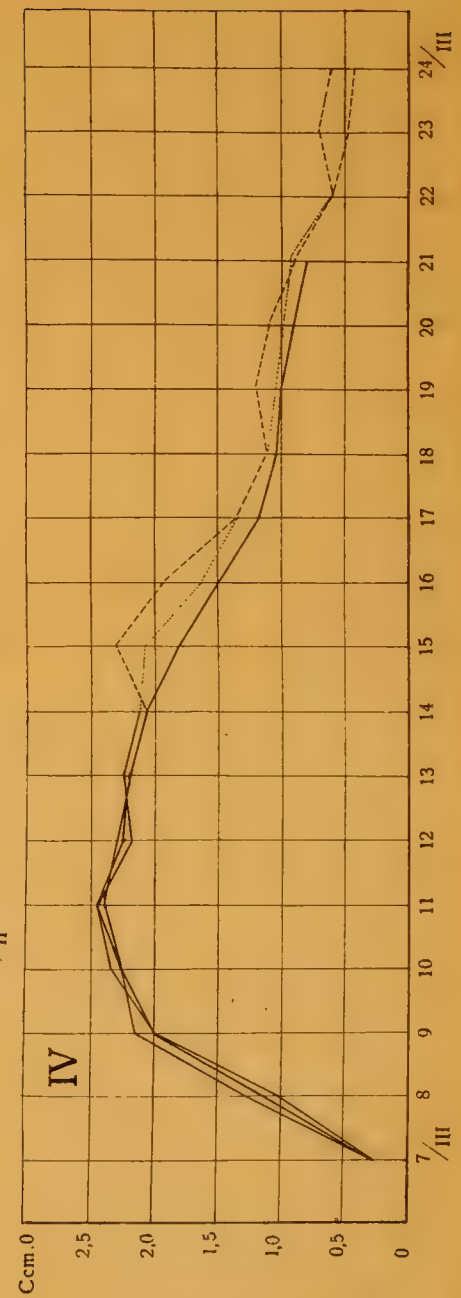
T. Godlewski

Lith. Iranikowski à Cracovie.



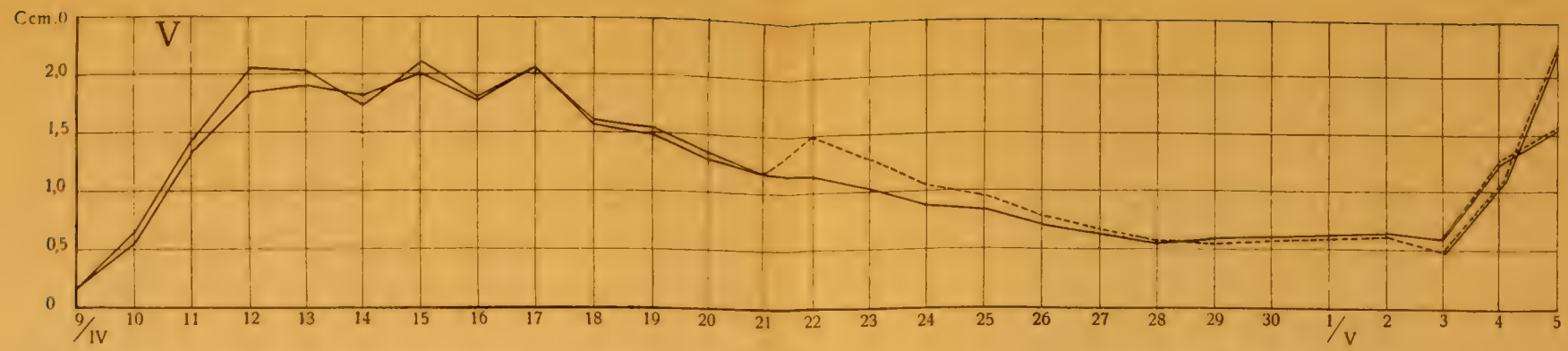


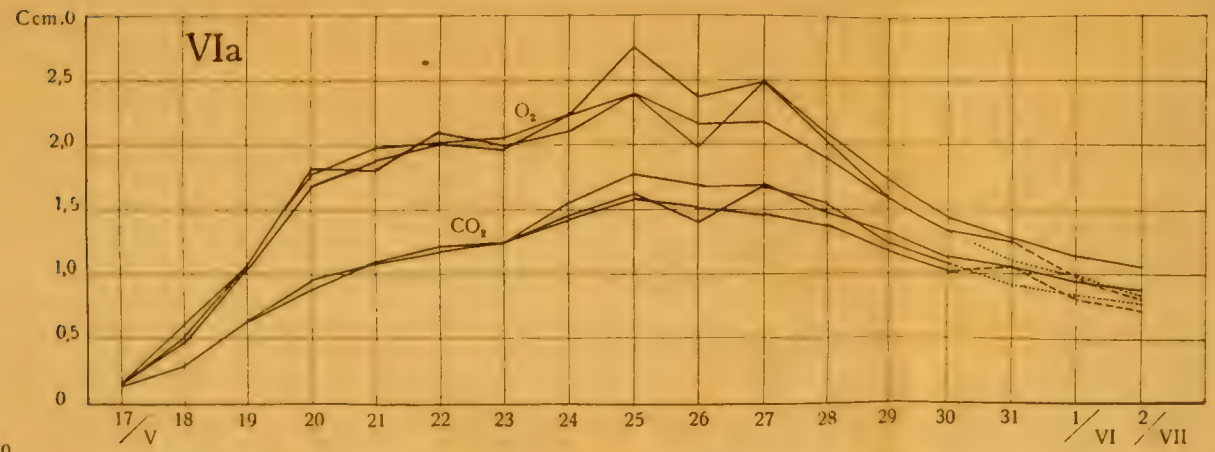


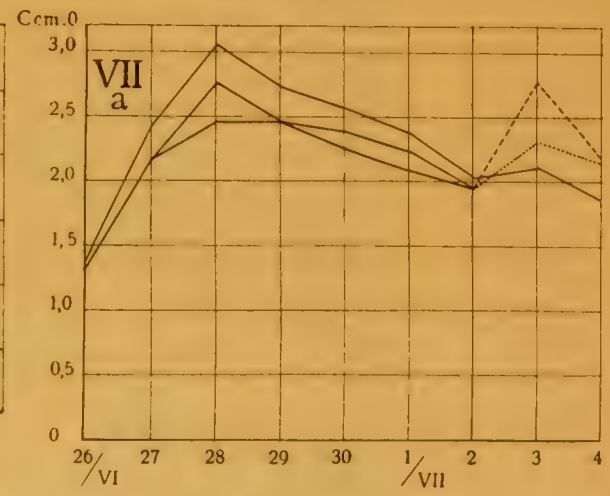


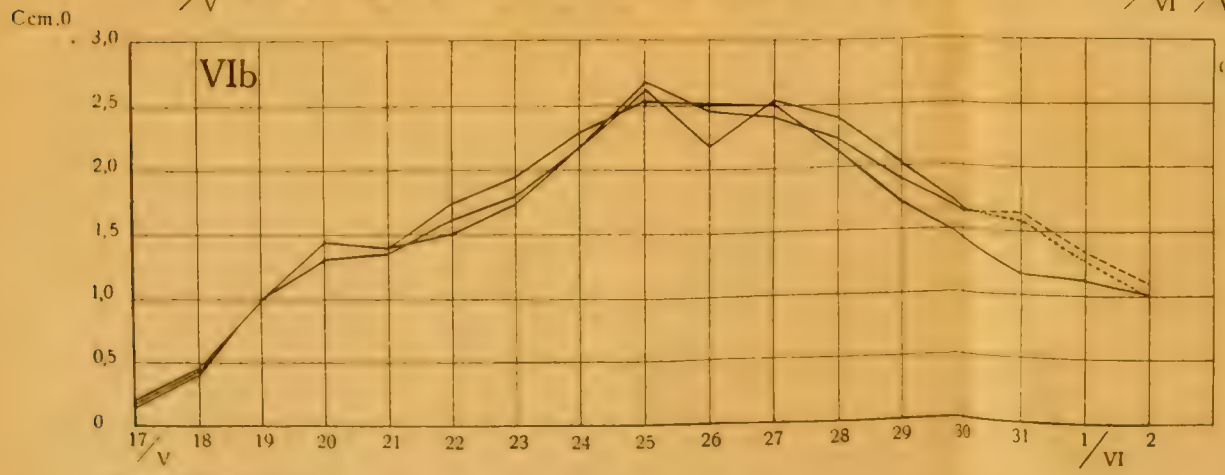
Seweryn Krzemieniewski

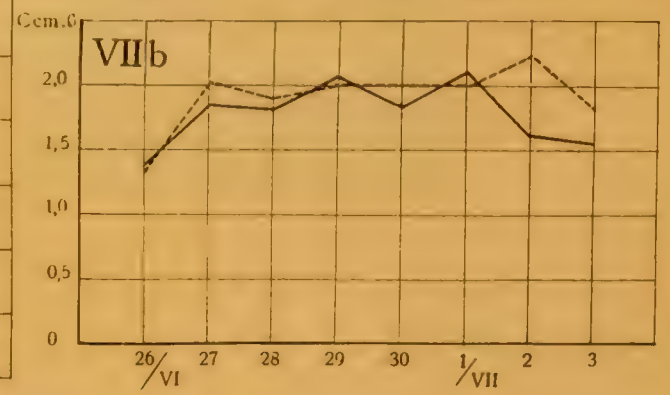
Lith. A. Pruszyński Cracovie.





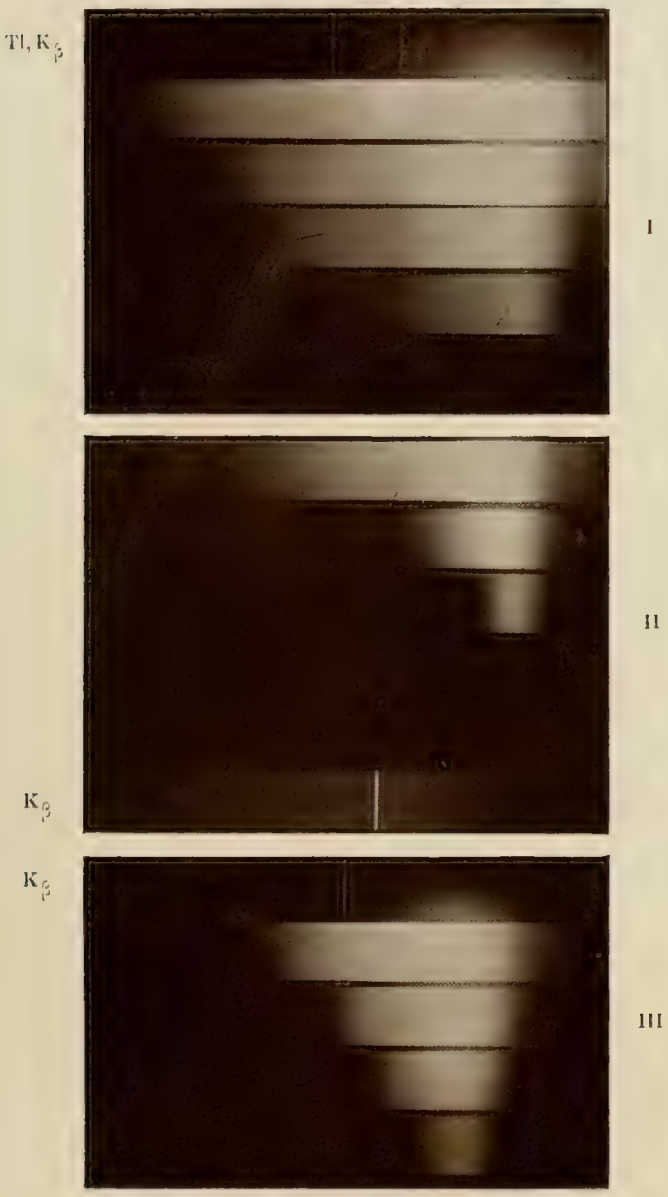






Seweryn Krzemieniewski

Lith. A. Pruszyński Cracovie.



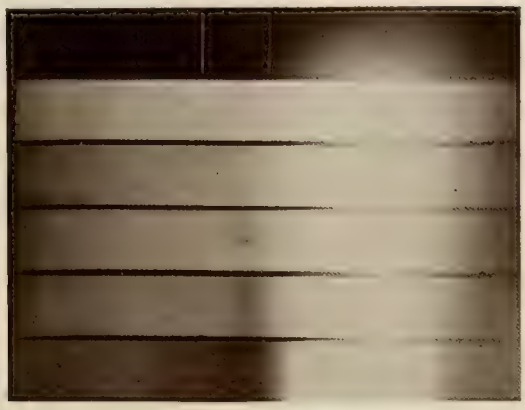
I., Urobilin fr. haemopyrrol in ether
II., Bilirubin in alcohol + NaOH
III., Proteinchrome in alcohol.

L. Marchlewski.

I., Biliverdin in alcohol
II., 1., Phylloporphyrin + H_2O + HCl
2., Mesoporphyrin + H_2O + HCl
3., Haematoporphyrin + H_2O + HCl
III., 1., Phylloporphyrin + H_2O + HCl
2., Mesoporphyrin + H_2O + HCl
3., Haematoporphyrin + H_2O + HCl

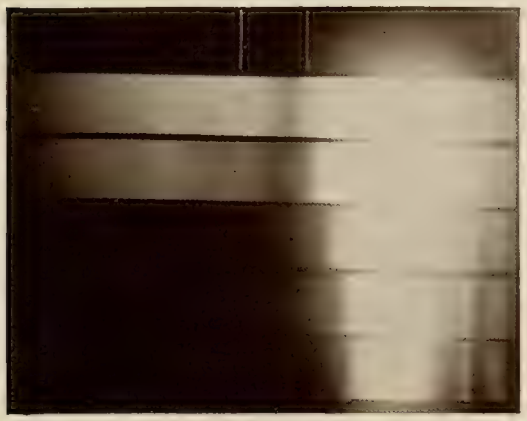
L. Marchlewski.

Tl, K_β



I

Tl, K_β



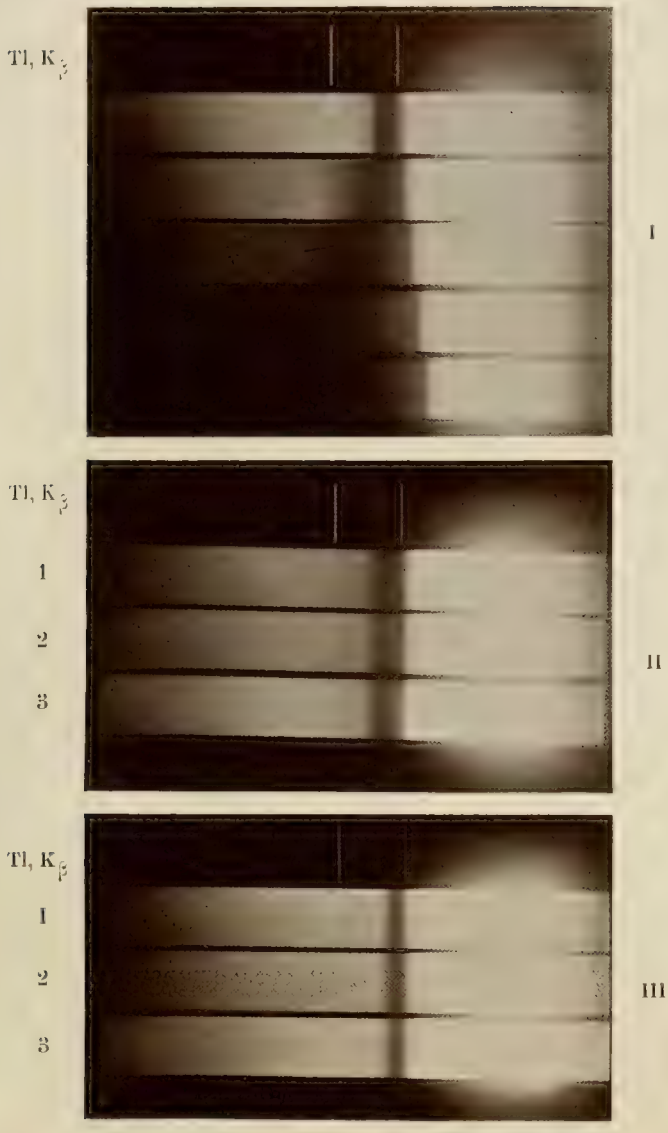
II

Tl, K_β

III

I., Phylloporphyrin, various concentrations
II., Haematoporphyrin, „ „
III., Mesoporphyrin, „ „

L. Marchlewski.

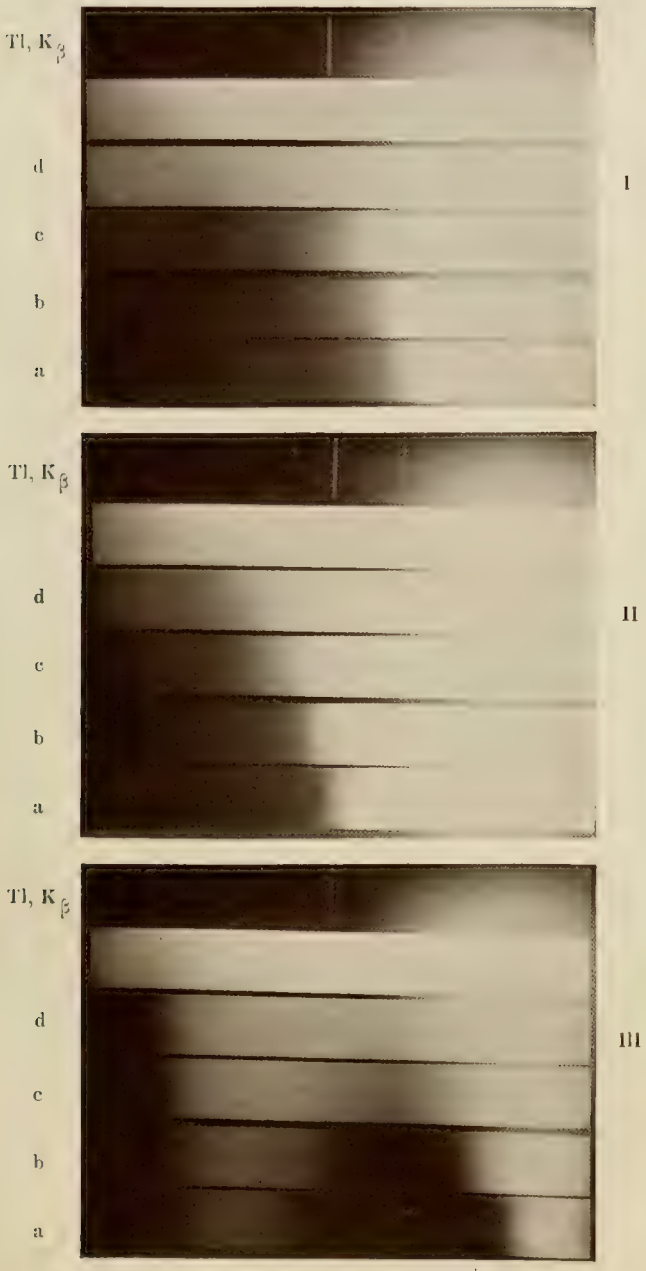


I, Haematoporphyrin in hydrochloric acid solution, various concentrations

II., 1., Haematoporphyrin + HCl + H_2O
2., „ + HNO_3 + H_2O
3., „ + H_2SO_4 + H_2O

III 1., Haematoporphyrin + HCl + H_2O
2., „ + HNO_3 + H_2O
3., „ + H_2SO_4 + H_2O

L. Marchlewski.



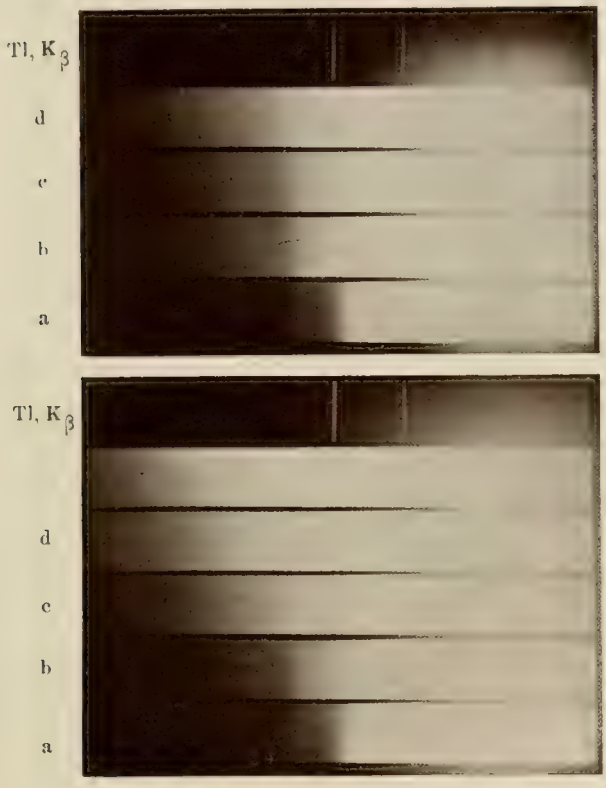
L. Marchlewski.

I

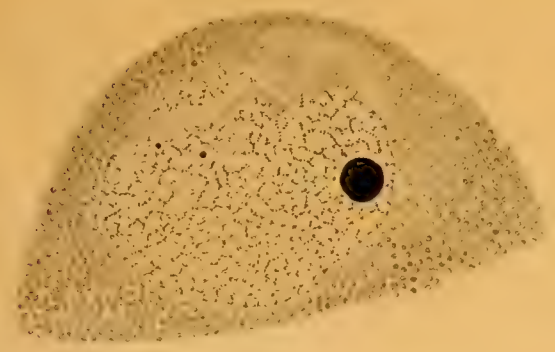
II

III

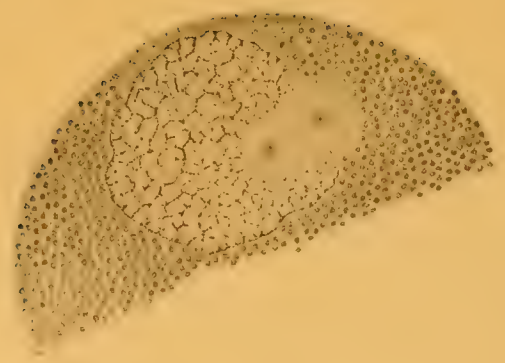
L. Marchlewski.



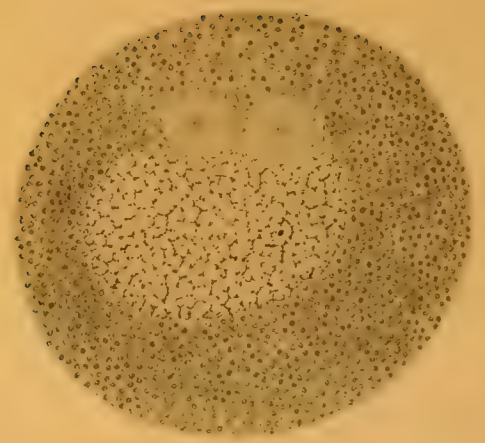
L. Marchlewski



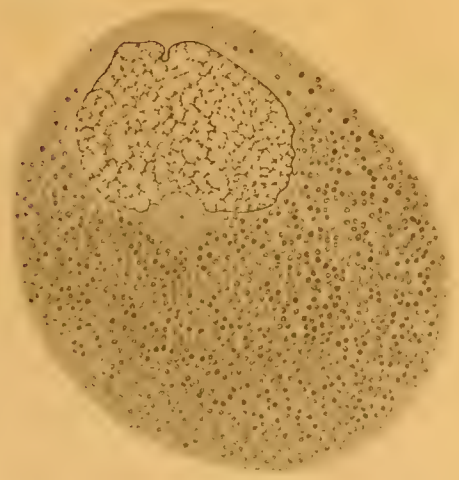
1



2



3

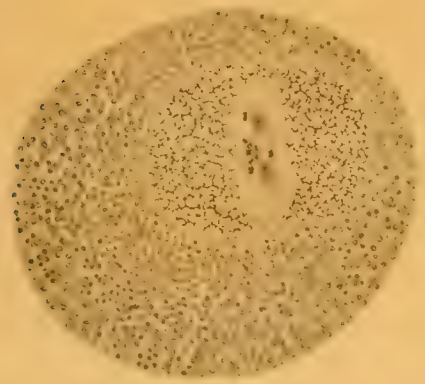


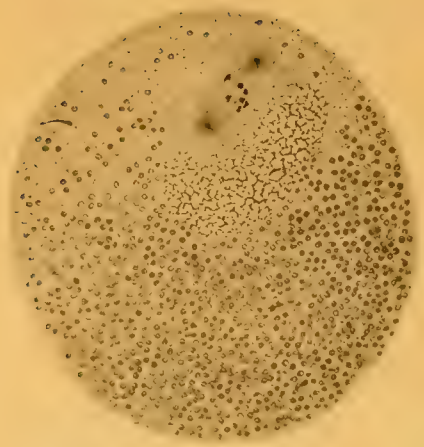
4

5

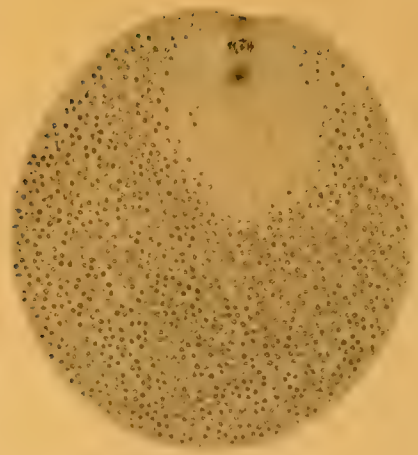
6

K. Kostanecki.





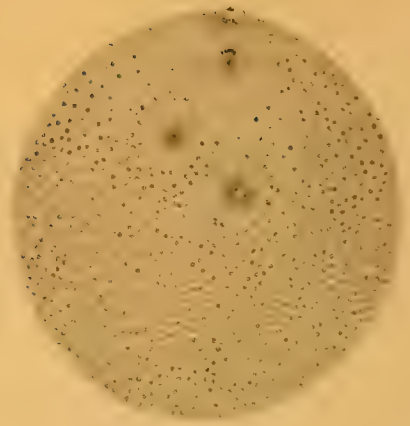
8



9

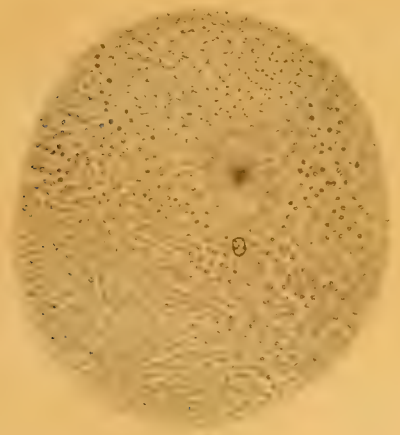
10

11



12

K. Kostanecki.



13

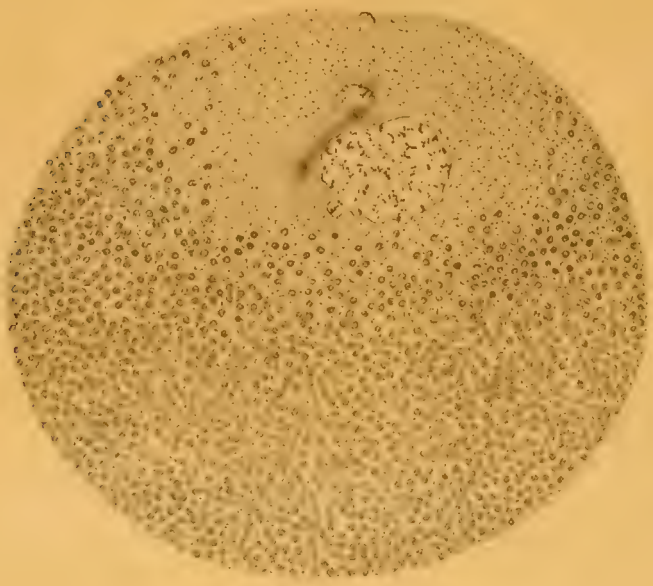
14

15

16

17

K. Kostanecki.



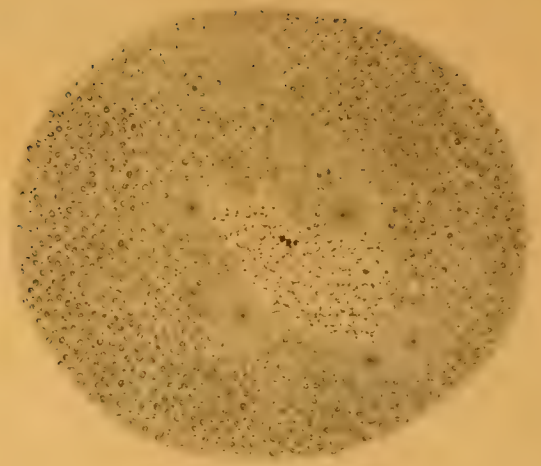
18

19

K. Kostanecki.

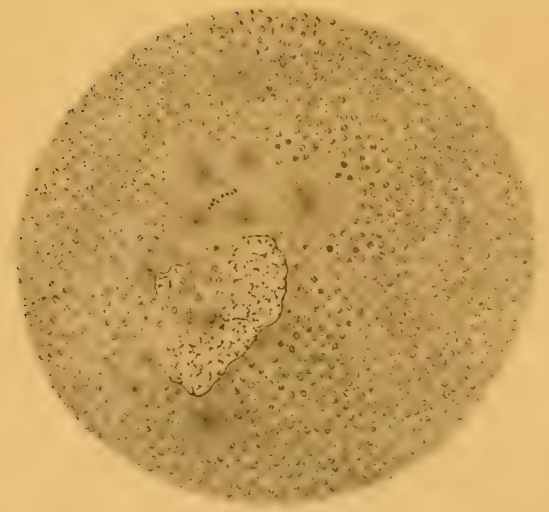
1

2



3

4

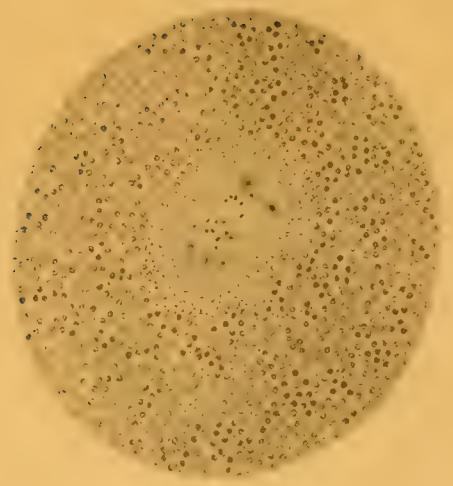


5

6

K. Kostanecki.

7



8

9 *a*

9 *b*

9 *c*

9 *d*

K. Kostanecki.

9 *e*

9 *f*

10

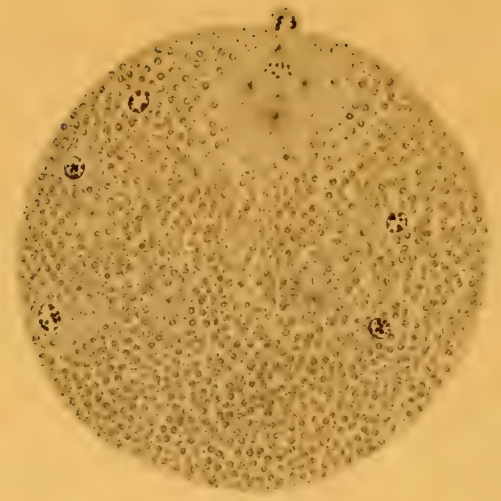
11

12

13

K. Kostanecki.

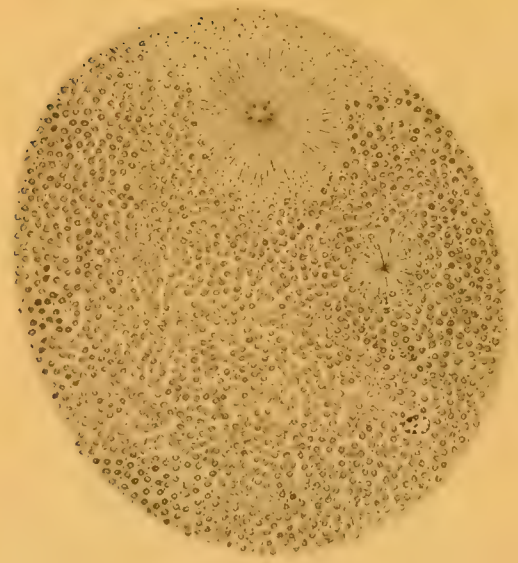
14



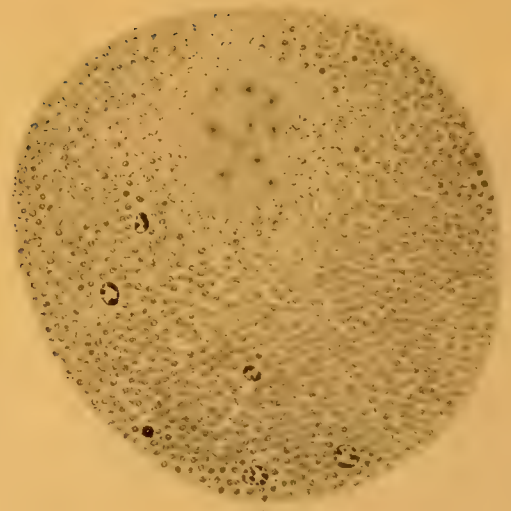
15

16

17



18



19

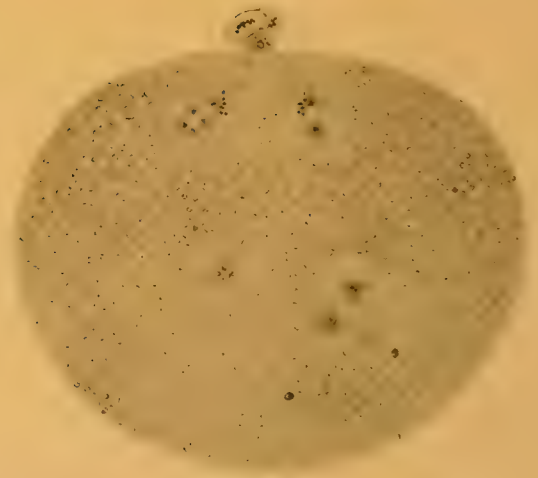
K. Kostanecki.

20

21

22

23

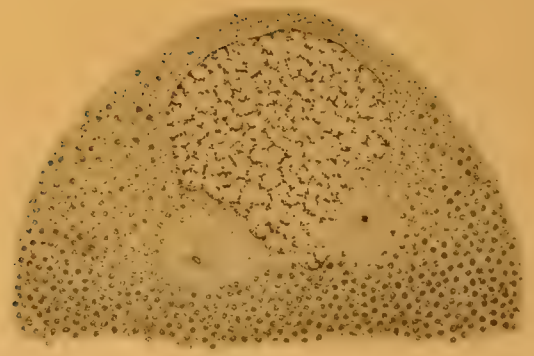


25

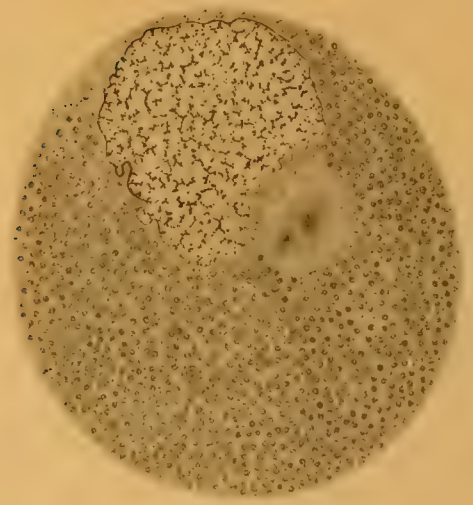
K. Kostanecki.

24

26

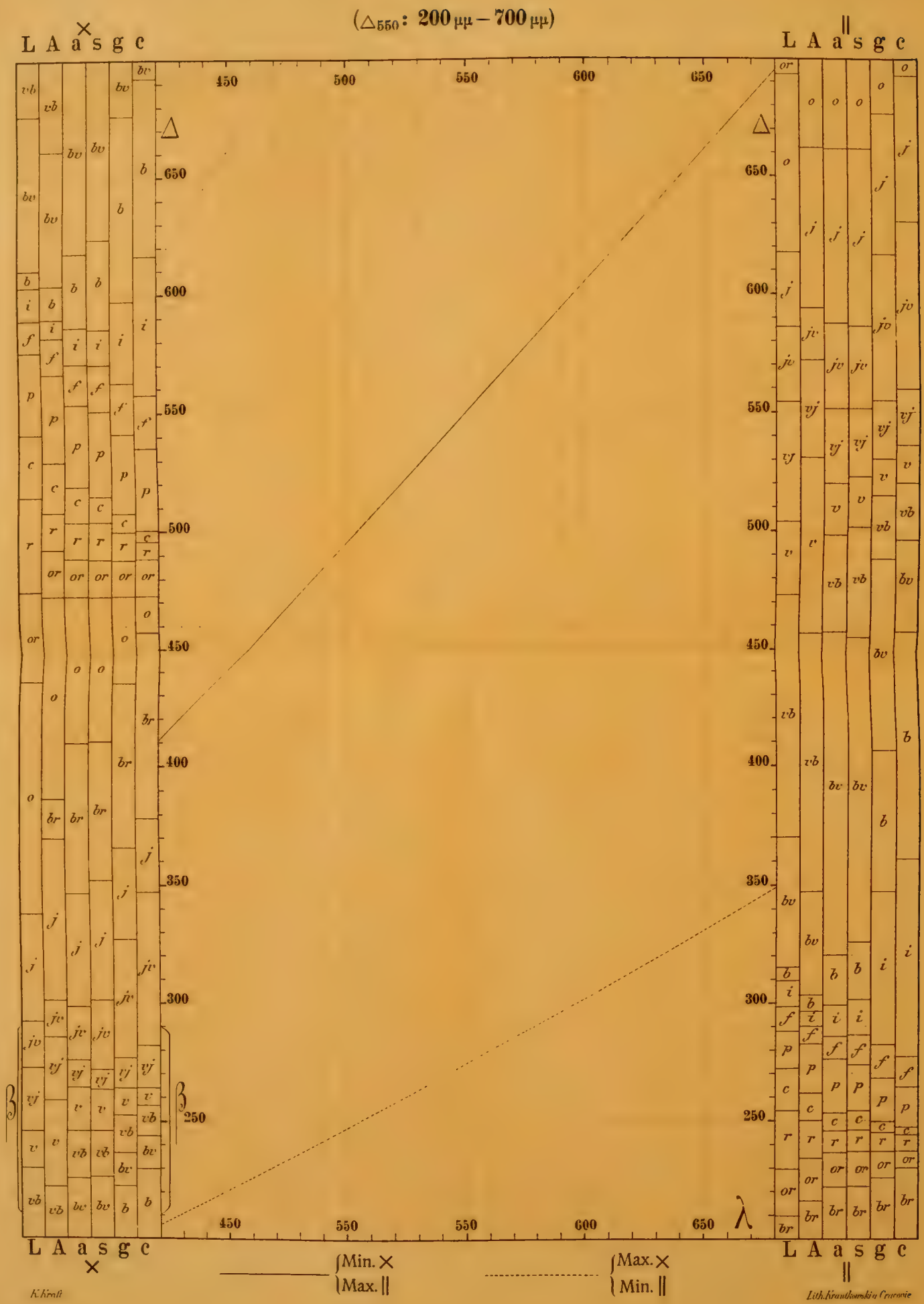


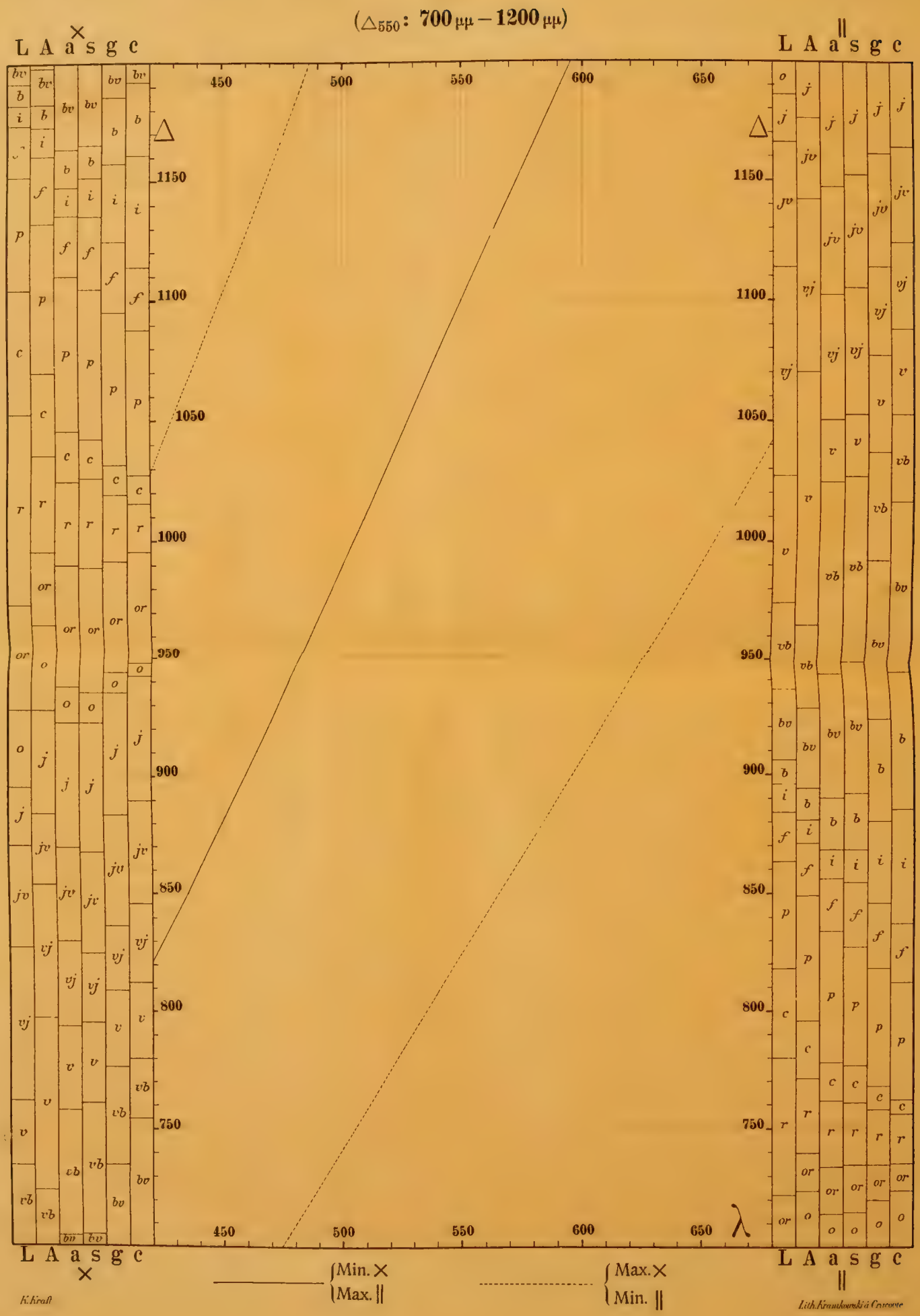
27 a

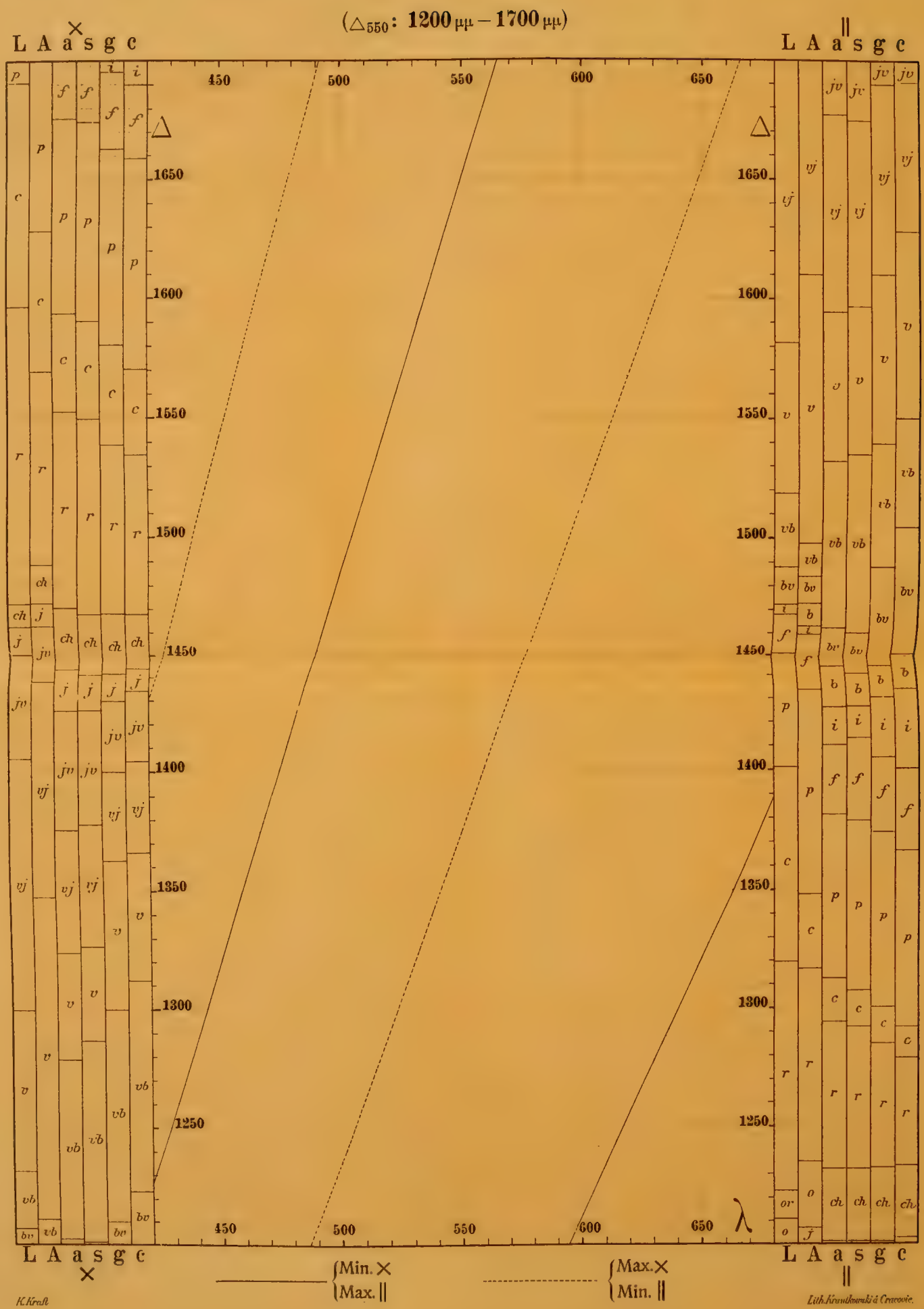


27 b

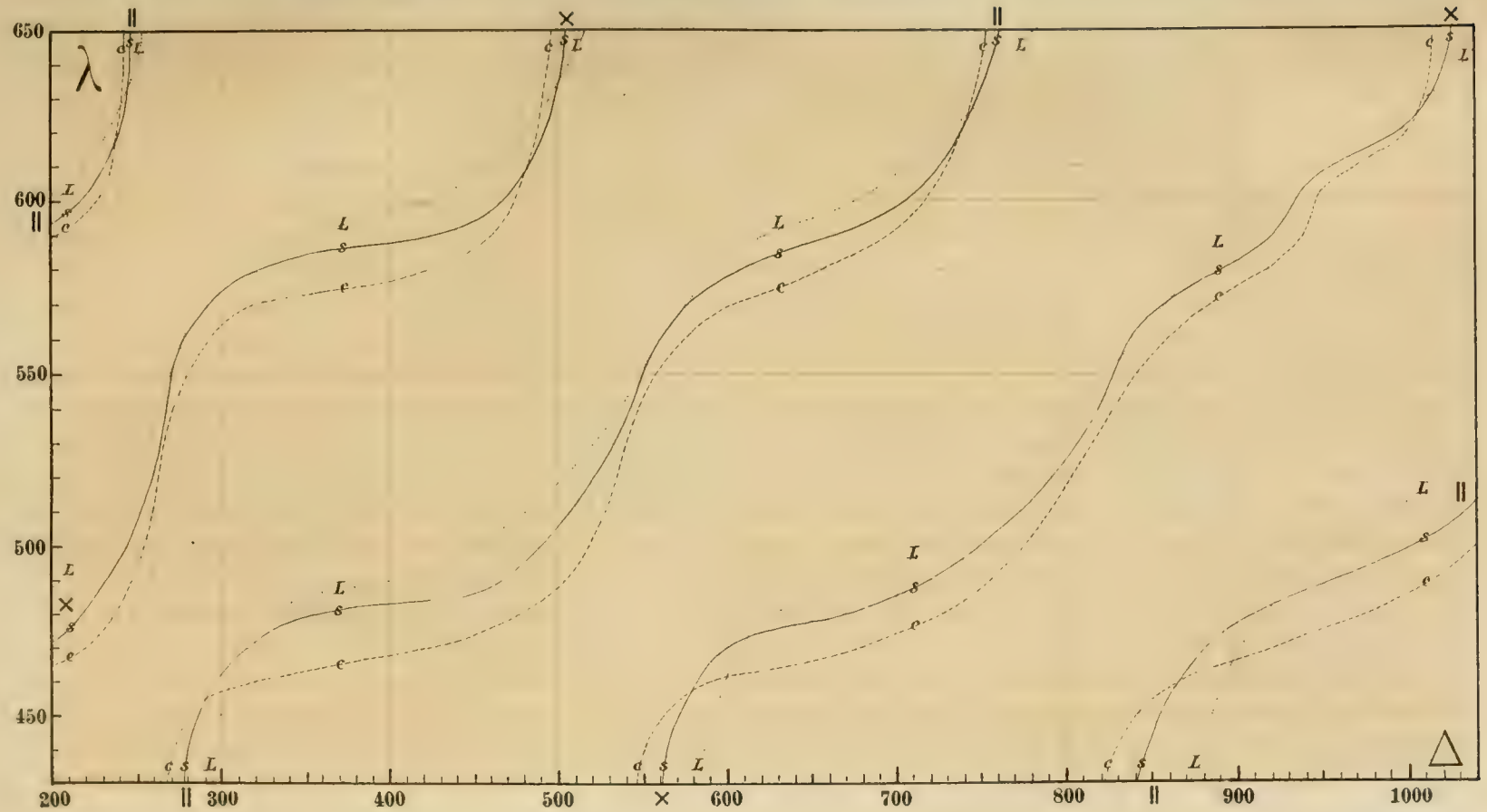
K. Kostanecki.


(△550: 200 μμ – 700 μμ)
L A a s g c
L A a s g c
450
500
550
600
650
Δ
650
600
550
500
450
400
350
300
250
β
λ
Min. ×
Max. ||
Max. ×
Min. ||
K. Kraft
Lith. Krautkowski u Cracovie


(△550: 700 μμ – 1200 μμ)
L A a s g c
L A a s g c
450
500
550
600
650
1150
1100
1050
1000
950
900
850
800
750
Δ
λ
Min. ×
Max. ||
Max. ×
Min. ||
K. Kraft
Lith. Krankowski à Cracovie


(△550: 1200 μμ – 1700 μμ)
L A a s g c
L A a s g c
450
500
550
600
650
Δ
1650
1600
1550
1500
1450
1400
1350
1300
1250
λ
L A a s g c
L A a s g c
Min. ×
Max. ||
Max. ×
Min. ||
K. Kraft
Lith. Krautkowski à Cracovie.

($\triangle_{550}$: **200 μμ – 1040 μμ**)



K. Kraft

Lith. Krautkowski à Cracovie

1.

2

a

b

c

d

3.

4.

e

7.

5.

6.

M. Siedlecka del.

Lith. Kramikowski à Cracovie.

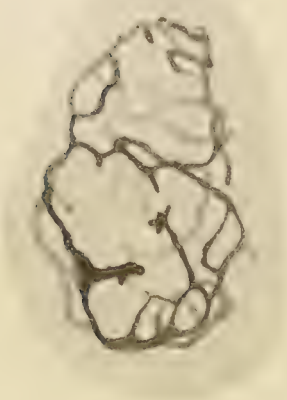


Fig. 1.

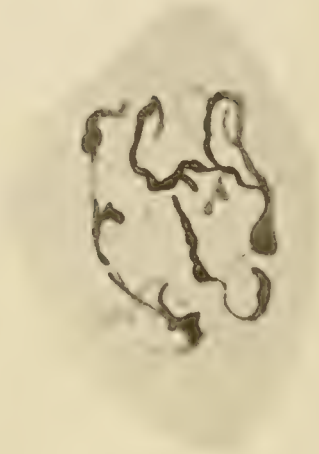


Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

M. Jaworowski.

Fig. 5.

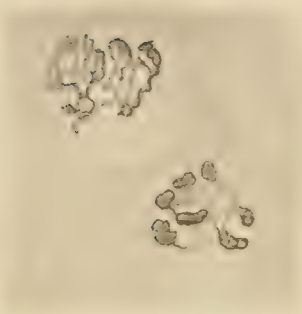


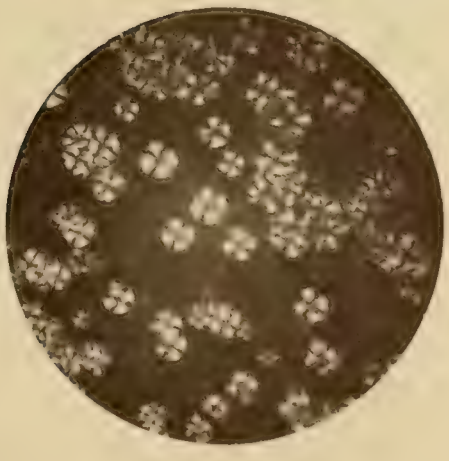
Fig. 7.

Fig. 6.

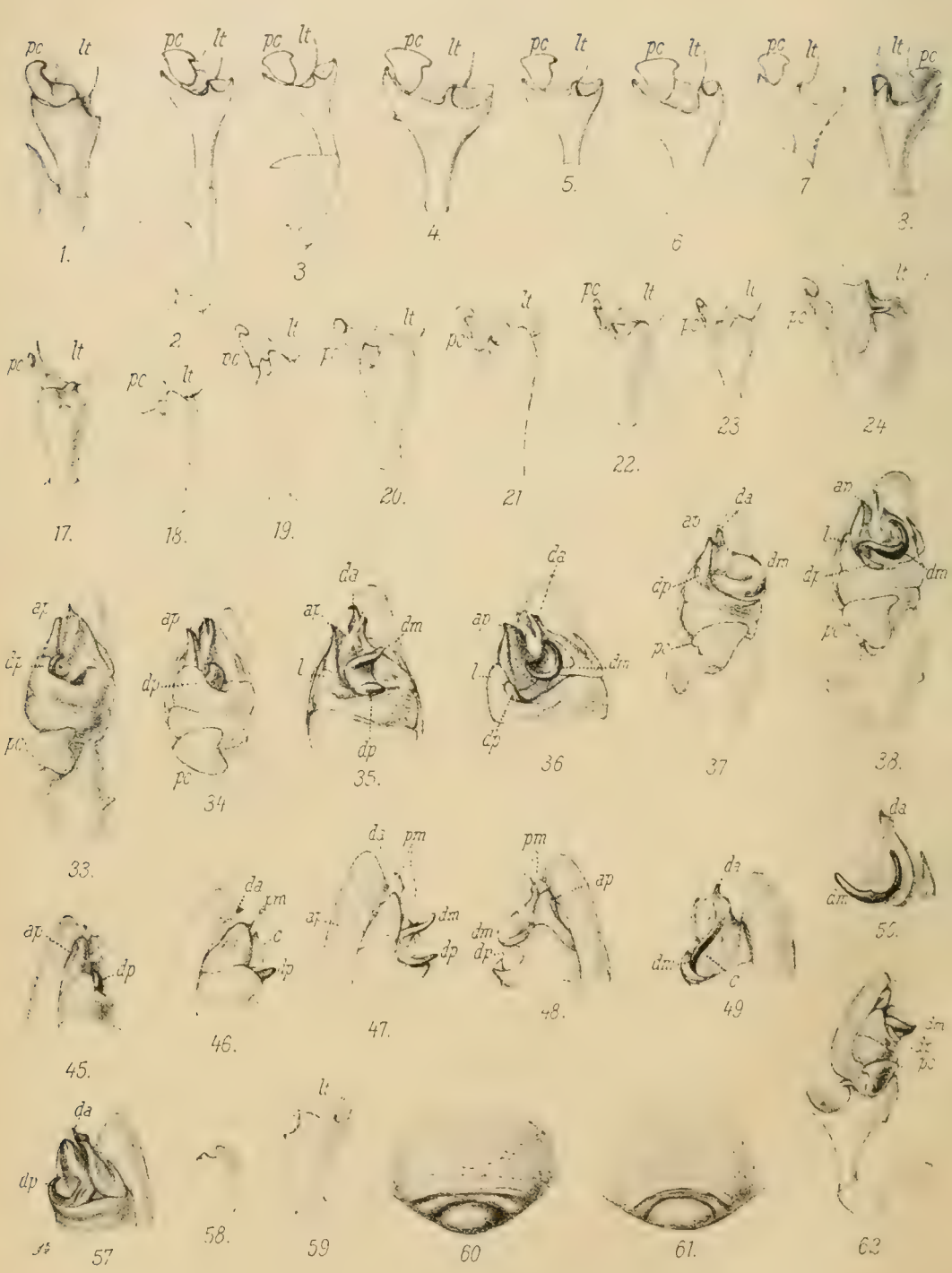
Fig. 1.

Fig. 2.

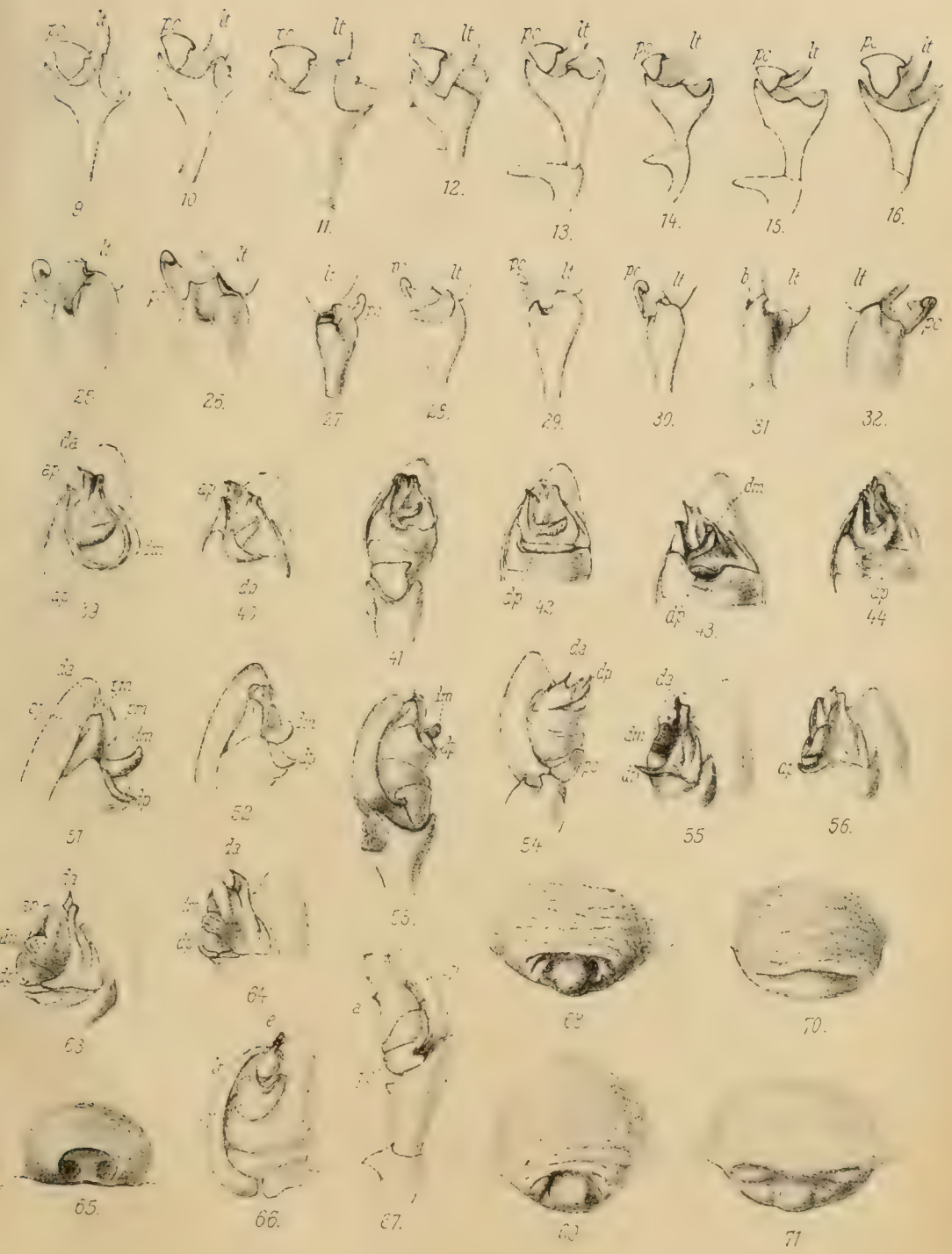
Fig. 3.

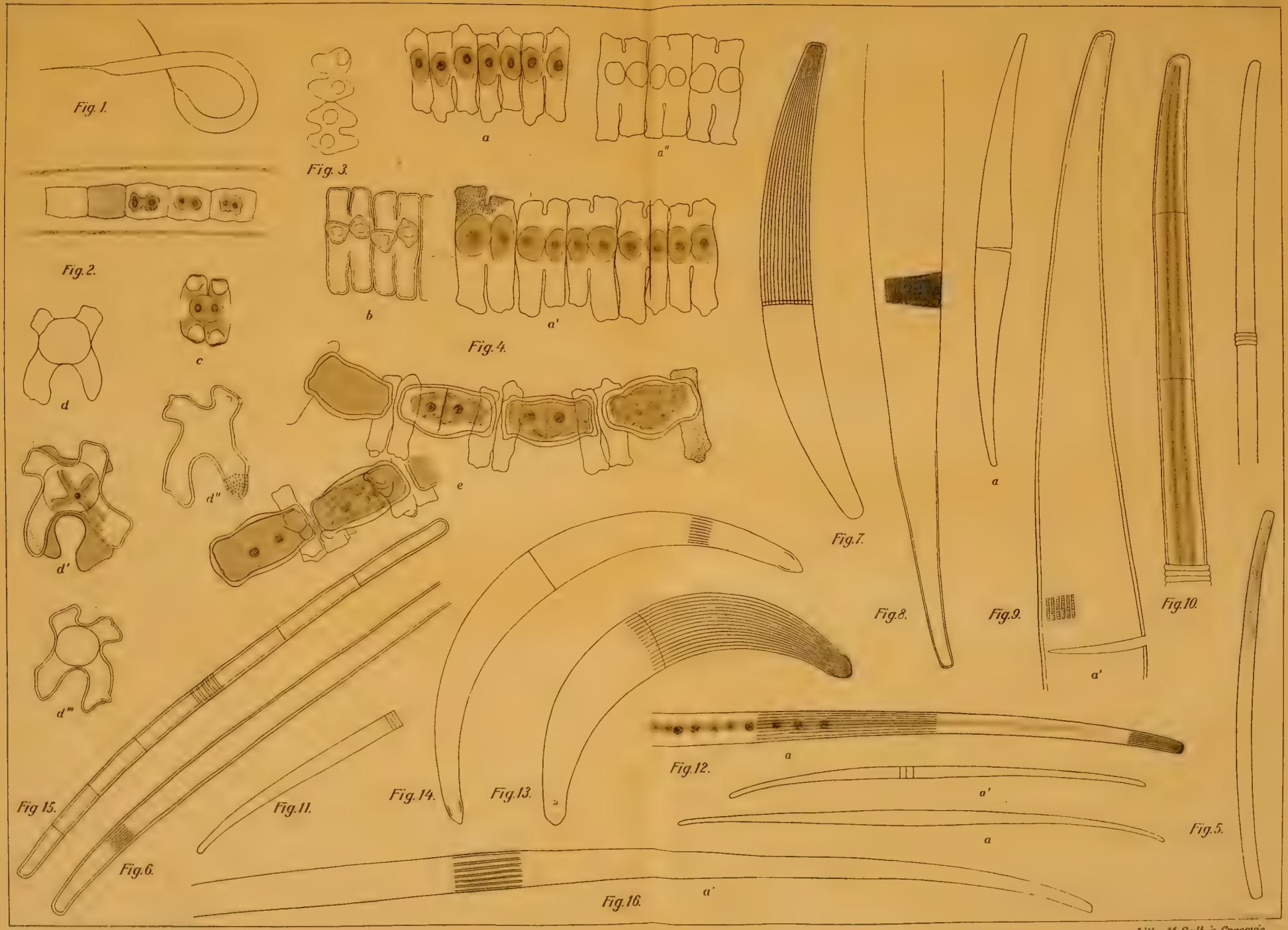


W. Syniewski.



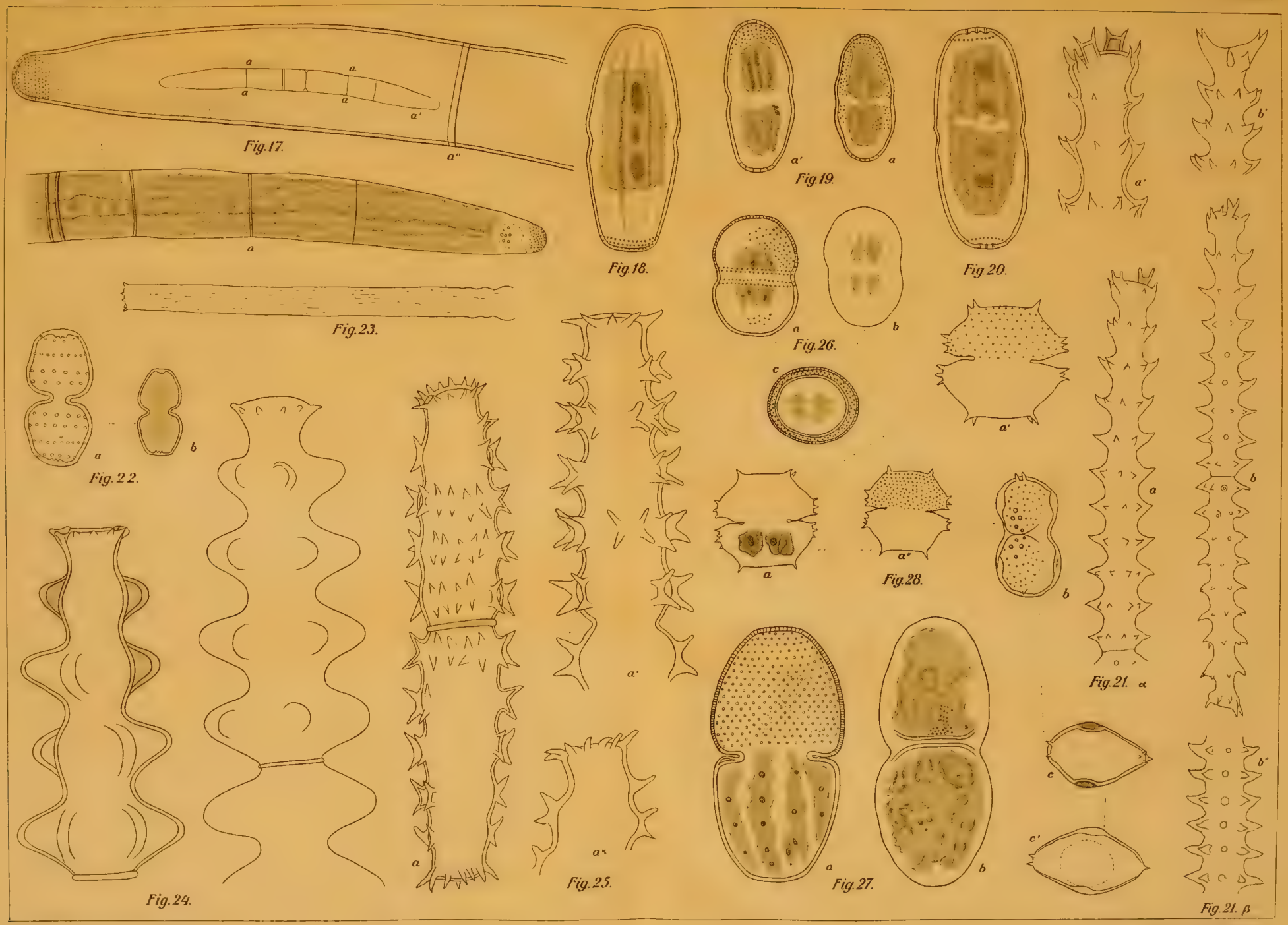
W. Kulczyński ad nat. del.


9
10
11.
12.
13.
14.
15.
16.
25
26.
27
28.
29.
30.
31
32.
33
40
41
42
43.
44
51
52
53.
54
55
56.
63
64
65.
66.
67.
68
70.
71



R. Gutwiński ad nat. del.

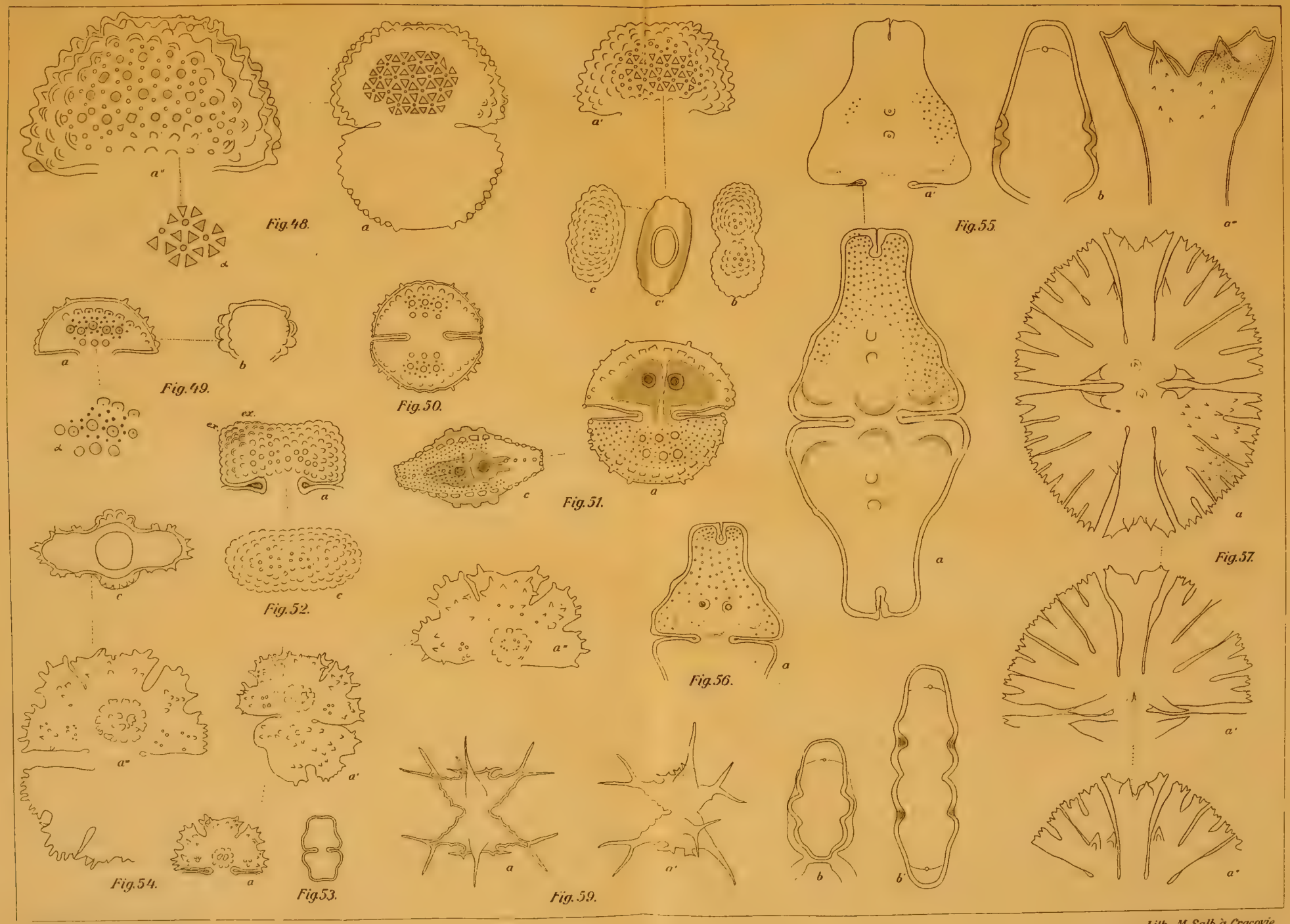
Lith. M. Salb à Cracovie.



R. Gutwiński ad nat. del. *Lith. M. Salb à Cracovie.*

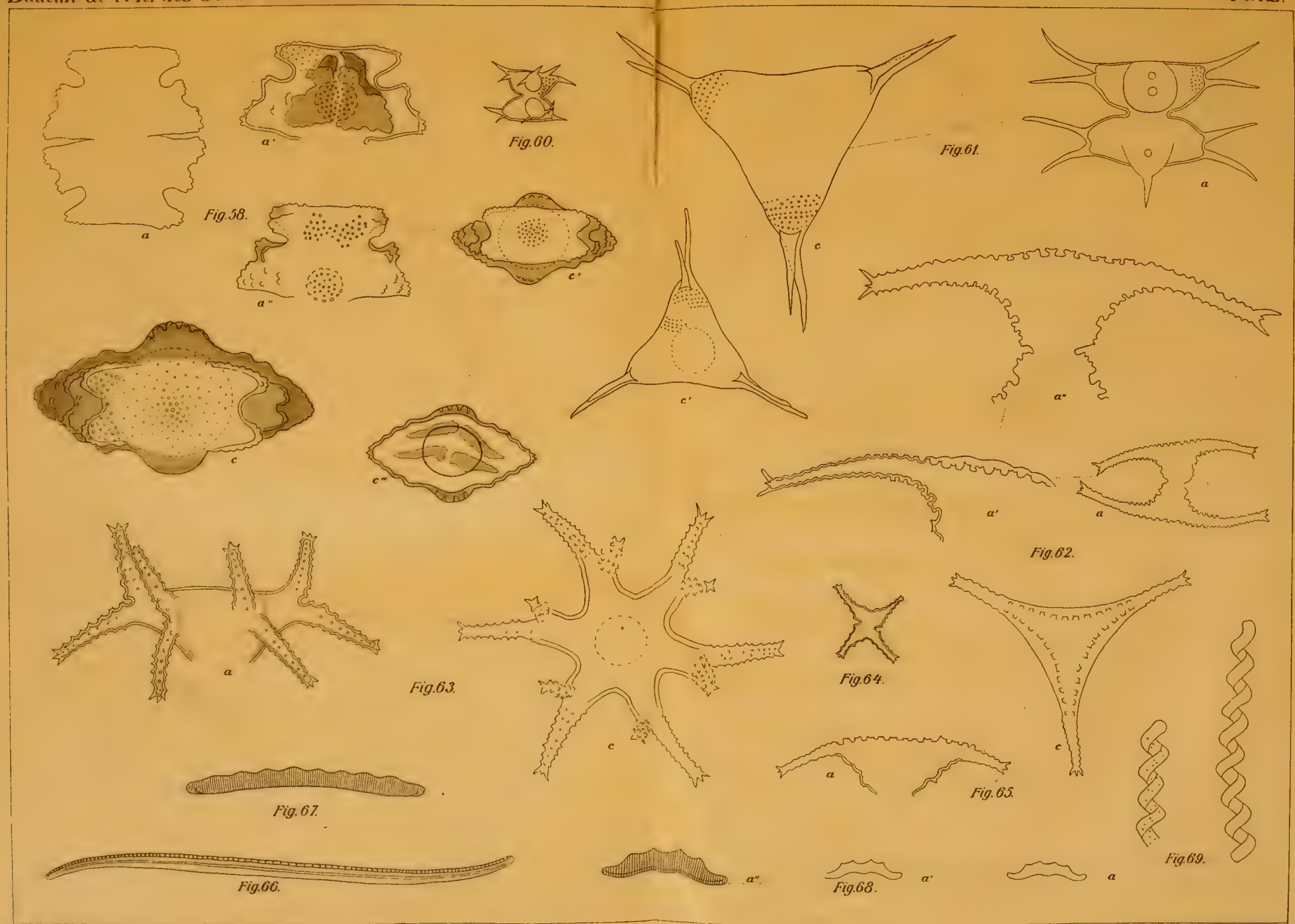
R. Gutmiński ad nat. del.

Lith. M. Salb à Cracovie.



R. Gutwiński ad nat. del.

Lith. M. Salb à Cracovie.



R. Gutwiński ad nat. del.

Lith. M. Salb à Cracovie.

3 2044 106 273 725

Date Due

~~MAR 9 1954~~	
~~MAR 24 1954~~	
~~JUL 22 1954~~	